

1	Sia $O$ l'ortocentro del triangolo $ABC$ ; dimostra che $B$ è l'ortocentro del triangolo $AOC$ .
2	Dimostra che in un triangolo rettangolo il circocentro è il punto medio dell'ipotenusa.
3	Il baricentro del triangolo $ABC$ coincide col circocentro. Dimostra che $ABC$ è equilatero.
4	Il circocentro del triangolo $ABC$ coincide con l'incentro. Dimostra che $ABC$ è equilatero.
5	Sia $O$ l'incentro del triangolo $ABC$ ; la parallela a $BC$ passante per $O$ incontra $AB$ in $P$ e $AC$ in $Q$ . Dimostra che il segmento $PQ$ è congruente alla somma dei segmenti $BP$ e $CQ$ .
6	Nel triangolo rettangolo $ABC$ retto in $A$ sia $G$ il suo baricentro. Dimostra che $BC \cong 3AG$ .
7	Dato un triangolo rettangolo, dimostra che la mediana relativa all'ipotenusa è congruente alla metà dell'ipotenusa stessa.
8	Dimostra che se il circocentro di un triangolo appartiene ad un lato, allora l'angolo opposto a questo lato è retto.
9	Dimostra che se un triangolo è isoscele la bisettrice dell'angolo diverso è anche mediana.
10	Dimostra che gli assi dei cateti di un triangolo rettangolo si incontrano sull'ipotenusa.
11	Sia dato un triangolo $ABC$ e si conduca la mediana $AM$ relativa al lato $BC$ . Dimostra che se i triangoli $AMB$ e $ACM$ sono entrambi isosceli, allora il triangolo $ABC$ è rettangolo in $A$ .
12	Nel triangolo rettangolo $ABC$ retto in $B$ sia $BC > AB$ . La circonferenza di centro l'incentro $O$ del triangolo $ABC$ e raggio $AO$ , incontra il prolungamento di $AO$ in $M$ e il prolungamento di $AB$ in $N$ . Dimostra che $MN$ è parallelo a $BC$ .

13	Dimostra che in un triangolo rettangolo l'altezza e la mediana relativa all'ipotenusa formano un angolo che è congruente alla differenza degli angoli acuti del triangolo.
14	Dato un triangolo ABC, sia M il punto medio del lato AB e siano AH e BK le altezze relative agli altri due lati. Dimostra che il triangolo HMK è isoscele sulla base HK.
15	Sia ABC un triangolo isoscele di base BC. Traccia le semirette AB e AC a cui appartengono i lati AB e AC del triangolo e fissa su di esse rispettivamente i punti E ed F. Dimostra che la somma degli angoli esterni $\widehat{EBC}$ e $\widehat{FCB}$ supera di un angolo piatto l'angolo al vertice $\widehat{CAB}$ .
16	Dimostra che in ogni triangolo rettangolo, congiungendo il circocentro con i punti medi dei cateti e con il vertice dell'angolo retto, si ottengono quattro triangoli congruenti.
17	Se L, M e N sono i punti medi rispettivamente dei lati AB, BC, CA del triangolo ABC, dimostra che il circocentro di ABC coincide con l'ortocentro di LMN.
18	Nel parallelogramma ABCD, AD è maggiore di DC. La perpendicolare in A ad AB e la perpendicolare in C a BC si incontrano nel punto E. Dimostra che D è l'ortocentro del triangolo AEC.
19	Dimostra che in un quadrangolo convesso la somma delle diagonali è minore del perimetro e maggiore del semiperimetro del quadrangolo.
20	Considera un triangolo ottusangolo ABC di ortocentro O e confronta i suoi angoli con gli angoli formati dai segmenti congiungenti i vertici del triangolo con O.
21	Sia ABCD un parallelogramma e AC una sua diagonale. Dimostra che il baricentro G del triangolo ABC appartiene alla diagonale DB e la divide in due parti, l'una doppia dell'altra.
22	Sia ABC un triangolo e AH e BK le sue altezze. Dimostra che i punti A, B, H, K giacciono su una stessa circonferenza.

23	Sia ABC un triangolo equilatero inscritto ad una circonferenza. Dimostra che l'altezza del triangolo è congruente a $\frac{3}{2}$ del raggio della circonferenza circoscritta.
24	Le mediane AM e BN relative ai lati BC e AC del triangolo ABC sono congruenti e si intersecano nel punto R. Dimostra che ABC è un triangolo isoscele e che il triangolo ARB è anch'esso isoscele.
25	Sia ABC un triangolo qualunque e sia O l'incentro. Conduci da O le distanze OD, OE, OF rispettivamente da BC, AC, AB. Dimostra che $AE \cong AF$ ; $CE \cong CD$ ; $BF \cong BD$ .
26	Disegna un triangolo ABC e conduci dal vertice C la mediana CM indicando con BH e AK le distanze dei vertici A e B da tale retta. Dimostra che $BH \cong AK$ e che AK e BH sono parallele.
27	Tre semirette di origine O dividono il piano in tre angoli congruenti. Prendi su ciascuna delle semirette i segmenti OA, OB, OC congruenti fra loro. Dimostra che il triangolo ABC è equilatero e che le bisettrici, le altezze e le mediane di questo triangolo appartengono alle semirette OA, OB, OC.
28	Dato un triangolo ABC, siano M e N i punti medi, rispettivamente di AB e AC. Dimostra che il segmento MN e la mediana AP relativa al terzo lato BC si dimezzano scambievolmente.
29	Nel triangolo ABC, con $AB > CA$ , conduci la bisettrice AD dall'angolo in $\hat{A}$ e da D la semiretta DP che taglia il triangolo e forma con AD l'angolo $\hat{PDA} \cong \hat{ADC}$ e interseca il lato AB nel punto E. Dimostra che $DE \cong DC$ e $AE \cong CA$ e che la retta AD è asse di EC.
30	Gli assi dei tre lati di un triangolo formano tre angoli di $120^\circ$ . Dimostra che il triangolo è equilatero.
31	Dato un quadrilatero ABCD, sia $\hat{DAB} \cong \hat{ABC}$ e $AD \cong DC \cong CB$ . Dimostra che i lati AB e DC sono paralleli.
32	In un triangolo ABC equilatero costruisci il baricentro G. Traccia l'asse dei segmenti AG e BG e dimostra che tali assi dividono il lato AB del triangolo in tre parti congruenti.

33	Esternamente ai lati di un triangolo ABC qualunque, disegna i triangoli equilateri ABE, BCF, CAG. Dimostra che i segmenti AF, BG, CE sono congruenti.
34	Sia ABC un triangolo equilatero. Disegna, esternamente ai suoi lati, tre triangoli equilateri ABE, BCF, ACD i cui baricentri sono, rispettivamente, P, Q, e R. Dimostra che APBQCR è un esagono regolare e che $PQR \cong ABC$ .
35	Disegna un triangolo ABC e traccia dall'incentro S la parallela al lato BC che incontra i lati AB e AC rispettivamente in P e in Q. Dimostra che il perimetro del triangolo APQ è congruente a $AB+AC$ .
36	Sia ABC un triangolo qualunque e sia O l'incentro. Conduci da O le distanze dai lati AB e BC, chiamate rispettivamente OH e OK. Dimostra che la somma di CA e BH è congruente alla somma di BC e AH.
37	Dimostra che il baricentro del triangolo ABC coincide con il baricentro del triangolo MNP con M, N, P punti medi dei lati del triangolo dato.
38	Nel triangolo rettangolo ABC sia AH la proiezione del cateto minore AB sull'ipotenusa. Le rette parallele ai cateti condotte da H incontrano la retta della mediana relativa all'ipotenusa in K e L. Dimostra che i circocentri dei triangoli ABC e HKL coincidono.
39	Dato il trapezio rettangolo ABCD, rettangolo in A e D, con la base maggiore $AB \cong 2CD$ . La perpendicolare a CB in B incontra la retta AD in P. Dimostra che l'ortocentro del triangolo BPD coincide col punto medio di AB.
40	E' dato un trapezio rettangolo in A e D con la base minore AB congruente al lato BC; la bisettrice dell'angolo B incontra la base CD in P e la retta AD in Q. Dimostra che P è l'ortocentro del triangolo ACQ.
41	Nel triangolo rettangolo ABC sia BH l'altezza relativa all'ipotenusa, N il punto medio del segmento HC e M il punto medio del segmento BH. Dimostra che M è l'ortocentro del triangolo ABN.

42	Il triangolo $ABC$ è tale che l'angolo $\widehat{BAC}$ misura il doppio dell'angolo $\widehat{ABC}$ . Per l'incentro $O$ del triangolo conduci la parallela ad $AB$ che interseca $BC$ in $D$ . Dimostra che $OA \cong OD \cong DB$ .
43	Il triangolo $ABC$ , isoscele sulla base $BC$ , è inscritto in una circonferenza $\gamma$ e sia il punto $O$ il suo incentro. Prolunga la retta $BO$ in modo che intersechi la circonferenza in $D$ . Prolunga la retta $CO$ in modo che intersechi ulteriormente la circonferenza in $F$ . Dimostra che il quadrilatero $AFOD$ è un rombo.
44	Dimostra che gli assi dei segmenti che congiungono l'incentro di un triangolo equilatero con gli estremi di un lato dividono uno dei lati in tre parti congruenti.
45	Del triangolo rettangolo $ABC$ retto in $A$ considera il baricentro $G$ e la sua proiezione $P$ su un cateto. Dimostra che il perimetro del triangolo $ABC$ misura il triplo di quello del triangolo $AGP$ .