

Luoghi geometrici - coniche

1	Determinare il luogo dei punti $P(\sqrt{4 + 2t^2}, 1 + t)$ individuati dal parametro t	$x = \sqrt{2y^2 - 4y + 6}$
2	Determinare il luogo dei punti $P(t^2 + 2t, 3t + 1)$ individuati dal parametro t	$x = \frac{(y - 1)^2}{9} + \frac{2}{3}y - \frac{2}{3}$
3	Determinare il luogo dei punti $P\left(\frac{t+2}{t}, \frac{t}{1-t}\right)$ individuati dal parametro t	$y = \frac{2}{x - 3}$ <i>escluso il punto (1, -1)</i>
4	Determinare il luogo dei vertici del fascio di parabole di equazione $y = (4 + m)x^2 + 8x - m + 1$	$y = \frac{4x^2 + 5x + 4}{x}$
5	Determinare il luogo dei vertici del fascio di parabole di equazione $y = x^2 + (m + 3)x + 1$	$y = 1 - x^2$
6	Determinare il luogo dei vertici del fascio di parabole di equazione $y = -x^2 + 6x + 2m + 3$	$x = 3$
7	Determinare il luogo dei centri di simmetria del fascio di iperboli equilateri traslate di equazione $y = \frac{mx + 2m - 3}{2x + m}$	$y = -x$
8	Determinare il luogo dei centri di simmetria del fascio di iperboli equilateri traslate di equazione $y = \frac{2x - 2m + 1}{x + m}$	$y = 2$ <i>tranne il punto $\left(-\frac{1}{4}, 2\right)$</i>
9	Determinare il luogo dei centri di simmetria del fascio di iperboli equilateri traslate di equazione $y = \frac{x + 5}{(2m + 1)x - m}$	$y = 1 - 2x$ <i>tranne i punti $(-5, 11)$ e $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$</i>
10	Determinare il luogo geometrico individuato dal punto medio del segmento avente come estremi: $P(1 + t^2, 3 - t)$ e $Q(2t^2, 3t + 5)$	$x = \frac{3}{2}y^2 - 12y + \frac{49}{2}$
11	Determinare il luogo geometrico individuato dal punto medio del segmento avente come estremi: $P(1, t + 1)$ e $Q(\sqrt{t}, 3t - 1)$	$x = \frac{1}{2\sqrt{2}}\sqrt{y} + \frac{1}{2}$
12	Determinare il luogo geometrico individuato dal punto medio del segmento avente come estremi: $P(2t + 6, t)$ e $Q(5, 7)$	$x = 2y - \frac{3}{2}$
13	Studiare, al variare dei parametri (a, b, c, d) , i luoghi geometrici che possono essere descritti dall'equazione $y = \frac{ax + b}{cx + d}$.	$se\ c = 0\ e\ d \neq 0\ retta\ y = \frac{a}{d}x + \frac{b}{d}$ $Se\ c \neq 0\ e\ \left \frac{a}{c}\frac{b}{d}\right = 0\ retta\ y = k$ <i>escluso il punto $x = -\frac{d}{c}$</i> $Se\ c \neq 0\ e\ \left \frac{a}{c}\frac{b}{d}\right \neq 0\ iperbole\ equilatera\ traslata\ in\ C\left(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right)$
14	Provare che il luogo geometrico dei vertici delle parabole $y = x^2 - 2kx - k$ è a sua volta una parabola e trovarne l'equazione.	$y = -x^2 - x$

15	Data la parabola $y = x^2 - 2x + 1$ determinare il luogo geometrico dei punti medi del segmento intercettato su di essa dalla retta $y = mx$	$y = 2x^2 - 2x$ con $x \leq -1$ $x \geq 1$
16	Qual è il luogo geometrico dei punti che si trovano a distanza 2 dall'asse delle y ?	La coppia di rette parallele $x = \pm 2$
17	Qual è il luogo geometrico dei punti che si trovano a distanza 2 dalla retta $y = \sqrt{3}x + 5$?	La coppia di rette parallele $y = \sqrt{3}x + 1$ e $y = \sqrt{3}x + 9$
18	Qual è il luogo geometrico dei punti equidistanti dall'asse x e dalla curva di equazione $x^2 + y^2 = 2y$? Di che curva si tratta?	La parabola $4y = x^2$
19	Qual è il luogo geometrico dei punti equidistanti dalle due curve di equazioni rispettivamente $4x^2 + 4y^2 - 8\sqrt{3}x - 4y - 3 = 0$ e $4x^2 + 4y^2 - 8\sqrt{3}x - 4y - 7 = 0$? Di che cosa si tratta?	La circonferenza $x^2 + y^2 - 2\sqrt{3}x - y - \sqrt{5} + 1 = 0$
20	Considerare la circonferenza centrata in O passante per il punto $A\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ e la sua corda AB parallela all'asse ascisse. Qual è il luogo geometrico descritto dal punto medio del segmento AC , se C è un punto variabile sul maggiore dei due archi AB ?	L'arco superiore alla retta $y = -\frac{1}{2}$ della circonferenza $x^2 + y^2 = \frac{\sqrt{3}x - y}{2}$
21	Nella stessa situazione del problema precedente, si consideri il luogo geometrico descritto dal punto medio del segmento BC . Il risultato è lo stesso del problema 20?	l'arco superiore alla retta $y = -\frac{1}{2}$ della circonferenza $x^2 + y^2 = \frac{-\sqrt{3}x - y}{2}$
22	Ancora nella situazione del problema 20, quale risulterebbe essere il luogo geometrico descritto dal punto medio del lato AC , se C fosse vincolato a variare sul minore dei due archi AB ? La soluzione sarebbe la stessa?	l'arco inferiore alla retta $y = -\frac{1}{2}$ della circonferenza $x^2 + y^2 = \frac{\sqrt{3}x - y}{2}$
23	Considerare un segmento di lunghezza unitaria i cui estremi sono liberi di muoversi uno sul semiasse positivo delle x e l'altro sul semiasse positivo delle y . Quale luogo geometrico è descritto dal punto medio del segmento al variare della posizione dei suoi estremi?	L'arco della circonferenza $4x^2 + 4y^2 = 1$ contenuto nel primo quadrante
24	Considerare un quadrato di lato 1 ed un segmento, anch'esso di lunghezza unitaria, con gli estremi vincolati ad appartenere al contorno del quadrato. Qual è il luogo geometrico descritto dal suo punto medio al variare della sua posizione nel quadrato?	È formato dagli assi dei lati del quadrato e dagli archi ampi 90° delle circonferenze di raggio $\frac{1}{2}$ centrate nei vertici
25	Considerare un segmento di lunghezza 2α i cui estremi sono vincolati ad appartenere alla circonferenza di centro l'origine e raggio 2. Quale luogo geometrico è descritto dal punto medio del segmento al variare della posizione dei suoi estremi? Per quali valori di α ?	Se $0 \leq \alpha < 2$ il luogo geometrico è $x^2 + y^2 = 4 - \alpha^2$; se $\alpha = 2$ è l'origine; se $\alpha > 2$ il problema è impossibile
26	Qual è il luogo geometrico dei punti equidistanti dall'asse delle ascisse e da una retta del fascio $y = mx + 1$ al variare di m nell'insieme dei numeri reali? Qual è, in particolare, la soluzione nel caso $m = 1$?	Se $m \neq 1$, si tratta delle bisettrici degli angoli formati dalla retta del fascio e dell'asse delle x ; se $m = 1$, è la sola retta $y = \frac{1}{2}$

27	Qual è il luogo geometrico dei punti che si trovano a distanza α dalla circonferenza di raggio unitario centrata nell'origine? Come cambia la soluzione a seconda del valore di α ? Si analizzino tutti i casi possibili	Se $\alpha = 0$, $x^2 + y^2 = 1$; se $0 < \alpha < 1$, il luogo è costituito da $x^2 + y^2 = (1 + \alpha)^2$ e $x^2 + y^2 = (1 - \alpha)^2$; se $\alpha = 1$, da $x^2 + y^2 = 2$ e dall'origine; se infine $\alpha > 1$, il luogo è $x^2 + y^2 = (1 + \alpha)^2$
28	Data una retta d parallela all'asse x e un punto F che non appartiene a d , qual è il luogo geometrico dei centri delle circonferenze tangenti a d passanti per F ?	La parabola di retta direttrice d e fuoco F
29	Sull'asse delle ascisse si prendano due punti distinti A e B . Dato un terzo punto P , si costruisca la circonferenza di centro P e raggio PB ; si congiungano poi A e P e si prolunghi AP dalla parte di P fino ad intersecare la circonferenza in C . Fissato un qualsiasi valore $k > AB$, qual è il luogo geometrico dei punti P tale che la lunghezza di AC sia costantemente uguale a k ?	L'ellisse di fuochi A e B con asse minore lungo $\sqrt{k^2 - AB^2}$
30	Dati i due punti $A(0, -2)$ e $B(0, 2)$, considerare un terzo punto P appartenente al semi-piano delle y positive, la circonferenza Γ di centro P e raggio PB ed il segmento AP . Si nomini C l'intersezione di AB con Γ . Fissato un qualsiasi valore $0 < k < 2$, qual è il luogo geometrico dei punti del piano tali che la lunghezza di AC sia costantemente uguale a $2k$?	Il ramo dell'iperbole di equazione $k^2x^2 + (k^2 - 4)y^2 = k^2(k^2 - 4)$ giacente al di sopra dell'asse delle ascisse
31	Considerare la semicirconferenza Γ di equazione $y = \sqrt{1 - x^2}$, e si nomini AB il suo diametro. Qual è il luogo geometrico dei centri delle circonferenze tangenti sia al diametro AB sia internamente a Γ ?	L'arco AB della parabola di equazione $y = \frac{1-x^2}{2}$
32	Disegnare nel piano cartesiano le due circonferenze Γ e Γ' di equazioni rispettivamente $x^2 + y^2 = 4$ e $x^2 + y^2 + 2y = 0$; qual è la loro posizione reciproca? Qual è il luogo geometrico dei centri delle circonferenze tangenti sia a Γ internamente sia a Γ' esternamente?	Sono tangenti internamente; il luogo è l'ellisse di equazione $9x^2 + 8y^2 + 8y = 16$
33	Disegnare nel piano cartesiano le due circonferenze Γ e Γ' di equazioni rispettivamente $x^2 + y^2 = 4$ e $x^2 + y^2 - 8y = -12$; qual è la loro posizione reciproca? Qual è il luogo geometrico dei centri delle circonferenze tangenti esternamente sia a Γ sia a Γ' ?	Sono tangenti esternamente; il luogo è la retta di equazione $y = 2$
34	Disegnare nel piano cartesiano le due circonferenze Γ e Γ' di equazioni rispettivamente $x^2 + y^2 = 4$ e $x^2 + y^2 - 6y = -8$; qual è la loro posizione reciproca? Qual è il luogo geometrico dei centri delle circonferenze tangenti esternamente sia a Γ sia a Γ' ?	Sono tangenti esternamente; il luogo è il ramo d'iperbole di equazione $x^2 - 8y^2 + 24y = 16$ passante per $(0, 2)$
35	Disegnare nel piano cartesiano le due circonferenze Γ e Γ' di equazioni rispettivamente $x^2 + y^2 = 4$ e $x^2 + y^2 = 1$; qual è la loro posizione reciproca? Qual è il luogo geometrico dei centri delle circonferenze tangenti sia a Γ internamente sia a Γ' esternamente?	Sono concentriche; il luogo è la circonferenza di equazione $4x^2 + 4y^2 = 9$