

Sistemi di equazioni logaritmiche

indice

1. sistemi con una sola equazione logaritmica ed una algebrica [pag. 2](#)
2. sistemi con entrambe le equazioni logaritmiche [pag. 5](#)
3. sistemi con una sola equazione logaritmica ed una esponenziale [pag. 8](#)
4. sistemi di tre equazioni in tre incognite [pag. 10](#)

Gli esercizi sono proposti in ordine di difficoltà crescente.

nota: in un file così lungo e complesso può accadere che sia presente un errore di diversa natura nonostante gli esercizi siano stati controllati più volte. Saremo grati di ricevere segnalazioni di eventuali refusi o suggerimenti di qualsiasi natura.

1. risolvere i seguenti sistemi con una sola equazione logaritmica ed una algebrica



1	$\begin{cases} x + y = 13 \\ \ln x + \ln y = \ln 36 \end{cases}$	$(4; 9) (9; 4)$
2	$\begin{cases} x + y = 29 \\ \log x + \log y = 2 \end{cases}$	$(25; 4) (4; 25)$
3	$\begin{cases} x + y = 8 \\ \log x + \log y - \log 12 = 0 \end{cases}$	$(2; 6) (6; 2)$
4	$\begin{cases} x - y = 3 \\ \log x + \log y = \log 4 \end{cases}$	$(4; 1)$
5	$\begin{cases} 4x - 2y = 15 \\ \log_3 x - \log_3 y = 1 \end{cases}$	$\left(\frac{9}{2}; \frac{3}{2}\right)$
6	$\begin{cases} x + y = 25 \\ \log x + \log y = 2 \end{cases}$	$(20; 5) (5; 20)$
7	$\begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ x - y = 21 \end{cases}$	$(25; 4)$
8	$\begin{cases} \log x + \log y = 1 \\ x + y = 7 \end{cases}$	$(5; 2) (2; 5)$
9	$\begin{cases} x + y = 9 \\ \ln x + \ln y = \ln 8 \end{cases}$	$(8; 1) (1; 8)$
10	$\begin{cases} \log x + \log y = 1 \\ x - 14y = 4 \end{cases}$	$\left(14; \frac{5}{7}\right)$

11	$\begin{cases} \log_3 x - \log_3 y = 2 \\ x - 2y = 14 \end{cases}$	(18; 2)
12	$\begin{cases} x + y = 4 \\ \log_{16} x + \log_{16} y = \frac{1}{2} \end{cases}$	(2; 2)
13	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ \log_3 x - \log_3 y = \log_3 4 - 1 \end{cases}$	$\left(\frac{4\sqrt{2}}{5}; \frac{3\sqrt{2}}{5}\right)$
14	$\begin{cases} \log x + \log y = \log \sqrt{3} - 2 \log 2 \\ 2x - 1 = \sqrt{3} - 2y \end{cases}$	$\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$
15	$\begin{cases} (x + y)^2 - 2xy = 425 \\ \log_2 x + \log_2 y = \log_2 100 \end{cases}$	(5,20); (20,5)
16	$\begin{cases} \log_2 xy = \log_2(b - 1) \\ x + y = b \end{cases} \quad \text{con } b > 1$	$(b - 1; 1) (1; b - 1)$
17	$\begin{cases} \log x \cdot \log y = \frac{3}{16} \\ xy = 10 \end{cases}$	$(\sqrt[4]{1000}; \sqrt[4]{10}) (\sqrt[4]{10}; \sqrt[4]{1000})$
18	$\begin{cases} \log_a x + \log y = a \\ x - y = a - 1 \end{cases} \quad \text{con } a > 0 \wedge a \neq 1$	$(a; 1)$
19	$\begin{cases} \log x - \log y = 1 \\ \frac{100}{x} + \frac{2y}{5} = 5 \end{cases}$	$\left(25; \frac{5}{2}\right) (100; 10)$
20	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ \ln x + \ln y = \ln 6 \end{cases}$	(2; 3) (3; 2)
21	$\begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 0 \\ x^2 - 5y^2 + 4 = 0 \end{cases}$	(1; 1) (4; 2)

22	$\begin{cases} \log(x^2y) + \log(xy^2) = 9 \\ x + y = 110 \end{cases}$	(100; 10) (10; 100)
23	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 29 \\ \log \sqrt{x} + \log \sqrt{y} = \frac{1}{2} \end{cases}$	(2; 5) (5; 2)
24	$\begin{cases} \log x - \log y = 2 \\ x + xy = 11 \end{cases}$	$(10; \frac{1}{10})$
25	$\begin{cases} \log_4 x + \log_4 y = \frac{7}{2} \\ x^2 + y^2 = 320 \end{cases}$	(8; 16) (16; 8)
26	$\begin{cases} \log x - \log y = 1 \\ x^2 + y^2 = 10100 \end{cases}$	(100; 10)
27	$\begin{cases} x^3 + y^3 = 1001 \\ \log x + \log y = 1 \end{cases}$	(10; 1) (1; 10)
28	$\begin{cases} x^3 + y^3 = 1001 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$	(10; 1)
29	$\begin{cases} \log_2 x + 2 \log_4 y = 3 \\ x + y = 6 \end{cases}$	(2; 4) (4; 2)
30	$\begin{cases} 5(\log_y x + \log_x y) = 26 \\ xy = 64 \end{cases}$	(2; 32) (32; 2)
31	$\begin{cases} 3 \log_y x - \log_x y = 2 \\ x^2 + y = 12 \end{cases}$	(3; 3)
32	$\begin{cases} 2x - 4y = 15 \\ \log_3 x - \log_3 y = 1 \end{cases}$	$(\frac{45}{2}; \frac{15}{2})$


2. risolvere i seguenti sistemi con entrambe le equazioni logaritmiche



33	$\begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = 2 \\ \log_2 x - 2\log_2 y = 3 \end{cases}$	$(2; \frac{1}{2})$
34	$\begin{cases} \log x - \log y = 0 \\ \log x + \log y = 4 \end{cases}$	$(100; 100)$
35	$\begin{cases} \log_3 x - \log_3 y = 3 \\ \log_3 x - 2\log_3 y = 4 \end{cases}$	$(9; \frac{1}{3})$
36	$\begin{cases} \ln(x - y) = 0 \\ \ln x - \ln y = 0 \end{cases}$	\emptyset
37	$\begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$	$(100; 10)$
38	$\begin{cases} \log 100 + \log y = 4 \\ \log x + \log_y 100 = 2 \end{cases}$	$(10; 100)$
39	$\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 3 \\ \ln x - \ln y = \ln 4 \end{cases}$	$(4\sqrt{2}; \sqrt{2})$
40	$\begin{cases} \log_3 x + \log_3 y = -0,5 \\ \log_3 x - \log_3 y = -1,5 \end{cases}$	$(\frac{1}{3}; \sqrt{3})$
41	$\begin{cases} \log x + \log y = 4 \\ \log x - \log y = 2 \end{cases}$	$(1000; 10)$
42	$\begin{cases} \log_2 xy = 5 \\ \log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{y} = 1 \end{cases}$	$(4; 8) (-4; -8)$
43	$\begin{cases} \ln(3a) = \ln(x + y) \\ \ln(xy) = \ln(2a^2) \end{cases} \quad \text{con } a > 0$	$(a; 2a) (2a; a)$

44	$\begin{cases} \log_8 xy = 1 \\ \log_3(x + y) = 2 \end{cases}$	(1; 8) (8; 1)
45	$\begin{cases} \log(x - 2y) = 1 \\ \log_3(x - 9) = 4 \log_3 3 - 2 \end{cases}$	(18; 4)
46	$\begin{cases} \ln x - \ln(2y) = 0 \\ \log_2 x + \log_2 y = \log_2 3 - 1 \end{cases}$	$\left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
47	$\begin{cases} \log_3 x + \log_3 y = 1 \\ \log_2(x + y) = 2 \end{cases}$	(1; 3) (3; 1)
48	$\begin{cases} \log_2(x + 2y) = 3 \\ \log_2 2x + \log_3 y = 1 \end{cases}$	(2; 3)
49	$\begin{cases} \ln(x + y) = \ln 3 + \ln 5 \\ \ln x + \ln y = 2 \ln(5\sqrt{2}) \end{cases}$	(5; 10) (10; 5)
50	$\begin{cases} \log_3(xy) = \log_3 8 \\ 2 \log_2 x - \log_2 y = 0 \end{cases}$	(2; 4)
51	$\begin{cases} \log_6 10x = \log_6 y \\ 3 \log x + 2 \log y = 3 \end{cases}$	$(\sqrt[5]{10}; 10\sqrt[5]{10})$
52	$\begin{cases} 2 \log_2 x^2 - 2 \log_2 y = 4 \\ \log_2(xy) = 4 \end{cases}$	(4; 4)
53	$\begin{cases} \log_6 10x = \log_6 y \\ 3 \log x + 2 \log y = 3 \end{cases}$	$(\sqrt[5]{10}; 10\sqrt[5]{10})$
54	$\begin{cases} \log_x \log_2 \log_x y = 0 \\ \log_y 9 = 1 \end{cases}$	(3; 9)

55	$\begin{cases} \log \sqrt{x} - \log \sqrt{y} = \frac{1}{2} \\ 3 \log x + 2 \log y = 8 \end{cases}$	(100; 10)
56	$\begin{cases} \log x - \log y = \log \sqrt{10} \\ 2 \log x + \log y = \frac{5}{2} \end{cases}$	(10; $\sqrt{10}$)
57	$\begin{cases} 2 \log x + \log y = 5 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$	(100; 10)
58	$\begin{cases} 2 \log x + \log y = 5 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$	(100; 10)
59	$\begin{cases} \log(xy) + \log\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) = 2 \\ \log(8x + 6y) = 2 \end{cases}$	(8; 6)
60	$\begin{cases} \log_{x+1} y = 1 \\ \log_4 y + 1 = \log_4(x+1)^2 \end{cases}$	(3; 4)
61	$\begin{cases} 2 \log_4 x + 4 \log_3 y = 16 \\ 4 \log_4 x - 5 \log_3 y = -7 \end{cases}$	(16; 27)
62	$\begin{cases} 2 \ln x + 2 \ln y = 1 \\ \log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} y = -1 \end{cases}$	\emptyset
63	$\begin{cases} \log x + \log y = 1 \\ x^4 + y^4 = 641 \end{cases}$	(5; 2) (2; 5)
64	$\begin{cases} \log(x^2 + y^2) - 1 = \log 13 \\ \log(x+y) + \log(x-y) = 3 \log 2 \end{cases}$	($\sqrt{69}$; $\sqrt{61}$) ($\sqrt{69}$; $-\sqrt{61}$)
65	$\begin{cases} 5 \log_2(2x - 3y) - 3 \log_2(6x - 5y) = 3 \\ 12 \log_2(2x - 3y) - 5 \log_2(6x - 5y) = 16 \end{cases}$	(1; -2)
66	$\begin{cases} \log_2(x^2 + x + 4) - 3 \log_4(y^2 + y + 4) = -2 \\ \log_2(x^2 + x + 4)^2 - 2 \log_{16}(y^2 + y + 4) = 6 \end{cases}$	(3; 3) (-4; -4) (3; -4) (-4; 3)

3. risolvere i seguenti sistemi con una sola equazione logaritmica ed una esponenziale 

67	$\begin{cases} x^{\log y} = 1 \\ \log x + \log y = 1 \end{cases}$	(1; 10) (10; 1)
68	$\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 1 \\ 3^{x+y} = \frac{1}{27} \end{cases}$	\emptyset
69	$\begin{cases} \log(x + y) = 2(\log\sqrt{x} + \log\sqrt{y}) \\ 2^x = 8^y \end{cases}$	$(4; \frac{4}{3})$
70	$\begin{cases} \log x - \log y = 1 \\ 2^x \cdot 2^y = 8^{30} \end{cases}$	(100; 10)
71	$\begin{cases} \frac{\log x}{\log y} = 2 \\ 3^x \cdot 3^y = 9^3 \end{cases}$	(9; 3)
72	$\begin{cases} 2^x 4^y = 32 \\ \ln(x - y)^2 = 2 \ln 2 \end{cases}$	(3; 1) $(\frac{1}{3}; \frac{7}{3})$
73	$\begin{cases} \log(\sqrt{x - y}) = \log(y - 2) \\ 2^x \cdot 2^y = 8 \end{cases}$	\emptyset
74	$\begin{cases} \frac{3^y}{3^{2x}} = 27 \\ \log_2(\sqrt{y - x}) = \log_4 y \end{cases}$	(0; 3)
75	$\begin{cases} \log_3(2y - x) = 0 \\ 3^x + 3^y = \frac{4}{3} \end{cases}$	(-1; 0)
76	$\begin{cases} 5^{\log_5 x} + 2x = \frac{9}{10} \\ \log_5(x - y) - 2 \log_5 x = 1 \end{cases}$	$(\frac{3}{10}; -\frac{3}{20})$

77	$\begin{cases} xy = 100 \\ y^{\log x} = 1 \end{cases}$	$(1; 100) (100; 1)$
78	$\begin{cases} y^{\log x} = \frac{1}{100} \\ xy = 10 \end{cases}$	$\left(100; \frac{1}{10}\right) \left(\frac{1}{10}; 100\right)$
79	$\begin{cases} 6^x = 8(2^{y-4} \cdot 3^{y-1}) \\ \log_{xy} 12 = 1 \end{cases}$	$(3; 4) (-4; -3)$
80	$\begin{cases} x + \log y^2 = 3 \\ y^x = 10 \end{cases}$	$(1; 10) (2; \sqrt{10}) (2; -\sqrt{10})$
81	$\begin{cases} x^y = 5x - 4 \\ \log_x 16 = 2 \end{cases}$	$(4; 2)$
82	$\begin{cases} x^x + y^y = 31 \\ x \ln x + y \ln y = \ln 108 \end{cases}$	$(2; 3) (3; 2)$
83	$\begin{cases} y \log x = 4 \\ x^{\frac{1}{y}} = 10 \end{cases}$	$(100; 2); \left(\frac{1}{100}; -2\right)$
84	$\begin{cases} x^y = 0,01 \\ \log x^2 + y = 0 \end{cases}$	$(10; -2) \left(\frac{1}{10}; 2\right)$
85	$\begin{cases} xy = 300 \\ x^{\log y} = 9 \end{cases}$	$(3; 100)$
86	$\begin{cases} x^{\log y} = 100 \\ (\log x)^2 + (\log y)^2 = 5 \end{cases}$	$(10; 100) (100; 10) \\ \left(\frac{1}{10}; \frac{1}{100}\right) \left(\frac{1}{100}; \frac{1}{10}\right)$
87	$\begin{cases} xy = 100 \\ x^{\log x} = 10 \end{cases}$	$(10; 10) \left(\frac{1}{10}; 1000\right)$
88	$\begin{cases} xy = 40 \\ x^{\log y - \log 2} = 2 \end{cases}$	$(10; 4)$

89	$\begin{cases} xy = 40 \\ x^{\log y} = 4 \end{cases}$	$(10; 4) (4; 10)$
90	$\begin{cases} x^{\log y} = 2 \\ xy = 20 \end{cases}$	$(10; 2) (2; 0)$

4. risolvere i seguenti sistemi di tre equazioni in tre incognite



91	$\begin{cases} \log x + \log y = 1 \\ z + y = 11 \\ \log_3 x = \log_3 z \end{cases}$	$(10; 1; 10) (1; 10; 1)$
92	$\begin{cases} x + y + z = 7 \\ \ln x + \ln y = \ln 6 \\ \ln z - \ln y = 0 \end{cases}$	$(3; 2; 2) \left(4; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$
93	$\begin{cases} \log_3 y + \log_3 z = 2a \\ \log_3 z + \log_3 x = 2b \\ \log_3 x + \log_3 y = 2c \end{cases}$	$(3^{b+c-a}; 3^{c+a-b}; 3^{a+b-c})$
94	$\begin{cases} \frac{1}{5} \log x - \frac{1}{2} \log y = 0 \\ \frac{1}{3} \log x - \frac{1}{2} \log z = 1 \\ \frac{1}{2} \log z - \frac{1}{3} \log y = 2 \end{cases}$	$(10^{15}; 10^6; 10^8)$