Problemi sull'ellisse

	equazione dell'ellisse	
1	Determina l'equazione di un'ellisse che ha i fuochi sull'asse delle ascisse, semiasse maggiore lungo 6 e distanza focale uguale a 4	$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{32}=1$
2	Scrivi l'equazione dell'ellisse con i fuochi sull'asse y sapendo che la somma dei semiassi è 11 e la distanza focale è $2\sqrt{77}$	$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{81}=1$
3	Determina l'equazione dell'ellisse con i fuochi sull'asse delle ordinate sapendo che la somma degli assi è $24+8\sqrt{5}$ e che un vertice ha coordinate $(0;-12)$	$\frac{x^2}{80}+\frac{y^2}{144}=1$
4	Determina l'equazione dell'ellisse con i fuochi sull'asse delle ascisse sapendo che la somma degli assi è 16 e che l'eccentricità vale $\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1$
5	Scrivi l'equazione dell'ellisse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, di eccentricità e uguale $\frac{\sqrt{5}}{5}$ e avente il semiasse minore $a=4$	$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{20}=1$
6	Determina l'equazione dell'ellisse con i fuochi sull'asse x, centro nell'origine degli assi e passante per il punto $P\left(3;\frac{12}{5}\right)$ sapendo che la distanza focale è 8	$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$
7	Dopo aver scritto l'equazione dell'ellisse passante per i punti di coordinate $\left(2\sqrt{3};-1\right)$ e $\left(\sqrt{15};\frac{1}{2}\right)$, calcola la lunghezza della corda che la retta di equazione $y=1$ stacca su di essa.	$4\sqrt{3}$
8	Data l'ellisse di equazione $x^2+16y^2=16$, determina per quali valori di k le rette del fascio di equazione $y=2x+k$ intersecano l'ellisse.	$\sqrt{65}\leq k\leq\sqrt{65}$
9	Dopo aver trovato i valori di k affinché l'equazione $\frac{x^2}{4k+4}+\frac{y^2}{3+k}=1$ rappresenti un'ellisse, determina quello corrispondente all'ellisse passante per il punto $\left(2;\sqrt{2}\right)$	$k>-1;\ k=1$
10	Determina i valori del parametro k affinché l'equazione $\frac{x^2}{2k-1}+\frac{y^2}{5k+2}=1$: a) sia un'ellisse con i fuochi sull'asse delle ordinate; b) abbia un fuoco di coordinate $(0;3)$; c) abbia un vertice di coordinate $(-3;0)$; d) abbia eccentricità $\sqrt{\frac{6}{7}}$	$a)\ k>\frac{1}{2};$ $b)\ k=2;$ $c) k=5;$ $d)\ k=1$
11	Considera l'equazione $(k+2)x^2-ky^2=1$ e trova per quali valori di k si ha: a) un'ellisse; b) una circonferenza; c) un'ellisse con i fuochi sull'asse x e un'ellisse con i fuochi sull'asse y; d) un'ellisse con un fuoco di coordinate $(1;0)$. Posto $k=-\frac{1}{4}$, trova i vertici del quadrato inscritto nell'ellisse.	$a)\ -2<k<0;$ $b)\ k=-1;$ $c) -2<k<-1, -1<k<0;$ $d)\ k=-\sqrt{2};$ $(\frac{\sqrt{2}}{2};\pm\frac{\sqrt{2}}{2});\ (-\frac{\sqrt{2}}{2};\pm\frac{\sqrt{2}}{2})$

Problemi sull'ellisse

12	Sull'ellisse $9x^2+25y^2=225$, trova i punti la cui distanza dal fuoco di destra è 4 volte la distanza dal fuoco di sinistra.	$\left(-\frac{15}{4};\pm\frac{3}{4}\sqrt{7}\right)$
13	Un'ellisse, simmetrica rispetto agli assi coordinati e i cui fuochi si trovano sull'asse x, passa per il punto $P\left(-4;\sqrt{21}\right)$ ed ha eccentricità $\frac{3}{4}$. Scrivi l'equazione dell'ellisse e trova i raggi vettori focali del punto P.	$\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{28}=1;$ $r_1=11;\ r_2=5$
14	Determina la traiettoria del punto mobile P la cui distanza dalla retta $x=9$ è sempre il triplo della distanza dal punto $A(1;0)$.	$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$
15	L'eccentricità di un'ellisse è $\frac{2}{5}$ e la distanza tra un punto P dell'ellisse e una direttrice è 20. Calcola la distanza tra il punto P e il fuoco associato a questa direttrice.	8
16	Determina i punti dell'ellisse $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$ la cui distanza dal fuoco destro è 14	$(-5;\ \pm3\sqrt{3})$

posizioni reciproche tra rette ed ellisse		
17	Determina le coordinate dei punti di intersezione dell'ellisse, con i fuochi sull'asse x, i cui assi misurano $2\sqrt{52}$ e $2\sqrt{13}$, con la retta di equazione $x-2y+2=0$	$A(4;3);\ B(-6;-2)$
18	Determina le coordinate dei punti di intersezione dell'ellisse di assi 10 e 8 con la retta di equazione $3x+5y-15=0$	$A(-\frac{7}{5};\frac{96}{25});\ B(5;0)$
19	L'ellisse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ha eccentricità $\frac{4}{5}$ e asse minore $2b=12$. Determina l'equazione della curva e trova le coordinate dei punti P e Q di intersezione tra la curva e la retta $2x-5y+2=0$	$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$ $P(8;\frac{18}{5});\ Q(-\frac{112}{13};-\frac{198}{65})$
20	Date l'ellisse $9x^2+25y^2=225$ e la retta $y=-\frac{x}{2}$, determina la misura della corda intercettata sulla retta dall'ellisse.	$30\sqrt{\frac{5}{61}}$
21	Nel fascio di rette parallele all'asse delle ascisse, determina le rette sulle quali l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{12}=1$ stacca una corda di lunghezza $\sqrt{2}$	$y=\pm3$
22	Data l'ellisse $x^2+4y^2=4$, calcola l'area del rettangolo che ha i vertici sui punti di intersezione dell'ellisse con le bisettrici dei quadranti.	$\frac{16}{5}$
23	Scrivi l'equazione dell'ellisse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ che passa per i punti $A\left(4;\frac{6}{5}\right)$ e $B\left(-3;-\frac{8}{5}\right)$. Trova le coordinate dei punti di intersezione tra l'ellisse e la retta perpendicolare ad AB condotta per il centro della curva.	$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$ $\left(\frac{20}{\sqrt{641}};-\frac{50}{\sqrt{641}}\right);$ $\left(-\frac{20}{\sqrt{641}};\frac{50}{\sqrt{641}}\right)$
24	Trova la misura della corda che risulta bisettrice dell'angolo formato dagli assi dell'ellisse $x^2+2y^2=18$	$4\sqrt{3}$

Problemi sull'ellisse

25	Scrivi l'equazione dei lati del rettangolo di perimetro 28 inscritto nell'ellisse di equazione $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{32}=1$	$x=\pm 3, y=\pm 4$; $x=\pm\frac{51}{25}, y=\pm\frac{124}{25}$
26	Calcola la misura della corda dell'ellisse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ che giace su una diagonale del rettangolo costruito sugli assi dell'ellisse.	$\sqrt{2(a^2+b^2)}$
27	Data l'ellisse di equazione $x^2+3y^2=3$, considera la retta parallela all'asse y e passante per il suo fuoco di ascissa positiva. Indicati con A e B i punti in cui tale retta incontra l'ellisse e con P e Q i vertici appartenenti all'asse delle ascisse, calcola l'area dei triangoli ABP e ABQ.	$\frac{3-\sqrt{6}}{3}$ $\frac{3+\sqrt{6}}{3}$
28	Scrivi l'equazione dell'ellisse avente un fuoco nel punto $F(2;0)$ e passante per $P\left(-\frac{3}{\sqrt{5}};2\right)$. Indicati con A e B i punti di intersezione di tale ellisse con la retta di equazione $y-x-\sqrt{5}=0$, calcola l'area del triangolo ABO essendo O l'origine degli assi.	$\frac{45}{14}$

	equazioni delle rette tangenti ad una ellisse	
29	Data l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{4}=1$ e il fascio di rette di equazione $y=mx-4$, determina i valori del parametro m che corrispondono a rette che: a) intersecano l'ellisse in due punti distinti; b) sono tangenti all'ellisse; c) sono esterne all'ellisse.	$a)\ m<-1\ e\ m>1$; $b)\ m=\pm 1$; $c)\ -1<m<1$
30	Date l'ellisse di equazione $4x^2+y^2=4$ e la retta r che stacca sugli assi x ed y due segmenti che, in valore e segno, misurano rispettivamente 8 e -3, determina le equazioni delle tangenti all'ellisse perpendicolari a r.	$8x+3y\pm 10=0$
31	Sull'ellisse $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{8}=1$, determina il punto P più vicino alla retta $2x-3y+25=0$ e calcola la distanza d tra P e questa retta.	$P(-3;2)$; $d=\sqrt{13}$
32	Dopo aver scritto l'equazione dell'ellisse che passa per $P\left(1;\frac{4}{3}\right)$ e $Q\left(2;-\frac{\sqrt{10}}{3}\right)$, individua nel fascio di centro P, la retta ad essa tangente. Calcola poi l'area del triangolo che tale tangente forma con gli assi cartesiani.	$x+6y-9=0$; $area=\frac{27}{4}$
33	Trova le tangenti all'ellisse di equazione $x^2+4y^2=9$ che passano per il punto $A(9;0)$. Indicati con B e C i punti di tangenza, trova l'area del triangolo ABC.	$x\pm 4\sqrt{2}y-9=0$; $area=8\sqrt{2}$

Problemi sull'ellisse

34	Condurre le tangenti all'ellisse di equazione $4x^2+9y^2=144$ che passano per i punti $A(9;0)$ e $B(-9;0)$ e calcola l'area e il perimetro del rettangolo che ha come vertici i quattro punti di tangenza.	$4x \pm 3\sqrt{5}y = 36$; $area = \frac{64\sqrt{5}}{3}$; $perimetro = 16 + \frac{16\sqrt{5}}{3}$
35	Dopo aver scritto l'equazione dell'ellisse che passa per $P\left(\sqrt{14}; \sqrt{\frac{3}{5}}\right)$ e che è tangente alla retta t di equazione $y=3$, considera le rette r e s del fascio di centro $(0;-4)$ che sono tangenti a tale ellisse. Calcola l'area del triangolo individuato dalle rette r, s e t.	$\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{9}=1$ $7\sqrt{105}$

ellisse traslata

36	Scrivi l'equazione dell'ellisse ottenuta dall'ellisse di equazione $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ mediante la traslazione di vettore $\vec{v}(-1;1)$; scrivi le coordinate dei fuochi dell'ellisse traslata.	$x^2+2y^2+2x-4y+1=0$; $F_1(0;1)$; $F_2(-2;1)$
37	Scrivi l'equazione dell'ellisse di eccentricità $\frac{\sqrt{10}}{4}$ che ha centro in $O'(1;-3)$ e che ha i fuochi sulla retta $x=1$, distanti tra loro $2\sqrt{5}$	$\frac{(x-1)^2}{3}+\frac{(y+3)^2}{8}=1$
38	Una traslazione di vettore $\vec{v}(a;b)$ fa corrispondere l'origine del sistema di riferimento al vertice di ascissa maggiore dell'ellisse di equazione $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$. Determina le componenti del vettore e l'equazione dell'ellisse traslata.	$a=5$; $b=0$; $4x^2+25y^2-40x=0$
39	Determina l'equazione dell'ellisse che ha gli assi coordinati come assi di simmetria, i fuochi sull'asse delle ascisse, semiasse maggiore uguale a 4 ed eccentricità uguale a $\frac{2}{3}$. Scrivi poi l'equazione dell'ellisse corrispondente alla data in una traslazione di vettore $\vec{v}(3;2)$	$\frac{(x-3)^2}{16}+\frac{9(y-2)^2}{80}=1$
40	Determina l'equazione dell'ellisse con centro di simmetria nell'origine degli assi coordinati, passante per i punti $P(-6:0)$ e $Q(0;4)$. Scrivi poi l'equazione della sua trasformata nella traslazione di vettore $\vec{v}(1;0)$. Considerato il punto T di ascissa 4 e ordinata positiva dell'ellisse traslata, scrivi l'equazione della retta ad essa tangente in T.	$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$ $T(4;2\sqrt{3})$; $2x+3\sqrt{3}y-26=0$

esercizi di riepilogo

41	Determina i parametri a e b della dilatazione di equazioni $\begin{cases} x' = ax \\ y' = by \end{cases}$, con a, b appartenenti a $\mathbb{R}^+$, affinché la circonferenza con centro nell'origine e raggio 1 sia trasformata nell'ellisse di equazione $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$	$a=8$; $b=6$
42	Scrivi le equazioni di una dilatazione che trasforma la circonferenza di equazione $x^2+y^2=16$ nell'ellisse di equazione $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$	$\begin{cases} x' = x \\ y' = \frac{y}{2} \end{cases}$

Problemi sull'ellisse

43	Un'ellisse con i fuochi sull'asse x delle ascisse ha eccentricità $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e passa per il punto $(2;3)$. Determina l'area racchiusa dall'ellisse.	20π
44	Determina l'equazione del luogo dei punti $P(x;y)$ del piano cartesiano che soddisfano la relazione $5PQ = PH$, essendo $Q(1;0)$ e PH la distanza di P dalla retta parallela all'asse delle ordinate che passa per il punto $(25;1)$	$24x^2 + 25y^2 = 600$
45	Nell'ellisse di equazione $\frac{x^2}{b^2+1} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, determina il valore del parametro b^2 in modo che la curva corrispondente passi per il punto $P\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Inscrivi poi nell'ellisse un rettangolo con un lato appartenente alla retta di equazione $x = 1$ e calcolane l'area.	$\frac{2x^2}{\sqrt{3}+2} + \frac{2y^2}{\sqrt{3}} = 1$; $2(3-\sqrt{3})$
46	Nel fascio di rette parallele di coefficiente angolare $\sqrt{3}$, determina quelle tangenti all'ellisse di equazione $x^2 + 2y^2 = 1$. Considera poi il quadrilatero che ottieni intersecando tali rette con le tangenti all'ellisse per il due vertici che appartengono all'asse delle ordinate; determina l'area di tale quadrilatero.	$\frac{4\sqrt{21}}{3}$
47	Dopo aver scritto l'equazione dell'ellisse con centro nell'origine e tangente alle rette di equazioni $y = 3$ e $x = -6$, inscrivi in essa un rettangolo che abbia la base doppia dell'altezza. Calcola le coordinate dei vertici di tale rettangolo.	$(\pm 3\sqrt{2}; \pm 3\frac{\sqrt{2}}{2})$; $(\mp 3\sqrt{2}; \pm\frac{3\sqrt{2}}{2})$
48	Scrivi l'equazione dell'ellisse con centro nell'origine degli assi cartesiani e che ha un vertice in $V(-2;0)$ e un fuoco in $F(0;\sqrt{5})$; determina poi l'equazione della parabola che ha vertice in F e passa per V. scrivi le equazioni delle rette tangenti alla parabola nei suoi punti di intersezione con l'asse x. Calcola infine l'area del triangolo individuato da tali tangenti e dall'asse x.	$y=-\frac{\sqrt{5}x^2}{4}+\sqrt{5}$; $y = \sqrt{5}(x-2)$; $y = -\sqrt{5}(x+2)$; $area = 4\sqrt{5}$
49	Individua i punti P dell'ellisse di equazione $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ tali che l'angolo $F_1\hat{P}F_2$ sia retto, essendo F_1, F_2 i fuochi dell'ellisse.	$\left(\pm\frac{5\sqrt{7}}{4}; \pm\frac{9}{4}\right); \left(\mp\frac{5\sqrt{7}}{4}; \pm\frac{9}{4}\right)$
50	Data l'ellisse di equazione $x^2 + 9y^2 - 9 = 0$, determina sull'arco di curva di coordinate positive un punto P in modo che, indicato con A il suo vertice di ascissa positiva e con B quello di ordinata positiva, il triangolo PAB sia isoscele.	$P\left(\frac{108+3\sqrt{66}}{82}; \frac{-4+9\sqrt{66}}{82}\right)$