

## trapezio

1	Dimostra che in un trapezio isoscele le diagonali sono congruenti.
2	Dimostra che i punti medi dei lati di un trapezio isoscele sono i vertici di un rombo.
3	Dimostra che le diagonali di un trapezio isoscele dividono il trapezio in quattro triangoli di cui due congruenti e due isosceli.
4	Dimostra che se in un trapezio gli angoli adiacenti ad una base sono congruenti allora il trapezio è isoscele.
5	Dimostra che le proiezioni dei lati obliqui di un trapezio isoscele sopra una retta parallela alle basi sono congruenti.
6	Dimostra che in un trapezio isoscele la congiungente i punti medi delle basi è perpendicolare ad esse.
7	Dimostra che due trapezi rettangoli che hanno ordinatamente congruenti la base minore, l'altezza e l'angolo acuto sono congruenti.

## parallelogramma

8	Sulla diagonale AC del parallelogramma ABCD si considera due punti E ed F tale che $AE = FC$ . Dimostra che il quadrilatero EBF D è un parallelogramma.
9	Dimostra che le bisettrici degli angoli di un parallelogramma, incontrandosi, formano un rettangolo.
10	Traccia due rette qualsiasi a e b passanti per il centro di un parallelogramma (punto di incontro delle diagonali). Congiungi tra loro i quattro punti di incontro di queste rette con i lati del parallelogramma. Dimostra che la figura così ottenuta, che ha i vertici sui lati del parallelogramma dato, è a sua volta un parallelogramma.
11	Nel parallelogramma ABCD traccia le bisettrici AP e BP degli angoli $\hat{A}$ e $\hat{B}$ . Verifica che tali bisettrici sono perpendicolari e cioè che il triangolo PAB è rettangolo.

12	Due rette $r$ e $s$ si intersecano in $P$ . Stacca su $r$ , a partire da $P$ e da parti opposte, i segmenti congruenti $PA$ e $PA'$ e su $s$ i segmenti congruenti $PB$ e $PB'$ . Dimostra che $ABA'B'$ è un parallelogramma.
12	In un parallelogramma prendi su ciascun lato, a partire da ciascun vertice e nello stesso verso, segmenti congruenti, e congiungi consecutivamente gli estremi di questo. Dimostra che si ottiene così un altro parallelogramma.
13	Dimostra che due parallelogrammi sono congruenti se hanno i quattro lati congruenti e due altezze corrispondenti congruenti.
<b>rettangolo</b>	
14	Due rette parallele $a$ e $b$ sono tagliate da una trasversale nei punti $A$ e $B$ . Le bisettrici delle coppie di angoli coniugati interni si incontrano nei punti $C$ e $D$ . Dopo aver dimostrato che il quadrilatero $ADBC$ è un rettangolo dimostra che la retta $CD$ è parallela ad $a$ e $b$ .
15	Per un punto di un lato di un rettangolo conduci le parallele alle diagonali che individuano con le diagonali stesse un parallelogramma. Verifica che il perimetro del parallelogramma così ottenuto è congruente a una diagonale del rettangolo.
16	Verifica che se da un generico punto dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo si conducono le parallele ai cateti, tali parallele individuano un rettangolo con i cateti del triangolo.
17	Sia $ABC$ un triangolo isoscele di vertice $A$ . Siano $D$ e $E$ due punti sul prolungamento di $AB$ e $CA$ tali che: $DA \cong AB \cong CA \cong AE$ . Verifica che il quadrilatero $BCDE$ è un rettangolo.
18	Sia $ABCD$ un rettangolo. Prolunga il lato $AB$ di un segmento $BE \cong BC$ , il lato $BC$ di un segmento $CF \cong CD$ , il lato $CD$ di un segmento $DG \cong DA$ e il lato $DA$ di un segmento $AH \cong AB$ . Dimostra che il quadrilatero $HEFG$ è un parallelogramma.

19	Sia ABCD un rettangolo. Considera due parallele equidistanti dalla diagonale AC che intersecano rispettivamente in E e F i lati AB e CD del rettangolo. Siano N e Q i punti di intersezione di tali rette con BC e DA. Dimostra che il quadrilatero ENFQ è un parallelogramma avente lo stesso centro del rettangolo ABCD.
rombo	
20	In un rombo un angolo è doppio di un altro. Dimostra che la diagonale minore è congruente al lato.
21	Dagli estremi di due segmenti congruenti, che si tagliano nel loro punto medio, conduci le perpendicolari ai due segmenti. Verifica che il quadrilatero che si ottiene è un rombo.
22	Nel rombo ABCD l'angolo $\widehat{A} \cong 2\widehat{B}$ . Dimostra che la diagonale minore AC è congruente al lato del rombo.
23	Sia dato un rombo in cui una coppia di angoli è doppia dell'altra coppia. Dimostra che la diagonale minore divide il rombo in due triangoli equilateri.
24	Dimostra che un parallelogramma ABCD è un rombo se la distanza delle rette parallele a cui appartengono i lati opposti AB e CD è uguale a quella delle rette parallele a cui appartengono BC e DA.
25	Sui lati di un rettangolo ABCD ed esternamente ad esso si considerino i triangoli equilateri AEB, BFC, CGD, DHA. Dimostra che EFGH è un rombo le cui diagonali appartengono agli assi dei lati del rettangolo.
26	Siano R e S due punti appartenenti alla diagonale minore BD di un rombo ABCD e siano questi due punti equidistanti da O, punto di intersezione delle due diagonali. Verifica che il quadrilatero ARCS è un rombo.
quadrato	
27	Sia ABCD un quadrato. Prendi i punti P, Q, R e S, rispettivamente sui lati AB, BC, CD e DA, tali che $AP \cong BQ \cong CR \cong DS$ . Dimostra che PQRS è un quadrato.

28	Dato un quadrato ABCD, traccia la diagonale AC e su essa prendi il segmento CO congruente al lato. Detto E il punto d'intersezione della retta BO con il lato AD, dimostra che $OA \cong AE$ e che i due triangoli OCB e OAE sono equiangoli.
29	Sia ABCD un quadrato. Prolunga i suoi lati AB, BC, CD e DA rispettivamente di quattro segmenti congruenti tra loro BP, CQ, DR, AS. Dimostra che PQRS è anch'esso un quadrato.
30	Sia ABCD un quadrato. Prolunga il lato AB di un segmento BE e il suo lato BC di un segmento CF $\cong$ AE. Dimostra che il triangolo DEF è isoscele e rettangolo.
31	Sia ABC un triangolo e sia AM la mediana relativa al lato BC. Si prolunghi AM, dalla parte di M, di un segmento MD $\cong$ AM. Dimostra che ABCD è un parallelogramma. Stabilisci, inoltre, come deve essere il triangolo ABC affinché ABCD sia un rombo oppure un rettangolo. Come deve essere il triangolo ABC affinché ABCD sia un quadrato?
<b>problemi di riepilogo</b>	
32	Dimostra che un trapezio che abbia tre lati congruenti ha le diagonali che sono le bisettrici degli angoli adiacenti al quarto lato.
33	Dimostra che due trapezi sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti le basi, un lato obliquo e una diagonale.
34	Nel trapezio ABCD la base minore AB è congruente alla somma dei lati obliqui DA e BC. Verifica che le bisettrici degli angoli $\hat{D}$ e $\hat{C}$ si intersecano in un punto di AB.
35	Nel trapezio rettangolo ABCD prolunga il lato obliquo BC fino ad incontrare in E il prolungamento del lato AD. Dal vertice C conduci la perpendicolare alla base maggiore AB e indica con H il loro punto d'intersezione. Sapendo che H è il punto medio di AB, dimostra che i triangoli HBC e CDE sono congruenti.
36	Sia ABCD un trapezio rettangolo in A e in D e di base maggiore AB. Preso sulla base AB un punto P tale che $AP \cong DC$ e detto M il punto medio del lato BC, verifica che i triangoli AMD e PBM sono isosceli.

37	Sia ABCD un parallelogramma. Conduci dal vertice A una retta esterna al parallelogramma stesso. Dette E, F, G le proiezioni sulla retta, rispettivamente di D, C, B, verifica che $CF \cong DE + BG$ .
38	Dimostra che un parallelogramma viene diviso in due poligoni congruenti da ogni retta passante per il punto d'incontro delle sue diagonali.
39	Sia ABCD un parallelogramma (non rettangolo e non rombo). Prolunga la diagonale AC da una parte e dall'altra, di due segmenti $AP \cong CQ$ ; prolunga anche la diagonale BD, da una parte e dall'altra, di due segmenti $BR \cong DS$ . Dimostra che il quadrilatero PQRS è un parallelogramma.
40	Sia ABC un triangolo rettangolo in A, sia AH l'altezza relativa all'ipotenusa. Detti D il simmetrico di H rispetto al cateto AB e E il simmetrico di H rispetto ad AC, dimostra che il quadrilatero BDEC è un trapezio rettangolo.
41	Nel trapezio ABCD, rettangolo in A e D, la base maggiore è congruente al lato BC. Detto E il punto in cui la perpendicolare in C a BC interseca AD, dimostra che BE è la bisettrice dell'angolo $\widehat{ABC}$ .
42	Nel triangolo rettangolo ABC, con base l'ipotenusa AB, traccia i prolungamenti di AB da ambo le parti. Costruisci sul cateto AC del triangolo, esternamente, il quadrato ACDE e sul cateto BC, il quadrato BFLC. Conduci dai vertici E e F, i segmenti EK e FT perpendicolari alla retta che contiene AB e dimostra che AB è congruente alla somma di EK e di FT.
43	Considera un rombo e traccia le bisettrici degli angoli formati dalle diagonali del rombo, le quali incontrano i lati del rombo in quattro punti. Dimostra che tali punti sono i vertici di un quadrato.
44	Sia ABCD un trapezio isoscele con la base minore CD congruente ai due lati non paralleli e la base maggiore AB doppia della minore. Dimostra che la parallela t condotta da C al lato AD interseca AB nel suo punto medio. Dimostra inoltre che t è perpendicolare a DB.

45	Sia dato un rombo ABCD. Si conducano per i vertici di questo rombo le parallele alle diagonali. Dimostra che il quadrilatero che si ottiene dall'incontro di queste quattro rette è un rettangolo.
46	In un rombo ABCD conduci dal centro O le distanze OE, OF, OG, OH ai quattro lati. Verifica che E, O, G e F, O, H sono rispettivamente allineati e che EFGH è un rettangolo i cui lati hanno per assi le rette delle diagonali del rombo.
47	Dimostra che in un trapezio isoscele gli estremi di una base e il punto medio dell'altra sono i vertici di un triangolo isoscele.
48	Nel trapezio ABCD, rettangolo in A e D, la base maggiore AB è doppia della base minore CD ed è congruente al lato BC. Dimostra che il triangolo ABC è equilatero.
49	È dato il triangolo rettangolo ABC; sia AD la bisettrice dell'angolo retto in A. Preso sul cateto AC un punto E tale che $AE \cong ED$ , dimostra che il quadrilatero ABDE è un trapezio rettangolo in A ed E.
50	Dagli estremi A e C della diagonale minore di un parallelogramma ABCD conduci le perpendicolari AH e CK alla diagonale maggiore. Dimostra che AHCK è un parallelogramma e che DH è congruente a KB.
51	Sia ABCD un parallelogramma ( $AB > BC$ ); dimostra che il punto d'intersezione delle diagonali è equidistante da BC e AD.
52	Dimostra che due parallelogrammi sono congruenti se hanno ordinatamente congruenti un lato e le due diagonali.
53	Nel triangolo ABC, retto in A, la retta della mediana relativa al cateto AB incontra in D la perpendicolare in B ad AB; Dimostra che ADBC è un parallelogramma.
54	Da un punto E qualsiasi della base BC del triangolo isoscele ABC conduci le parallele ai lati AB ed AC. Indica con M ed N le intersezioni di tali parallele con AB e AC; dimostra che $AB \cong ME + EN$ .

55	Dimostra che i punti medi dei lati di un parallelogramma sono vertici di un parallelogramma.
56	Sia dato il quadrato ABCD. Costruisci, esternamente ad esso, i triangoli DCF e ABE rettangoli in F e in E tali che $F\hat{D}C \cong E\hat{B}A$ . Detto P il punto di intersezione dei prolungamenti di AE e di FD e detto H il punto di intersezione di EB con CF, dimostra che EHFP è un quadrato e che ha lo stesso centro di ABCD.
57	Dimostra che le bisettrici dei quattro angoli interni determinati da due parallele tagliate da una trasversale si incontrano nei quattro vertici di un rettangolo.
58	Disegna un triangolo isoscele ABC di base BC e un punto P su BC. Conduci da P la perpendicolare a BC e indica con Q e R le sue intersezioni con le rette dei lati AB e AC. Dimostra che la somma di PQ e PR è congruente al doppio dell'altezza del triangolo.
59	Dimostra che i punti medi dei lati di un rombo sono vertici di un rettangolo; parimenti i punti medi dei lati di un rettangolo sono vertici di un rombo.
60	Nel parallelogramma ABCD, il lato AB è congruente alla diagonale AC; unito A con il punto medio M di BC, si prolunghi il segmento AM del segmento ME $\cong$ AM. Dimostra che il quadrilatero ABEC è un rombo.
61	Considera un angolo $A\hat{B}C$ e per un punto qualsiasi E della sua bisettrice conduci le parallele ai lati; indica con M ed N i punti in cui esse incontrano rispettivamente i lati AB e BC. Dimostra che il quadrilatero BNEM è un rombo.
62	E' dato l'angolo $A\hat{B}C$ sui lati BC e BA si fissino due punti P e Q tali che $BP \cong BQ$ . Da P si conducano le perpendicolari ai lati e così pure da Q. Esse si incontrano in D ed E. Dimostra che il quadrilatero DPEQ è un rombo.
63	Dato un rettangolo ABCD, si conduca una retta attraverso ogni vertice in maniera tale che sia perpendicolare alla diagonale avente tale vertice come uno degli estremi. Dimostra che il quadrilatero formato da queste rette è un rombo.