1. Esercizio Guida: risolviamo l'equazione frazionaria a coefficienti numerici

$$\frac{2x-3x^2}{x+1}=\frac{5}{x+1}-3x$$

Per iniziare, calcoliamo il campo di esistenza (C. E.) dopo aver scomposto i denominatori in fattori primi.

$x+1\neq 0$ cioè $x\neq -1$

COSA SIGNIFICA???

Tra tutte le soluzioni possibili, devo scartare "– 1" perché questo valore di x rende nullo il denominatore che deve essere diverso da zero affinché l'equazione non perda di significato.

Calcoliamo il minimo comune multiplo tra i denominatori.

RICORDA!!!

Per il m.c.m. tra polinomi scelgo i fattori primi comuni e non comuni, con l'esponente più grande, in questo caso: $x+1$

quindi:

$$\frac{2x-3x^2}{x+1}=\frac{5-3x\cdot(x+1)}{x+1}$$

moltiplico entrambi i membri per $x+1$

$$(x+1)\ \frac{2x-3x^2}{x+1}=\frac{5-3x\cdot(x+1)}{x+1}\ (x+1)$$

RICORDA!!!

Applichiamo il **secondo principio di equivalenza**: moltiplicando o dividendo entrambi i membri di una equazione per uno stesso numero diverso da zero o per una stessa espressione che non si annulli tenendo conto delle condizioni di esistenza, si ottiene una equazione equivalente a quella data.

Sviluppiamo i calcoli:

$$(x+1)\,\frac{2x-3x^2}{x+1}=\frac{5-3x\cdot(x+1)}{x+1}\,(x+1)$$

$$\cancel{(x+1)}\,\frac{2x-3x^2}{\cancel{x+1}}=\frac{5-3x\cdot(x+1)}{\cancel{x+1}}\,\cancel{(x+1)}$$

$$2x-3x^2=5-3x\cdot(x+1)$$

$$2x-\cancel{3x^2}=5-\cancel{3x^2}-3x$$

$$2x=5-3x$$

$$2x+3x=5$$

$$5x=5$$

per il secondo principio di equivalenza dividiamo ambo i membri per 5

$$\frac{5x}{5}=\frac{5}{5}$$ semplifichiamo:

$$\frac{\cancel{5}x}{\cancel{5}}=\frac{\cancel{5}}{\cancel{5}}$$

Si ottiene così la soluzione:

$$x=1$$

La soluzione ottenuta è accettabile perché non è esclusa dal C.E.

2. Esercizio Guida: risolviamo l'equazione frazionaria a coefficienti numerici

$$\frac{1}{x-3} = -\frac{2}{x+5}$$

Per iniziare, calcoliamo il campo di esistenza (C. E.) dopo aver scomposto i denominatori in fattori primi.

$x-3 \neq 0$ cioè $x \neq 3$
$x+5 \neq 0$ cioè $x \neq -5$

COSA SIGNIFICA???

Tra tutte le soluzioni possibili, devo scartare 3 e -5 perchè questi valori di x rendono nulli i denominatori delle relative frazioni algebriche che devono essere diversi da zero affinché l'equazione non perda di significato.

Calcoliamo il minimo comune multiplo tra i denominatori.

RICORDA!!!

Per il m.c.m. tra polinomi scelgo i fattori primi comuni e non comuni, con l'esponente più grande, in questo caso: $(x-3)$ e $(x+5)$

quindi:

$$\frac{x+5}{(x-3)(x+5)} = -\frac{2\,(x-3)}{(x-3)(x+5)}$$

moltiplico entrambi i membri per $(x-3)(x+5)$

$$(x-3)(x+5)\frac{x-5}{(x-3)(x+5)} = -\frac{2\,(x-3)}{(x-3)(x+5)}\ (x-3)(x+5)$$

RICORDA!!!

Applichiamo il **secondo principio di equivalenza**: moltiplicando o dividendo entrambi i membri di una equazione per uno stesso numero diverso da zero o per una stessa espressione che non si annulli tenendo conto delle condizioni di esistenza, si ottiene una equazione equivalente a quella data.

Sviluppiamo i calcoli:

$$\cancel{(x-3)(x+5)}\frac{x+5}{\cancel{(x-3)(x+5)}}=-\frac{2(x-3)}{\cancel{(x-3)(x+5)}}\cancel{(x-3)(x+5)}$$

$$x+5=-2(x-3)$$

$$x+5=-2x+6$$

$$x+2x=6-5$$

$$3x=1$$

per il secondo principio di equivalenza dividiamo ambo i membri per 3

$$\frac{3x}{3}=\frac{1}{3}$$

semplificiamo:

$$\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}}=\frac{1}{3}$$

Si ottiene così la soluzione:

$$x=\frac{1}{3}$$

La soluzione ottenuta è accettabile perché non è esclusa dal C.E.

3. Esercizio Guida: risolviamo l'equazione frazionaria a coefficienti numerici

$$\frac{x-1}{x+1}-\frac{x+1}{x-1}+\frac{8}{x^2-1}=0$$

Per iniziare, calcoliamo il campo di esistenza (C. E.) dopo aver scomposto i denominatori in fattori primi.

$x+1 \neq 0$ cioè $x \neq -1$
$x-1 \neq 0$ cioè $x \neq 1$
$x^2-1 \neq 0$ cioè $(x+1)(x-1) \neq 0 \rightarrow x+1 \neq 0$ e $x-1 \neq 0$

RICORDA!!!
La quantità x^2-1 è una DIFFERENZA DI QUADRATI del tipo a^2-b^2 che può essere riscritta nella forma $(a+b)(a-b)$, cioè $(x+1)(x-1)$

Pertanto, il C. E. dell'equazione è
$x \neq 1$ e $x \neq -1$

COSA SIGNIFICA???

Tra tutte le soluzioni possibili, devo scartare 1 e -1 perchè questi valori di x rendono nulli i denominatori delle relative frazioni algebriche che devono essere diversi da zero affinché l'equazione non perda di significato.

Calcoliamo il minimo comune multiplo tra i denominatori.

RICORDA!!!

Per il m.c.m. tra polinomi scelgo i fattori primi comuni e non comuni, con l'esponente più grande, in questo caso: $(x-1)$ e $(x+1)$

quindi:

$$\frac{(x-1)(x-1)}{(x+1)(x-1)}-\frac{(x+1)(x+1)}{(x+1)(x-1)}+\frac{8}{(x+1)(x-1)}=0$$

moltiplichiamo entrambi i membri per $(x+1)(x-1)$

$$(x+1)(x-1)\frac{(x-1)^2-(x+1)^2+8}{(x+1)(x-1)}=0(x+1)(x-1)$$

RICORDA!!!

Applichiamo il **secondo principio di equivalenza**: moltiplicando o dividendo entrambi i membri di una equazione per uno stesso numero diverso da zero o per una stessa espressione che non si annulli tenendo conto delle condizioni di esistenza, si ottiene una equazione equivalente a quella data.

Sviluppiamo i calcoli:

$$\cancel{(x+1)(x-1)}\frac{(x-1)^2-(x+1)^2+8}{\cancel{(x+1)(x-1)}}=0(x+1)(x-1)$$

$$\cancel{x^2}+\cancel{1}-2x-\cancel{x^2}-\cancel{1}-2x+8=0$$

$$-4x=-8$$

per il secondo principio di equivalenza dividiamo ambo i membri per -4

$$\frac{-4x}{-4}=\frac{-8}{-4} \qquad \text{semplifichiamo:} \qquad \frac{\cancel{-4}x}{\cancel{-4}}=\frac{\cancel{-8}^{\,2}}{\cancel{-4}}$$

Si ottiene così la soluzione:

$$\boldsymbol{x=2}$$

La soluzione ottenuta è accettabile perché non è esclusa dal C.E.

4. Esercizio Guida: risolviamo l'equazione frazionaria a coefficienti numerici

$$\frac{x+3}{2x-2}=\frac{x+1}{x-1}$$

Per iniziare, calcoliamo il campo di esistenza (C. E.) dopo aver scomposto i denominatori in fattori primi.

$2(x-1)\neq 0$ da cui $2\neq 0$ sempre e $x-1\neq 0$ cioè $x\neq 1$
$x-1\neq 0$ cioè $x\neq 1$

Pertanto, il C. E. dell'equazione è
$x\neq 1$

COSA SIGNIFICA???

Tra tutte le soluzioni possibili, devo scartare 1 perchè questo valore di x rende nulli i denominatori delle relative frazioni algebriche che devono essere diversi da zero affinché l'equazione non perda di significato.

Calcoliamo il minimo comune multiplo tra i denominatori.

RICORDA!!!

Per il m.c.m. tra polinomi scelgo i fattori primi comuni e non comuni, con l'esponente più grande, in questo caso: 2 e $(x-1)$

quindi:

$$\frac{x+3}{2(x-1)}=\frac{2(x+1)}{2(x-1)}$$

moltiplichiamo entrambi i membri per $2(x-1)$

$$2(x-1)\frac{x+3}{2(x-1)}=\frac{2(x+1)}{2(x-1)}2(x-1)$$

RICORDA!!!

Applichiamo il **secondo principio di equivalenza**: moltiplicando o dividendo entrambi i membri di una equazione per uno stesso numero diverso da zero o per una stessa espressione che non si annulli tenendo conto delle condizioni di esistenza, si ottiene una equazione equivalente a quella data.

Sviluppiamo i calcoli:

$$\cancel{2(x-1)}\frac{x+3}{\cancel{2(x-1)}}=\frac{2x+2}{\cancel{2(x-1)}}\cancel{2(x-1)}$$

$x+3=2x+2$

$x-2x=2-3$

$-x=-1$

per il secondo principio di equivalenza moltiplichiamo ambo i membri

per -1

$x=1$

Si ottiene così la soluzione:

$$\boldsymbol{x=1}$$

La soluzione ottenuta NON è accettabile perché esclusa dal C.E.

Pertanto, l'equazione è IMPOSSIBILE.