

## Problemi di geometria numerici con triangoli con angoli di $30^\circ$ , $45^\circ$ e $60^\circ$

1	Un triangolo rettangolo ha un angolo acuto di $30^\circ$ , il cateto minore misura 6 m. Calcola il perimetro e l'area del triangolo. <span style="float: right;">[28,39 m; 31,18 m<sup>2</sup>]</span>
2	Un triangolo rettangolo ha un angolo acuto di $60^\circ$ e il cateto minore misura 8 m. Calcola l'area e il perimetro del triangolo. <span style="float: right;">[55,4 m<sup>2</sup>; 37,85 m]</span>
3	Due lati consecutivi di un parallelogramma comprendono un angolo di $60^\circ$ e sono lunghi rispettivamente 24 m e 10 m. Calcola l'area del parallelogramma. <span style="float: right;">[207,85 m<sup>2</sup>]</span>
4	Due lati consecutivi di un parallelogramma comprendono un angolo di $45^\circ$ . L'area del parallelogramma è 216 m <sup>2</sup> e la base 18 m. Calcola il perimetro del parallelogramma. <span style="float: right;">[69,94 m]</span>
5	Due lati consecutivi di un parallelogramma comprendono un angolo di $30^\circ$ . La loro somma è 8,4 cm e la loro differenza 1,2 cm. Calcola l'area del parallelogramma. <span style="float: right;">[8,64 cm<sup>2</sup>]</span>
6	I due angoli acuti di un parallelogramma $ABCD$ hanno ampiezza $60^\circ$ . Inoltre il lato $BC$ supera di 4 cm il lato $AB$ . Sapendo che l'area del parallelogramma è $30\sqrt{3}$ cm <sup>2</sup> , determina il perimetro del parallelogramma. <span style="float: right;">[32 cm]</span>
7	Nel parallelogramma $ABCD$ il lato $AB$ misura $2a$ , il lato $BC$ misura $3\sqrt{3}a$ e l'angolo in $B$ è $30^\circ$ . Calcola l'area e la misura delle diagonali del parallelogramma. <span style="float: right;">[<math>3a^2\sqrt{3}</math>; <math>a\sqrt{13}</math>; <math>7a</math>]</span>
8	Ogni angolo acuto di un rombo è $60^\circ$ . Come sono i due triangoli ottenuti tracciando la diagonale minore del rombo? Se il lato del rombo è 10 cm, quant'è l'area del rombo? <span style="float: right;">[equilateri; 86,6 cm<sup>2</sup>]</span>
9	Un triangolo scaleno ha i due lati consecutivi di 8 cm e 20 cm. Questi lati comprendono un angolo di $60^\circ$ , calcola l'area e il perimetro del triangolo. <span style="float: right;">[69,3 cm<sup>2</sup>; 45,44 cm]</span>
10	Un triangolo ha l'area di 430,5 cm <sup>2</sup> e l'altezza di 21 cm. Un angolo adiacente alla base è di $45^\circ$ . Calcola il perimetro del triangolo. <span style="float: right;">[99,70 cm]</span>
11	L'area di un triangolo rettangolo isoscele è 2592 cm <sup>2</sup> . Calcola la misura del suo perimetro. <span style="float: right;">[245,82 cm]</span>
12	In un triangolo rettangolo isoscele ognuno dei cateti misura 25 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo. <span style="float: right;">[85,36 cm; 312,5 cm<sup>2</sup>]</span>
13	In un triangolo rettangolo isoscele l'ipotenusa misura 44 m. Calcola il perimetro e l'area del triangolo. <span style="float: right;">[106,23 cm; 484 cm<sup>2</sup>]</span>
14	In un trapezio rettangolo l'angolo acuto è di $45^\circ$ , la base maggiore e la minore misurano rispettivamente 48 cm e 30 cm. Calcola l'area e il perimetro del trapezio. <span style="float: right;">[702 cm<sup>2</sup>; 121,5 cm]</span>
15	In un trapezio rettangolo l'angolo acuto è di $60^\circ$ , il lato obliquo e la base minore misurano rispettivamente 12 cm e 20 cm. Calcola area e perimetro. <span style="float: right;">[239,02 cm<sup>2</sup>; 68,39 cm]</span>

## Problemi di geometria numerici con triangoli con angoli di $30^\circ$ , $45^\circ$ e $60^\circ$

16	In un trapezio rettangolo un angolo alla base è di $30^\circ$ , la base minore misura 26 cm e l'altezza 15 cm. Calcola il perimetro e l'area del trapezio.	[122,98 cm; 584,86 cm <sup>2</sup> ]
17	Un trapezio rettangolo $ABCD$ ha il lato obliquo $BC$ lungo 10 cm. Sapendo che esso forma con la base maggiore $AB$ un angolo di $60^\circ$ e che la diagonale maggiore è bisettrice dell'angolo adiacente a detta base, dimostra che il triangolo $BCD$ è isoscele e calcola perimetro e area del trapezio.	[ $(35 + 5\sqrt{3})$ cm; $\frac{125}{2}\sqrt{3}$ cm <sup>2</sup> ]
18	Un trapezio rettangolo ha il lato obliquo lungo 10 cm. Sapendo che esso forma con la base maggiore un angolo di $60^\circ$ e che la diagonale minore è bisettrice dell'angolo retto adiacente alla base maggiore, calcola il perimetro e l'area del trapezio.	[ $(15 + 15\sqrt{3})$ cm; $\frac{25}{2}(6 + \sqrt{3})$ cm <sup>2</sup> ]
19	In un trapezio scaleno un angolo acuto misura $45^\circ$ e l'altro $30^\circ$ . L'altezza del trapezio misura 20 cm e la base minore 13 cm. Calcola il perimetro e l'area del trapezio.	[148,93 cm; 806,4 cm <sup>2</sup> ]
20	Calcola il perimetro di un trapezio isoscele le cui basi sono lunghe 28 cm e 12 cm e i lati obliqui formano con la base maggiore un angolo di $60^\circ$ .	[72 cm]
21	Calcola il perimetro di un trapezio isoscele le cui basi sono lunghe rispettivamente 7 cm e 2 cm e i lati obliqui formano con la base maggiore un angolo di $45^\circ$ .	[16,07 cm]
22	In un trapezio gli angoli adiacenti alla base maggiore sono rispettivamente di $60^\circ$ e $45^\circ$ . Il lato obliquo che forma con la base maggiore l'angolo di $60^\circ$ è $\frac{9}{20}$ della base maggiore e la loro somma è 58 cm. Calcola il perimetro e l'area del trapezio.	[95,46 cm; 431,89 cm <sup>2</sup> ]
23	L'area di un trapezio rettangolo è di 469,53 cm <sup>2</sup> , la sua altezza misura 18 cm e l'angolo acuto adiacente alla base maggiore ha l'ampiezza di $30^\circ$ . Calcola la misura di ognuna delle basi del trapezio.	[10,5 cm; 41,67 cm]
24	Calcola la lunghezza della base maggiore di un trapezio isoscele avente l'area di 1208 m <sup>2</sup> e l'altezza di 20 m, sapendo che il lato obliquo forma con la base maggiore un angolo di $30^\circ$ .	[95,04 m]
25	Calcola l'area di un trapezio isoscele sapendo che le basi sono lunghe rispettivamente 14 cm e 5 cm e che il lato obliquo forma con la base maggiore un angolo di $45^\circ$ .	[42,75 cm <sup>2</sup> ]
26	Calcola la lunghezza della base maggiore di un trapezio isoscele avente l'area di 45,85 m <sup>2</sup> e l'altezza di 3,5 m, sapendo che il lato obliquo forma con la base maggiore un angolo di $45^\circ$ .	[16,6 m]
27	L'area di un trapezio isoscele è 1232 m <sup>2</sup> e l'altezza 28 m. Sapendo che gli angoli acuti adiacenti alla base maggiore hanno ampiezza di $45^\circ$ , calcola il perimetro del trapezio.	[167,20 cm]
28	In un trapezio isoscele la base minore e l'altezza misurano rispettivamente 22 m e 24 m; gli angoli acuti adiacenti alla base maggiore hanno ampiezza di $30^\circ$ . Calcola il perimetro e l'area del trapezio.	[223,14 m; 1525,66 m <sup>2</sup> ]

## Problemi di geometria numerici con triangoli con angoli di $30^\circ$ , $45^\circ$ e $60^\circ$

29	In un triangolo isoscele gli angoli acuti adiacenti alla base maggiore hanno ampiezza di $60^\circ$ , e la somma e la differenza delle basi sono rispettivamente 68 cm e 16 cm. Calcola il perimetro e l'area del trapezio.	[100 cm; 471,1 cm <sup>2</sup> ]
30	Nel trapezio isoscele $ABCD$ la base minore è congruente al lato obliquo. Sapendo che ciascuno di questi lati è lungo 6 cm e che il lato obliquo forma con la base maggiore un angolo di $60^\circ$ , calcola il perimetro e l'area del trapezio.	[30 cm; 46,71 cm <sup>2</sup> ]
31	In un trapezio isoscele $ABCD$ , gli angoli adiacenti alla base maggiore $AB$ sono di $45^\circ$ . Sapendo che la base minore del trapezio è congruente ai lati obliqui e che il perimetro è di $(12 + 3\sqrt{2})$ cm, determina l'area.	$[\frac{9(\sqrt{2}+1)}{2} \text{ cm}^2]$
32	In un trapezio $ABCD$ , di base maggiore $AB$ e base minore $CD$ , sia l'angolo in $A$ di $60^\circ$ , l'angolo in $B$ di $30^\circ$ e $CD$ lungo 3 cm. Determina il perimetro del trapezio sapendo che l'area è $5\sqrt{3}$ cm <sup>2</sup> .	[(12 + 2 $\sqrt{3}$ ) cm]
33	Nel trapezio isoscele $ABCD$ le altezze $CM$ e $DN$ formano con le basi un quadrato. Sapendo che il lato obliquo, lungo 8 cm, forma con la base maggiore un angolo di $30^\circ$ , determina il perimetro e l'area del trapezio.	[37,86 cm; 43,71 cm <sup>2</sup> ]
34	In un trapezio isoscele gli angoli alla base misurano $60^\circ$ . Sapendo che la base maggiore è il doppio della base minore e che l'area misura $81\sqrt{3} a^2$ , calcola il perimetro.	[30 $\sqrt{3}$ a]
35	Un esagono $ABCDEF$ è formato da due trapezi isosceli aventi la base maggiore $AD$ in comune e le due basi minori $BC$ ed $EF$ uguali. Gli angoli alla base $AD$ del trapezio $ADEF$ hanno ampiezza di $60^\circ$ e gli angoli alla stessa base del trapezio $ABCD$ hanno l'ampiezza di $45^\circ$ . Sapendo che le basi minori $FE$ e $BC$ misurano 20 cm e che la base comune misura 36 cm, calcola il perimetro e l'area dell'esagono.	[94,63 cm; 612,0 cm <sup>2</sup> ]
36	In una circonferenza lunga 301,44 cm è inscritto un triangolo isoscele avente l'angolo al vertice di $30^\circ$ . Calcola il perimetro e l'area del triangolo.	[233,34 cm; 2147,48 cm <sup>2</sup> ]
37	In una circonferenza di centro $O$ e raggio $r$ è inscritto un quadrilatero $ABCD$ . $AB$ è il lato dell'esagono regolare inscritto, $BC$ è il lato del quadrato inscritto, $CD$ è il lato del triangolo equilatero inscritto. Determina le misure del perimetro e dell'area del quadrilatero $ABCD$ .	$[r(\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 1); \frac{r^2}{4}(\sqrt{3} + 1)^2]$
38	In un cerchio di centro $O$ e raggio 12 cm, considera l'angolo al centro $A\hat{O}B$ di ampiezza $60^\circ$ . Per $A$ conduci la tangente alla circonferenza e indica con $P$ il suo punto d'intersezione con il prolungamento del raggio $OB$ . Calcola il perimetro e l'area del triangolo $ABP$ e le ampiezze dei suoi angoli.	[12(2 + $\sqrt{3}$ ) cm; 36 $\sqrt{3}$ cm <sup>2</sup> ; $30^\circ$ ; $30^\circ$ ; $120^\circ$ ]
39	Nel cerchio di centro $O$ avente il diametro $AB$ lungo 32 cm, le corde $AC$ e $BC$ formano l'angolo retto $A\hat{C}B$ . Sapendo che l'angolo $B\hat{A}C$ ha ampiezza $30^\circ$ , calcola il perimetro e l'area dei triangoli $AOC$ e $BOC$ .	[16(2 + $\sqrt{3}$ ) cm; 48 cm ; 64 $\sqrt{3}$ cm <sup>2</sup> ]
40	In una circonferenza di centro $O$ avente il raggio lungo 5 cm, è dato il diametro $AB$ e l'angolo al centro $B\hat{O}C$ di $60^\circ$ . Calcola la lunghezza delle corde $BC$ e $AC$ e l'area del triangolo $ABC$ .	[5 cm; 5 $\sqrt{3}$ cm; $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ cm <sup>2</sup> ]

## Problemi di geometria numerici con triangoli con angoli di $30^\circ$ , $45^\circ$ e $60^\circ$

41	Nel triangolo $ABC$ l'altezza $AH$ divide il lato $BC$ in due segmenti $BH$ e $CH$ proporzionali ai numeri 3 e 13. Sapendo che il perimetro misura $108 a$ e che l'angolo $\widehat{ABC}$ è di $60^\circ$ , calcola la misura dei lati del triangolo.	[18 a; 48 a; 42 a]
42	Considera un triangolo equilatero $ABC$ di lato 5m. Determina la misura del lato del quadrato inscritto nel triangolo $ABC$ , con un lato su $BC$ .	[ $(10\sqrt{3} - 15)$ m]
43	Sia dato un triangolo equilatero $ABC$ il cui lato misura 3 cm. Determina le misure dei lati del rettangolo $PQRS$ inscritto nel triangolo, con il lato $PQ$ su $AB$ , che ha il perimetro uguale a $(9 - 2\sqrt{3})$ cm.	[ $PS = QR = 1,5$ cm; $PQ = RS = 3 - \sqrt{3}$ cm]
44	In un triangolo equilatero $ABC$ le mediane misurano $16\sqrt{3}$ cm. Stabilisci quanto misura il lato del triangolo e determina un punto $P$ , sul lato $AB$ , in modo che la somma di $PA^2$ e $PC^2$ è $928$ cm <sup>2</sup> .	[ $PA = 4$ cm; $PA = 12$ cm]
45	Calcola la misura dell'area del trapezio $ABCD$ , sapendo che l'angolo in $A$ è di $30^\circ$ , l'angolo in $C$ è di $120^\circ$ , $AD$ misura 4 cm e che la misura del perimetro del trapezio è $2(3 + 23)$ cm.	[ $833+2$ cm <sup>2</sup> ]
46	Un triangolo $ABC$ ha l'angolo in $A$ di $45^\circ$ , l'angolo in $C$ di $75^\circ$ e $AC$ misura $4\sqrt{6}$ m. Calcola l'area del triangolo. Dal punto $P$ di $AC$ , tale che $AP$ è la metà di $PC$ , traccia le parallele a $CH$ e $AB$ che intersecano ordinatamente $AB$ in $Q$ e $CB$ in $S$ . Determina il rapporto tra la misura dell'area del triangolo $ACB$ e quella del rettangolo $PQRS$ di lati $PS$ e $PQ$ .	[ $8(3 + \sqrt{3})$ m <sup>2</sup> ; $\frac{9}{4}$ ]
47	Considera un triangolo equilatero $ABC$ di lato 21. Un rettangolo $PQRS$ , inscritto nel triangolo, con il lato $PQ$ su $AB$ , ha le diagonali che misurano $\frac{42}{3}$ . Determina le misure dei lati di $PQRS$ .	$\begin{cases} PS = QR = 7\sqrt{3} & PQ = RS = 7 \\ PS = QR = 5\sqrt{3} & PQ = RS = 11 \end{cases}$
48	Sia $ABC$ un triangolo equilatero di lato 9 cm e sia $DEF$ un altro triangolo equilatero in esso inscritto con il lato $ED$ perpendicolare ad $AB$ . Determina la misura del lato del triangolo $DEF$ e il rapporto tra le aree dei triangoli $ABC$ e $DEF$ .	[ $3\sqrt{3}$ cm; 3]
49	Siano $a$ e $b$ due rette che si intersecano in un punto $O$ . L'angolo in $O$ tra le due rette è di $60^\circ$ . Considera sul lato $a$ un punto $A$ tale che $OA$ misuri 2 cm. Sulla bisettrice dell'angolo determina un punto $P$ tale che $AP$ coincide con il doppio di $PH$ , essendo $PH$ la distanza di $P$ dal lato $b$ .	[ $OP = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm]
50	In un triangolo equilatero l'altezza è pari a 12 cm; calcola l'area e il perimetro.	[ $48\sqrt{3}$ cm <sup>2</sup> ; $24\sqrt{3}$ cm]
51	In un triangolo rettangolo isoscele l'ipotenusa misura $5\sqrt{2}$ cm. Calcola l'ipotenusa di un triangolo rettangolo equivalente al primo triangolo avente un cateto metà dell'ipotenusa.	[ $10/\sqrt{3}$ cm]

## Problemi di geometria

numerici con triangoli con angoli di  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$

52	Il perimetro di un triangolo rettangolo misura $24(3 + \sqrt{3})$ dm. Calcola l'area sapendo che uno degli angoli acuti del triangolo misura $30^\circ$ . [ $288\sqrt{3} \text{ dm}^2$ ]
53	Nel triangolo ABC l'angolo $\hat{A}$ misura $30^\circ$ e l'angolo $\hat{C} = 105^\circ$ . Calcola la misura del perimetro e l'area sapendo che il lato BC misura $2\sqrt{2}$ cm. [ $2(3 + \sqrt{2} + \sqrt{3}) \text{ cm}$ ; $2(\sqrt{3} + 1) \text{ cm}^2$ ]
54	L'area di un rettangolo è $p^2\sqrt{3}$ . Calcola la lunghezza della diagonale sapendo che questa divide l'angolo retto in due parti di cui una è metà dell'altra. [ $2p$ ]
55	Gli angoli adiacenti alla base minore di un trapezio misurano $120^\circ$ e $135^\circ$ . Sapendo che l'altezza del trapezio misura 5 cm e che il perimetro vale $5(7 + \sqrt{3} + \sqrt{2})$ cm, calcola l'area del trapezio. [ $25/6(21 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$ ]
56	Il perimetro di un trapezio rettangolo misura $5(4 + \sqrt{2})$ cm. Sapendo che la base maggiore è doppia della minore e che l'angolo acuto adiacente alla base maggiore misura $45^\circ$ , calcola l'area del trapezio. [ $75/2 \text{ cm}^2$ ]
57	Nel triangolo equilatero ABC sia D il punto in cui la bisettrice dell'angolo esterno in A incontra la perpendicolare alla stessa condotta dal punto C. Sapendo che l'area di ABCD è $216\sqrt{3} \text{ m}^2$ , calcola il perimetro dello stesso quadrilatero. [ $12(5 + \sqrt{3}) \text{ m}$ ]
58	L'ipotenusa di un triangolo rettangolo ABC misura 4 cm e inoltre $\hat{A}CB = 30^\circ$ . Traccia la bisettrice AM dell'angolo retto, e da M conduci le perpendicolari ai cateti che incontrano AC in N e AB in P. Calcola l'area dei quadrilateri ANMP e PBMN. [ $6(2 - \sqrt{3}) \text{ cm}^2$ ; $(3 - \sqrt{3}) \text{ cm}^2$ ]
59	In un triangolo i lati che formano un angolo di $120^\circ$ misurano 20 cm e 24 cm. Trova la misura dell'area e del perimetro del triangolo. [ $120\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ; $4(11 + \sqrt{91}) \text{ cm}$ ]
60	Nel triangolo ABC il lato AB misura $8\sqrt{3}$ cm, l'angolo $\hat{B} = 60^\circ$ e l'angolo $\hat{C} = 45^\circ$ . Calcola il perimetro e l'area del triangolo. [ $12(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}) \text{ cm}$ ; $24(\sqrt{3} + 3) \text{ cm}^2$ ]
61	Nel triangolo ottusangolo ABC, ottuso in C, le proiezioni dei lati minori sul maggiore misurano 21 cm e 5 cm. Sapendo che l'altezza CH relativa ad AB misura $3\sqrt{3}$ cm, verifica che l'angolo $\hat{A}CB = 120^\circ$ .
62	Sul cateto minore AB del triangolo rettangolo ABC, retto in B, prendi il punto D distante $2a$ dal vertice A. Sapendo che l'angolo $\hat{A}CB = 30^\circ$ e che $AD:BD=AC:AB$ , trova la misura dell'area del triangolo ABC e il perimetro di BCD. [ $9\sqrt{3}a^2/2 \text{ cm}^2$ ; $a(1 + 2\sqrt{7} + 3\sqrt{3}) \text{ cm}$ ]
63	Nel trapezio isoscele ABCD la base minore AB e i lati obliqui AD e BC misurano 12 cm; inoltre $\hat{C} = 60^\circ$ . Dopo aver dimostrato che le diagonali sono perpendicolari ai lati obliqui, calcola le misure dell'area e delle diagonali. [ $108\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ; $12\sqrt{3} \text{ cm}$ ]
64	I segmenti di tangenza PA e PB condotti dal punto P esterno alla circonferenza di centro O formano angoli di $30^\circ$ con OP. Calcola il perimetro e l'area del quadrilatero APBO sapendo che OP misura 30 cm. [ $30(1 + \sqrt{3}) \text{ cm}$ ; $225\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ]