Problemi sull'iperbole

ricerca dell'equazione dell'iperbole		
1	Scrivere l'equazione, riferita agli assi, dell'iperbole che ha l'asse delle ascisse come asse traverso, le rette $2x-3y=0, 2x+3y=0$ come asintoti e passa per il punto $P\left(\frac{9}{2};\ \sqrt{5}\right)$.	$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$
2	Data l'equazione dell'iperbole $9x^2-16y^2=144$, determina la misura del semiasse traverso, le coordinate dei vertici e dei fuochi, l'eccentricità e l'equazione degli asintoti.	4; A'(-4;0); A''(4;0); B'(0;-3); B''(0;3); F_1(-5;0); F_2(5;0); e=$\frac{5}{4}$; y=$\pm\frac{3x}{4}$
3	Trova sul ramo destro dell'iperbole $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ un punto la cui distanza dal fuoco destro sia 2 volte minore di quella dal fuoco sinistro.	$P(\frac{48}{5};\pm\frac{3\sqrt{119}}{5})$
4	Determina il luogo dei punti per i quali il rapporto tra la distanza dal punto $(4;0)$ e la distanza dalla retta $x=\frac{7}{4}$ vale $\frac{4}{\sqrt{7}}$.	$\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{9}=1$
5	Determina l'equazione, riferita agli assi, di un'iperbole in cui l'asse traverso $2a$ sia la metà della distanza focale $2c$.	$3x^2-y^2=3a^2$
6	Sull'iperbole $x^2-y^2=4$, determinare il punto in cui i raggi focali sono perpendicolari fra loro.	P$(\pm\sqrt{6};\pm\sqrt{2})$
7	Determina la traiettoria di un punto P che si muove in modo tale che la sua distanza dal punto $F(-8;0)$ risulta sempre il doppio della sua distanza dalla retta $x=-2$.	$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{48}=1$
8	Determina per quali valori di k l'equazione $\frac{x^2}{4k^2-1}-\frac{y^2}{k-3}=1$ rappresenta: a) una ellisse; b) una circonferenza; c) una iperbole.	a) k<$-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}<k<3$; b) k=$\frac{-1\pm\sqrt{65}}{8}$; c) $-\frac{1}{2}<k<\frac{1}{2}$ $e\ k>3$
9	Un'iperbole ha un fuoco nel punto $F(0;-2)$ e ha per asintoti le rette di equazione $y=-\frac{1}{2}x$ e $y=\frac{1}{2}x$. Dopo aver determinato l'equazione di tale curva, considera il vertice V di ordinata positiva e da esso traccia una retta parallela all'asse x, indicando con P e Q i punti nei quali interseca gli asintoti. Determina infine l'area del triangolo OPQ.	$20y^2$-$5x^2$=16; $\frac{8}{5}$

rette ed iperboli

10	Determina per quale valore di a l'iperbole di equazione $x^2 - y^2 = a^2$ stacca sulla retta di equazione $x - 4y = 0$ una corda lunga $16\sqrt{\frac{1}{15}}$.	a=± 2
11	Determina l'equazione dell'iperbole che ha un vertice nel punto $V(2\sqrt{2};0)$ e come asintoti le rette di equazione $y = \pm 2x$. Calcola poi la lunghezza del segmento individuato dai punti di intersezione tra la curva e la retta di equazione $x + y - 1 = 0$.	$4x^2 - y^2 = 32$; $\frac{20\sqrt{2}}{3}$
12	Dopo aver determinato l'equazione dell'iperbole avente un vertice reale di coordinate $(2;0)$ e un vertice non reale nel punto $(0;-4)$, calcola la lunghezza della corda individuata sulla bisettrice del primo e terzo quadrante.	$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$ $\frac{8\sqrt{6}}{3}$
13	Data l'iperbole di equazione $y^2 - 9x^2 = 9$, trova un punto P sull'asse y tale che, detti A e B i punti di contatto delle tangenti per P all'iperbole, sia $AB = \frac{8}{3}$.	$P(0;\pm\frac{9}{5})$
14	Determina i punti di intersezione tra la curva di equazione $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ e la retta che passa per l'origine ed ha coefficiente angolare $-\frac{1}{2}$. Calcola poi l'area del triangolo che ha vertici nell'origine del sistema di riferimento, nel vertice di ascissa negativa dell'iperbole e nel punto di intersezione di ascissa negativa.	$(\frac{3\sqrt{2}}{2};\frac{-3\sqrt{2}}{4})$; $(-\frac{3\sqrt{2}}{2};\frac{3\sqrt{2}}{4})$; $\frac{3\sqrt{2}}{4}$
15	Dai due punti $A(0;1), B(0;-1)$ si conducano le tangenti all'iperbole di equazione $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = 1$ e si determinino l'area e il perimetro del rettangolo che ha come vertici i punti di tangenza.	$y = \pm 1 \pm x\sqrt{2}$; $144\sqrt{2}$; $16\sqrt{2} + 36$
16	Dopo aver determinato le coordinate dei punti A e B di intersezione dell'iperbole di equazione $x^2 - \frac{y^2}{8} = -1$ con la retta di equazione $y = 4x$, indicati con F_1, F_2 i fuochi dell'iperbole stabilisci la natura del quadrilatero AF_1BF_2 e determinane l'area.	A(-1;-4); B(1;4); parallelogramma; 6
17	Determina il valore di q in modo tale che la retta $y = \frac{5}{2}x + q$: a) intersechi l'iperbole $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$; b) sia tangente all'iperbole; c) non intersechi l'iperbole.	a) $\lvert q\rvert > \frac{9}{2}$ b) $q = \pm\frac{9}{2}$ c) $\lvert q\rvert < \frac{9}{2}$
18	Nel fascio di rette di equazione $y = k$, determina quelle sulle quali l'iperbole di equazione $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$ stacca una corda di lunghezza $2\sqrt{30}$.	y=± 6
19	Determina il valore di m in modo tale che la retta $y = mx - 1$ risulti tangente all'iperbole $2x^2 - 3y^2 = 6$. Trova le coordinate dei punti di contatto e verifica che la circonferenza, che ha il centro nell'origine degli assi e passa per uno di questi punti, passa anche per l'altro. Ricerca inoltre le coordinate degli altri due punti comuni alla circonferenza e all'iperbole.	m=± 1; (-3;2); (3;2); $x^2 + y^2 = 13$; $(-3;-2)$; (3;-2)

Problemi sull'iperbole

20	Determina le equazioni delle rette tangenti all'iperbole di equazione $x^2 - y^2 = 9$ nei suoi punti di intersezione con la retta $x - 5 = 0$. Delle due rette trovate, si indichi con t quella che è tangente del primo quadrante. Trova i punti P e Q di intersezione di t con gli asintoti e calcola l'area del triangolo POQ.	$5x \pm 4y - 9 = 0$ 9
21	Dati l'iperbole di equazione $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ e il fascio di rette parallele alla retta di equazione $y = 2x$, determina i valori dell'ordinata all'origine delle rette che: a) intersecano l'iperbole in due punti distinti; b) sono tangenti all'iperbole; c) sono esterne all'iperbole.	a) $q < -1 \; e \; q > 1$; b) $q = \pm 1$; c) $-1 < q < 1$
22	Data l'iperbole di equazione $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = -1$, determina i coefficienti angolari delle rette del fascio di centro $C(1;0)$ che: a) intersecano l'iperbole in due punti distinti; b) sono tangenti all'iperbole; c) sono esterne all'iperbole.	a) $m < -\frac{3\sqrt{5}}{5} \; e \; m > \frac{3\sqrt{5}}{5}$; b) $m = \pm\frac{3\sqrt{5}}{5}$; c) $-\frac{3\sqrt{5}}{5} < m < \frac{3\sqrt{5}}{5}$
23	Scrivi l'equazione dell'iperbole, con i fuochi sull'asse x, passante per i punti $A(2;1)$ e $B(-1;0)$ e poi quella della circonferenza di centro O passante per i fuochi dell'iperbole. Individua le intersezioni delle due curve e calcola l'area del rettangolo che essere formano.	$x^2 - 3y^2 = 1$ $3x^2 + 3y^2 = 4$; $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}; \pm\frac{\sqrt{3}}{6}\right); \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}; \pm\frac{\sqrt{3}}{6}\right)$ $area = \frac{\sqrt{15}}{3}$
24	Determina i punti A e B di intersezione fra le due iperboli di equazione $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ e $x^2 - 16y^2 = 4$ e poi i punti C e D di intersezione fra le due curve di equazioni $x - y = 0$ e $xy = 3$. Dopo aver stabilito la natura del quadrilatero individuato da tali punti, calcolane l'area.	$4\sqrt{3}$

iperbole traslata		
25	Determina l'equazione dell'iperbole di eccentricità 2, avente centro di simmetria $O'(1;-3)$ e i fuochi su una retta parallela all'asse x distanti tra loro 4.	$3x^2 - y^2 - 6x - 6y - 9 = 0$
26	È data la curva di equazione $x^2 - 4y^2 - 2x - 3 = 0$. Detto A il punto di ascissa positiva in cui la curva interseca l'asse delle ascisse, determina l'equazione della retta tangente in A alla curva stessa.	$A(3;0)$; $x = 3$
27	Determina l'equazione dell'iperbole che ha i fuochi nei punti $(3;5)$ e $(3;-1)$ e gli asintoti di coefficienti angolari $\pm 2\sqrt{2}$.	$(y-2)^2 - 8(x-3)^2 = 8$
28	Determina in quali punti l'iperbole con fuoco in $F(-1;-1)$ e con i due asintoti di equazione $y = -2x + 2$ e $y = 2x + 6$ interseca gli assi cartesiani.	$(0;\ 4 \pm 2\sqrt{6})$

29	Un'iperbole ha il centro nel punto $(-2;3)$, è tangente in uno dei suoi vertici all'asse y e passa per $A(2;6)$. Trova le equazioni dei suoi asintoti.	$2(y-3)=\pm\sqrt{3}(x+2)$
30	Determina per quali valori di k l'equazione $x^2+2ky^2-kx+(k+3)y-2=0$ rappresenta un'iperbole. Trova poi per quali valori di k l'iperbole: a) ha centro sulla retta di equazione $y=-2x$; b) ha come asse di simmetria la retta di equazione $x=2$.	$k<0$; a) $k=-\frac{3}{4}$; b) $k=-\frac{1}{3}$
31	Data un'iperbole di equazione $x^2-y^2=7$, scrivi l'equazione della curva trasformata di quella data in una rotazione di 45° in senso antiorario con centro nell'origine degli assi.	$xy=\frac{7}{2}$

	iperbole equilatera	
32	Data l'equazione $\frac{2x^2}{k-4}-\frac{3y^2}{k+1}=1$, determina per quale valore di k essa rappresenta un'iperbole equilatera. Preso poi P appartenente a tale iperbole nel primo quadrante, trova le sue coordinate, sapendo che, detti F e F' i fuochi, l'area del triangolo FPF' vale 10.	$k=14$; $P(\sqrt{15},\sqrt{10})$
33	Dato il fascio di curve di equazione $(k-3)x^2+2(k-4)y^2-5k+\frac{3}{2}=0$, determina per quali valori di k l'equazione rappresenta un'iperbole e un'iperbole equilatera. Considera poi l'iperbole per $k=\frac{7}{2}$, determinandone fuochi, vertici, asintoti ed eccentricità.	$3<k<4$; $k=\frac{11}{3}$; $F\left(\pm4\sqrt{3};\ 0\right)$; $V\left(\pm4\sqrt{2};0\right)$; $y=\pm\frac{\sqrt{2}x}{2}$; $e=\frac{\sqrt{6}}{2}$
34	Scrivi l'equazione dell'iperbole equilatera riferita agli asintoti con un vertice nel punto $V\left(\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$. Determina poi le coordinate dei punti A e B di intersezione fra la curva data e la retta di equazione $y+2x-5=0$ e l'area del parallelogramma $ABA'B'$, dove A' e B' sono i simmetrici di A e B rispetto all'origine degli assi.	$xy=2$; $A\left(\frac{1}{2};\ 4\right)$; $B(2;1)$; $area=15$
35	Data l'iperbole equilatera riferita agli asintoti di equazione $xy=k$, con $k>0$: a) stabilisci per quale valore del parametro k l'iperbole ha il semiasse trasverso che misura 4; b) scrivi le equazioni delle rette tangenti all'iperbole nei suoi vertici.	a) $k=2$; b) $y=-x\pm2\sqrt{2}$
36	Scrivi l'equazione, riferita agli asintoti, dell'iperbole equilatera che passa per il punto $P(1;2)$ e determina le equazioni della tangente alla curva in questo punto.	$xy=2$; $y=-2x+4$
37	Determina le equazioni delle rette tangenti all'iperbole equilatera $xy=8$ e parallele alla retta $2x+y-3=0$.	$2x+y\pm8=0$

38	Determina l'equazione dell'iperbole equilatera (con asintoti gli assi cartesiani) che passa per il punto d'incontro M delle due rette di equazioni $x-2y+4=0$ e $2x+3y-13=0$ e determina inoltre gli altri punti P e Q in cui le rette date incontrano l'iperbole trovata.	$xy=6$; $P(-6;-1)$; $Q(\frac{9}{2};\frac{4}{3})$
39	Determina l'equazione dell'iperbole equilatera, riferita agli asintoti, che è tangente alla circonferenza $x^2+y^2=1$.	$xy=\pm\frac{1}{2}$
40	Determina le equazioni delle iperboli equilatere, riferite agli asintoti, che sono tangenti alla circonferenza di equazione $x^2+y^2=4$, e trova l'area del quadrilatero che si ottiene congiungendo i punti di tangenza.	$xy=-2$; $xy=2$; $area=8$
41	Dopo aver determinato l'equazione dell'iperbole equilatera, riferita agli asintoti, che passa per il punto $A(-2;-8)$, trova le equazioni delle rette tangenti nei vertici.	$xy=16$; $y=-x\pm 8$
42	Considera l'iperbole di equazione $xy=12$. Calcola quindi le aree dei triangoli formati dagli assi cartesiani e dalle tangenti all'iperbole nei suoi punti di ascissa 4 e -6.	24

funzione omografica

43	Determina a, b, c, d in modo tale che la funzione $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ passi per i punti $P\left(1;\frac{1}{3}\right)$, $Q\left(\frac{1}{2};\frac{2}{11}\right)$, $R(-3;-3)$. Trova le equazioni delle rette tangenti alla curva, perpendicolari alla retta $y=-\frac{5}{2}x$ e verifica che la retta r, intermedia tra queste, passa per il centro C di simmetria della curva.	$Y=\frac{2x}{x+5}$; $5y-2x=0$, $2x-5y+40=0$; $C(-5;2)\in r: 2x-5y+20=0$
44	Determina a, b, c, d in modo tale che la funzione $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ abbia come asintoto orizzontale la retta $y+1=0$ e sia tangente alla retta $3x+y-4=0$ nel punto $A\left(\frac{4}{3};0\right)$.	$y=\frac{3x-4}{-3x+3}$
45	Scrivi l'equazione dell'iperbole equilatera traslata sapendo che passa per il punto $P(2;2)$ ed ha il centro di simmetria nel punto $O'(1;1)$. Determina, quindi, la traslazione mediante la quale l'equazione trovata assume la forma $XY=k$. Calcola infine l'equazione della tangente all'iperbole riferita ai propri asintoti nel punto $Q\left(3;\frac{1}{3}\right)$.	$y=\frac{x}{x-1}$; $\begin{cases}x=x'+1\\y=y'+1\end{cases}$; $x+9y-6=0$
46	Trova per quale valore di a l'equazione $y=\frac{2ax+1}{(a-6)x-4}$ rappresenta un'iperbole equilatera.	$\forall a\in\mathbb{R}-\{\frac{2}{3},6\}$