

Diseguazioni esponenziali frazionarie

indice

1. Diseguazioni esponenziali frazionarie risolubili mediante applicazioni delle proprietà delle potenze [pag. 2](#)
2. Diseguazioni esponenziali frazionarie risolubili mediante una variabile ausiliaria [pag. 6](#)
3. Diseguazioni esponenziali frazionarie risolubili mediante l'uso di logaritmi [pag. 8](#)
4. Diseguazioni esponenziali frazionarie di riepilogo [pag. 11](#)

Gli esercizi sono proposti in ordine di difficoltà crescente.

nota: in un file così lungo e complesso può accadere che sia presente un errore di diversa natura nonostante gli esercizi siano stati controllati più volte. Saremo grati di ricevere segnalazioni di eventuali refusi o suggerimenti di qualsiasi natura.

1. diseguazioni esponenziali risolubili mediante applicazioni delle proprietà delle potenze



| | | |
|----|----------------------------------|---|
| 1 | $\frac{1 - 2^x}{x} \geq 0$ | \emptyset |
| 2 | $\frac{2^x}{x - 2} > 0$ | $x > 2$ |
| 3 | $\frac{x + 3}{3^x} > 0$ | $x > -3$ |
| 4 | $\frac{5^x - 25}{5x - 25} > 0$ | $x < 2 \vee x > 5$ |
| 5 | $\frac{3^x - 1}{3x + 1} \leq 0$ | $-\frac{1}{3} < x \leq 0$ |
| 6 | $\frac{4x + 2}{2 - 4^x} < 0$ | $x < -\frac{1}{2} \vee x > \frac{1}{2}$ |
| 7 | $\frac{7^x + 1}{7x - 49} \geq 0$ | $x > 7$ |
| 8 | $\frac{9^x - 81}{9x + 81} > 0$ | $x < -9 \vee x > 2$ |
| 9 | $\frac{2^x - 2}{3^x - 3} > 0$ | $x \neq 1$ |
| 10 | $\frac{5^x - 1}{2^x} \geq 0$ | $x \geq 0$ |
| 11 | $\frac{5^x - 25}{3^x + 9} < 0$ | $x < 2$ |

| | | |
|----|---|--------------------|
| 12 | $\frac{1 - 5^x}{1 - 3^x} \geq 0$ | $x \neq 0$ |
| 13 | $\frac{5^x + 25}{3^x + 9} < 0$ | \emptyset |
| 14 | $\frac{7 - 7^x}{9 - 3^x} \leq 0$ | $1 \leq x < 2$ |
| 15 | $\frac{4^x - 1}{3^x + 3} \geq 0$ | $x \geq 0$ |
| 16 | $\frac{1 - 2^x}{5^x - 1} \leq 0$ | $x \neq 0$ |
| 17 | $\frac{9^x + 81}{2^x - 16} \geq 0$ | $x > 4$ |
| 18 | $\frac{7^x + 1}{4^x - \frac{1}{2}} > 0$ | $x > -\frac{1}{2}$ |
| 19 | $\frac{2^{2x} - 2^x}{3^x - 3} > 0$ | $x < 0 \vee x > 1$ |
| 20 | $\frac{3^x + 2}{3^x - 2} < 0$ | $x < \log_3 2$ |
| 21 | $\frac{8^{3x} - 1}{2^{-3x} - 8} > 0$ | $-1 < x < 0$ |
| 22 | $\frac{5^x - 1}{25 - 5^x} > 0$ | $0 < x < 2$ |

| | | |
|----|---|---------------------------------|
| 23 | $\frac{3^x - 1}{9 - 3^x} \leq 0$ | $x \leq 0 \vee x > 2$ |
| 24 | $\frac{2^x - 1}{2^x - 2} > 0$ | $x < 0 \vee x > 1$ |
| 25 | $\frac{3^{2x} - 3^x}{3^{2x} + 3^x} \geq 0$ | $x \geq 0$ |
| 26 | $(7^x + 7)(7^x + 2) \geq 0$ | R |
| 27 | $\left(3^{\frac{2}{3}x} - 9\right)(2^{-x} + 1) > 0$ | $x > 3$ |
| 28 | $\frac{1}{4^x} > \frac{1}{2^x}$ | $x < 0$ |
| 29 | $\frac{2^{-x} - 4^{-1}}{\sqrt{2} - 2^x} \geq 0$ | $x < \frac{1}{2} \vee x \geq 2$ |
| 30 | $\frac{4^{5x+8} + 12}{4^{x+5} - 2} < 0$ | $x < -\frac{9}{2}$ |
| 31 | $\frac{0,1^x - 100}{100^x - 0,001} < 0$ | $x < -2 \vee x > -\frac{3}{2}$ |
| 32 | $\frac{3^{2x+2} - \frac{1}{3}}{3^{2x} - 81} > 0$ | $x < -\frac{3}{2} \vee x > 2$ |
| 33 | $\frac{49^x - 7^x}{49^x + 7^x} \geq 0$ | $x \geq 0$ |

| | | |
|----|---|--|
| 34 | $\frac{7^{-x} - 343}{1 - (2\sqrt{2})^x} \leq 0$ | $-3 \leq x < 0$ |
| 35 | $\frac{3^{-x} + 2}{27 - 3^{x+1}} < 0$ | $x > 2$ |
| 36 | $\frac{(5^x - 1) \left[4 - \left(\frac{1}{2}\right)^x \right]}{5^x - 25} \leq 0$ | $x \leq -2 \vee 0 \leq x < 2$ |
| 37 | $\frac{6}{2^x - 1} + \frac{3}{2^x + 1} > \frac{2}{2^x - 1}$ | $x > 0$ |
| 38 | $\frac{1}{3^x - 9} > \frac{1}{3^x + 1}$ | $x > 2$ |
| 39 | $\frac{2}{2^x - 2} + \frac{9}{2^x - 1} < \frac{8}{2^x - 2}$ | $x < 0 \vee 1 < x < 2$ |
| 40 | $\frac{3 \cdot 2^x}{2^x - 2} + \frac{2^2}{2^x + 2} < \frac{2^3 - 3 \cdot 2^{2x}}{(2 - 2^x)(2 + 2^x)}$ | $x < 1$ |
| 41 | $\frac{2^x - 3 \cdot 2^x - 2^{2x} - 4^x}{3^{-x}(2^x - 4^x)} < 0$ | $x < 0$ |
| 42 | $\frac{e^x \cdot \left(\frac{1}{e}\right)^{-1} - e^x}{e^{5x} - 1} \leq 0$ | $x < 0$ |
| 43 | $\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{1-x} - 1}{\sqrt{2} - (2^{x-1})^{\frac{1}{3}}} < 0$ | $1 < x < \frac{5}{2}$ |
| 44 | $\frac{(3^x - 1)^{\frac{1}{2}} - 2\sqrt{2}}{3^{x^2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right) - 9} \geq 0$ | $0 \leq x < \frac{\sqrt{21}}{3} \vee x \geq 2$ |


| | | |
|----|--|---|
| 45 | $\frac{e^{\sqrt{1-x}} - e^2 \cdot e^{-2x}}{\left(\frac{1}{10}\right)^{x^2-3} - 10^{2x}} \leq 0$ | $-3 < x \leq \frac{3}{4}$ |
| 46 | $\frac{7^{x^2-8} - 49^x}{2^{2x^2+2x+4} - 4} \leq 0$ | $-2 \leq x \leq 4$ |
| 47 | $\frac{2^{-3x^2} - \frac{1}{2}}{3^x - 1} \geq 0$ | $x \leq -\frac{\sqrt{3}}{3} \vee 0 < x \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$ |
| 48 | $\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^x (3^{2x} - 27)}{8^x} < 0$ | $x < \frac{3}{2}$ |
| 49 | $\frac{\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{x}} - 1\right)(3^{3x^2} - 27)}{2^{3x-4} - \frac{1}{4}} > 0$ | $\frac{2}{3} < x < 1$ |
| 50 | $\frac{3^{2-x} - 3^{-x}}{9^x - 3^{2x+1}} < 3^{4+9x}$ | R |

2.disequazioni esponenziali risolubili mediante una variabile ausiliaria




| | | |
|----|-------------------------------------|---------------------------|
| 51 | $\frac{2}{2^x} + 1 < 2^x$ | $x > 1$ |
| 52 | $\frac{2^3}{2^x} + 2^{x+1} \geq 17$ | $x \leq -1 \vee x \geq 3$ |
| 53 | $2 - 3^x < \frac{1}{3^x}$ | $x \neq 0$ |
| 54 | $\frac{32}{2^x} + 2^x < 12$ | $2 < x < 3$ |
| 55 | $4^{-x} + \frac{1}{2^{x-1}} \leq 3$ | $x \geq 0$ |

| | | |
|----|---|--|
| 56 | $\frac{7^x - 7^{1-x} - 6}{3^x - 7^x} < 0$ | $x < 0 \vee x > 1$ |
| 57 | $(2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8)(2^x - 8) \geq 0$ | $1 \leq x \leq 2 \vee x \geq 3$ |
| 58 | $\frac{4}{2^x - 1} + \frac{3}{2^x + 1} > 5$ | $0 < x < 1$ |
| 59 | $\frac{3 \cdot 3^x + 9 \cdot 3^{-x} - 4}{3^x} < \frac{8}{3}$ | $1 < x < 2$ |
| 60 | $\frac{3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3}{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^x - 1\right](5 - x^2)} \geq 0$ | $-\sqrt{5} < x \leq -1 \vee$ $0 < x \leq 1 \vee x > \sqrt{5}$ |
| 61 | $\frac{3^{-x} - 3^{x+1}}{3^{x-1} \cdot (3^{x+1}) - 9} \geq 0$ | $-\frac{1}{2} \leq x < 1$ |
| 62 | $\frac{2^{\sqrt{x^2-4}}}{4^{\frac{1}{x}} - 4^{\frac{1}{x}} + 1} > 0$ | $x \leq -2 \vee x \geq 2$ |
| 63 | $\frac{30 \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{x}{2}} - 27 \left(\frac{2}{3}\right)^x - 8}{9 \left(\frac{2}{3}\right)^x + 4 \left(\frac{2}{3}\right)^{-x} + 2} \geq 0$ | $2 \leq x \leq 4$ |
| 64 | $\frac{(2^x - 8)(2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+1} + 8)}{2^x - \sqrt{3} \cdot 2^x - 3 - 1} \leq 0$ | $1 \leq x \leq 3 \wedge x \neq 2$ |
| 65 | $\frac{3^{x+1} + 3^{2-x} - 4}{3^x} < \frac{8}{3}$ | $1 < x < 2$ |
| 66 | $\frac{5^x - 3}{5^x + 2} < 5^x + 1$ | R |

| | | |
|---|---|--|
| 67 | $\frac{2^x - 1}{2^x + 1} - 2^x > 0$ | \emptyset |
| 68 | $\frac{3^{2x} + 1}{1 - 3^x} + 2 > 0$ | $x < 0$ |
| 69 | $\frac{2^{x-1} - 2^{\frac{x+1}{2}} - 8}{9^x - 4 \cdot 3^x + 3} > 0$ | $0 < x < 1 \vee x > 5$ |
| 70 | $\frac{3^{1-2x} - 10\left(\frac{1}{3}\right)^x + 3}{\sqrt{3^{x-1}} + 1} > 0$ | $x < -1 \vee x > 1$ |
| 71 | $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1} + 4\right)(3^{2x+2} - 2 \cdot 3^{x+1} - 3) \leq 0$ | $x \leq 0$ |
| 3.disequazioni esponenziali risolubili mediante l'uso di logaritmi | |  |
| 72 | $\frac{3}{2^x} < 2^x$ | $x > \log_2 \sqrt{3}$ |
| 73 | $\frac{5 - 2^{-x}}{2^x + 1} > 0$ | $x > -\frac{\ln 5}{\ln 2}$ |
| 74 | $\frac{e^{-x} + e^x}{e^{4x} - 4} \leq 0$ | $x < \ln \sqrt{2}$ |
| 75 | $\frac{2^x - 5}{2^x - 2} > 0$ | $x < 1 \vee x > \frac{\ln 5}{\ln 2}$ |
| 76 | $\frac{4^x - 1}{3^x - 4} \leq 0$ | $0 \leq x < \frac{2 \ln 2}{\ln 3}$ |
| 77 | $\frac{3^{-x} - 25 \cdot 3^x}{2^x - 4^x - 1} < 0$ | $x < -\frac{\ln 5}{\ln 3}$ |

| | | |
|----|---|--|
| 78 | $\frac{2 + 2^x(3 \cdot 2^x - 5)}{1 - 3^x} > 0$ | $x < 1 - \frac{\ln 3}{\ln 2}$ |
| 79 | $\frac{5^{2x-1} - 5^x + \frac{4}{5}}{7^{x+2} - 49} < 0$ | $x < \log_5 4 \wedge x \neq 0$ |
| 80 | $\frac{1 + e^{-x+2}}{2e^{x+3} - 5} \geq 0$ | $x > -3 + \ln \frac{5}{2}$ |
| 81 | $\frac{4^x + 10 \cdot 2^{x-1} + 6}{6^x - 3^{2x}} > 0$ | $x < 0$ |
| 82 | $\frac{e^{2x} - e^x}{2e^{2x} - 5e^x + 2} > 0$ | $-\ln 2 < x < 0 \vee x > \ln 2$ |
| 83 | $\frac{11^{x+1} - 11^x + 3 \cdot 2^x + 2^x}{6^{2x} - 6^{x+1} + 8} \leq 0$ | $\log_6 2 < x < \log_6 4$ |
| 84 | $\frac{2^{2x} - 2}{2^{2x} + 6} - \frac{18}{2^{2x} - 2} \leq 0$ | $\frac{1}{2} < x \leq \log_4 26$ |
| 85 | $\frac{5}{e^x} - e^x < 3e^{-x}$ | $x > \frac{1}{2} \ln 2$ |
| 86 | $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} > \frac{1}{2}$ | $x > \frac{1}{2} \ln 3$ |
| 87 | $\frac{e^{2x} - 4e^x + 3}{e^{4x} + 4} \leq 0$ | $0 \leq x \leq \ln 3$ |
| 88 | $\frac{e^x - \left(\frac{1}{e^x}\right)}{e^x + \left(\frac{1}{e^x}\right)} > \frac{1}{2}$ | $x > \frac{1}{2} \ln 3$ |
| 89 | $2^x + 7 \cdot 4^x - 8^x \geq \frac{3 \cdot 4^{x+1} - 12}{2^x} + 7$ | $x \leq 0 \vee \log_2 3 \leq x \leq 2$ |

| | | |
|----|--|--|
| 90 | $\frac{2e^{3x} - 9e^{2x} + e^x + 12}{(e^{\sqrt{2x+3}} - e^x)(e^{2x} - e^x - 2)} \leq 0$ | $-\frac{3}{2} \leq x \leq \ln \frac{3}{2} \vee$ $\ln 2 < x \leq \ln 4 \vee x > 3$ |
| 91 | $\frac{2^x - 2}{\sqrt[3]{3 \cdot (36^x - 6^x)} - 6} < 0$ | $\frac{\ln 2}{\ln 6} < x < 1$ |
| 92 | $\frac{3^{2x-1} - 4^x}{6\sqrt{x} - 2} > 0$ | $0 \leq x < \left(\frac{\ln 2}{\ln 6}\right)^2 \vee$ $x > \frac{\ln 3}{\ln 9 - \ln 4}$ |
| 93 | $\frac{5^{2x+1} + 40}{5^x} < 10$ | \emptyset |
| 94 | $\frac{2^{3x-1} \cdot 5^{-x}}{3^{2x+3}} > \frac{1}{2}$ | $x < -\frac{3 \ln 3}{\ln 45 - \ln 8}$ |
| 95 | $\frac{2^{x-1}\sqrt{5}}{(\sqrt{10})^x} \geq 5^{1-x}$ | $x \geq \frac{\ln 20}{\ln 10}$ |
| 96 | $\frac{3^{-2x-1} + \sqrt{9^{1-2x}}}{2^{x+3} + 2^{x-3}} > 2$ | $x < -\frac{\ln 39 - \ln 8}{\ln 18}$ |
| 97 | $\frac{(3 \cdot 4^{x-\sqrt{2}} + 1) \left(5^{\frac{2x-1}{3}} - 3^x\right)}{\sqrt{2} \cdot 2^{x+2} - 3^{-x}} < 0$ | $x < -\frac{\ln 5}{\ln 27 - \ln 25} \vee$ $x > -\frac{5 \ln 2}{\ln 36}$ |
| 98 | $\frac{2^x \cdot 5 - 5^x}{\sqrt{2^{x-1}}} < 0$ | $x > \frac{\ln 5}{\ln 5 - \ln 2}$ |
| 99 | $\frac{5^x + 1}{5^{2x} - 2} < 1$ | $x < \frac{\ln 2}{2 \ln 5} \vee$ $x > \frac{\ln(\sqrt{13} + 1)}{\ln 5} - \frac{\ln 2}{\ln 5}$ |

| | | |
|---|--|--|
| 100 | $\frac{3 \cdot 3^x}{5^{x+1}} > 2$ | $x < -\frac{\ln 10 - \ln 3}{\ln 5 - \ln 3}$ |
| 101 | $\frac{2 \cdot 5^{3+2x}}{9^x} > \sqrt{2}$ | $x > -\frac{1}{4} \frac{6 \ln 5 + \ln 2}{\ln 5 - \ln 3}$ |
| 4. diseguazioni esponenziali di riepilogo  | | |
| 102 | $\frac{2^x - 1}{27 - 3^x} \leq 0$ | $x \leq 0 \vee x > 3$ |
| 103 | $(x - 3)3^{x^2-3x} \leq 0$ | $x \leq 3$ |
| 104 | $\left[\left(\frac{2}{7}\right)^x - 1\right](3 - x^2) \geq 0$ | $-\sqrt{3} \leq x \leq 0 \vee x \geq \sqrt{3}$ |
| 105 | $\frac{3^{x^2-4x} - 1}{x - 1} \geq 0$ | $0 \leq x < 1 \vee x \geq 4$ |
| 106 | $\frac{5^{2x} - 5^x}{5^{2x} + 5^x} \geq 0$ | $x \geq 0$ |
| 107 | $\frac{2^{x+1} - 2^{-2x}}{16 - 2^{x^2}} \geq 0$ | $x < -2 \vee -\frac{1}{3} \leq x < 2$ |
| 108 | $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^x - \sqrt[3]{\frac{2}{5}}\right]\left(3 \cdot 3^x - \frac{1}{3}\right) \geq 0$ | $-2 \leq x \leq \frac{1}{3}$ |
| 109 | $(e \cdot e^{-\sqrt{x}} - 1) \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{1+\frac{1}{x}} - 4\right] \leq 0$ | $0 < x \leq 1$ |

| | | |
|-----|--|--------------------------------------|
| 110 | $\frac{8^x + 3 \cdot 2^{x+2} - 3 \cdot 2^{2x+1} - 8}{\sqrt{2^{2x} + \frac{1}{3^x} + 10}} \geq 0$ | $x \geq 1$ |
| 111 | $\frac{2^{x-12} \sqrt{43^x}}{\sqrt{2^{x-1}}} > \frac{4}{x^{-6} \sqrt{8^{x+6}}}$ | $6 < x < 18 \wedge x \in \mathbb{N}$ |
| 112 | $\frac{4^{1+x} \cdot 2^{x-1}}{6^{1-x}} > 3$ | $x > \frac{\ln 9}{\ln 48}$ |
| 113 | $\frac{3^x \cdot 10}{2^x} \leq 10^x$ | $x \geq \frac{1}{\log 20 - \log 3}$ |
| 114 | $\frac{2^x - 3}{2^x + 3} < \frac{2^x + 3}{2^x - 3}$ | $x > \frac{\ln 3}{\ln 2}$ |
| 115 | $\sqrt{2^x - 1} > \frac{1}{\sqrt{2^x + 1}}$ | $x > \frac{1}{2}$ |
| 116 | $\frac{2 + e^{\sqrt{x}} + e^x}{e^{2x} - e} \geq 0$ | $x > \frac{1}{2}$ |
| 117 | $\frac{x^2 + x^3}{1 - e^{\frac{x+1}{x+3}}} \geq 0$ | $x < -3 \vee x = 0$ |
| 118 | $\frac{\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} - 1}{\sqrt{2} - \sqrt[3]{2^{x-1}}} < 0$ | $1 < x < \frac{5}{2}$ |
| 119 | $\left \frac{3^{2x} - 1}{3^{2x} + 1} \right < 1$ | \mathbb{R} |

| | | |
|-----|--|--|
| 120 | $\frac{3^{-x} - 27}{5^{\frac{x-2}{x}} - 25} \leq 0$ | $x \leq -3 \vee -2 < x < 0$ |
| 121 | $\frac{5^{ x+2 } - 5}{e^x + \sqrt{e}} \leq 0$ | $-3 \leq x \leq -1$ |
| 122 | $\frac{9^x - 3^{ x }}{4^x - 3 \cdot 2^x + 2} \geq 0$ | $x > 1$ |
| 123 | $\frac{3 \cdot 4^x - 8}{4 - 4^x} + \frac{4}{2^x + 2} + \frac{3 \cdot 2^x}{2^x - 2} < 0$ | $x < 1$ |
| 124 | $2^x + 7 \cdot 2^{2x} - 7 - 2^{3x} \geq \frac{3 \cdot 2^{2x+2} - 12}{2^x}$ | $x \leq 0 \vee \log_2 3 \leq x \leq 2$ |
| 125 | $\left(2^{x^2} - \frac{2}{3}\right) (5^{3x} - 6 \cdot 5^{2x} + 3 \cdot 5^x + 10) \leq 0$ | $\log_5 2 \leq x \leq 1$ |
| 126 | $\frac{3^x + 1}{3^x - 1} - \frac{3^x}{3^x + 1} \leq \frac{7}{3}$ | $x < 0 \vee x \geq \log_3 2$ |
| 127 | $\frac{2^x + 1}{2^x - 1} - \frac{2^x}{2^x + 1} \geq \frac{5}{4}$ | $0 < x \leq \log_2 3$ |
| 128 | $\frac{3^{\sqrt{x}+1} - 3^{\sqrt{x}-1}}{9^{\sqrt{x}} + 1} < \frac{12}{5}$ | $x \geq 0$ |
| 129 | $\frac{2^{\sqrt{x}+1} - 2^{\sqrt{x}-1}}{4^{\sqrt{x}} + 1} < \frac{15}{8}$ | $x \geq 0$ |

| | | |
|-----|--|---|
| 130 | $\frac{\left(\frac{1}{5}\right)^{2(x^2-2)} - 126 \left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-1} + 5}{(3^x + 2)(9^x - 3^x)} \leq 0$ | $x \leq -\sqrt{3} \vee 0 < x \leq \sqrt{3}$ |
| 131 | $\frac{8 \cdot 6^{\frac{3x-1}{x}} - 2^{x+5} \cdot 3^{x+2}}{ 3^{2x} - 3^x - 2} \geq 0$ | $0 < x < \log_3 2$ |
| 132 | $\frac{(3^{x^2-1} - 9)(7^{x+1} - 4^{2x})}{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x(x-1)}{2}} - 4^x} \geq 0$ | $\begin{aligned} & -3 < x \leq -\sqrt{3} \vee \\ & 0 < x \leq \sqrt{3} \vee \\ & x \geq \frac{\ln 7}{\ln 16 - \ln 7} \end{aligned}$ |