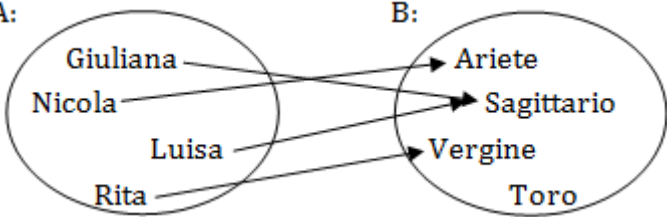
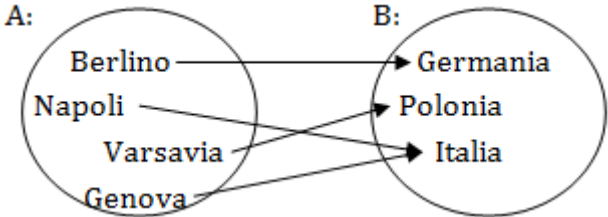


dati gli insiemi $A = \{1,2,3\}$ e $B = \{3,4,5\}$, elenca le coppie individuate dalla relazione

1	$\mathcal{R}: x \cdot y$ è un numero pari, dove $x \in A$ e $y \in B$	$(1, 4), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4)$
2	$\mathcal{R}: x + 3 = y$, dove $x \in A$ e $y \in B$	$(1, 4), (2, 5)$
3	$\mathcal{R}: x = \frac{y}{2}$, dove $x \in A$ e $y \in B$	$(2, 4)$
4	$\mathcal{R}: y - x$ è un numero dispari, dove $x \in A$ e $y \in B$	$(1,4), (2,3), (2,5), (3,4)$
varie tipologie		
5	Dati gli insiemi $A = \{8, 16, 31, 37, 100\}$ e $B = \{2, 5, 7, 8, 10, 12, 15, 33\}$ Determina le coppie (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$ per le quali risulta $a = 3b + 1$.	$(16, 5), (31, 10), (37, 12), (100, 33)$
6	Dati gli insiemi $A = \{13, 18, 24\}$ e $B = \{26, 32, 54\}$ Determina le coppie (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$ per le quali risulta a divisore di b .	$(13, 26), (18, 54)$
7	Dato l'insieme $A = \{5, 6, 7, 8\}$ e la relazione in esso definita $\mathcal{R}: \dots$ è minore di \dots elenca le coppie.	$(5, 6), (5, 7), (5, 8), (6, 7), (6, 8), (7, 8)$
8	Dati gli insiemi $A = \{2, 3, 5\}$ e $B = \{2, 6, 7, 8\}$ sapendo che $a \in A$ e $b \in B$, elenca le coppie individuate dalla relazione $\mathcal{R}: \dots$ non è primo con \dots	$(2, 2), (2, 6), (2, 8), (3, 6)$
9	Le seguenti città hanno da Roma le seguenti distanze stradali: Torino 700km Napoli 210km Genova 535km Bologna 415km Considera l'insieme di tali città la relazione in esso definita $\mathcal{R}: \dots$ è più vicina a Roma di \dots e elenca le coppie.	$(\text{Napoli, Torino}), (\text{Napoli, Genova}), (\text{Napoli, Bologna}), (\text{Genova, Torino}), (\text{Bologna, Torino}), (\text{Bologna, Genova})$
10	Dato l'insieme $A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, due suoi elementi sono in relazione se la loro somma è 10. Elenca le coppie individuate da tale relazione.	$(3, 7), (4, 6), (5, 5), (6, 4), (7, 3)$

11	<p>Nell'insieme $A = \{\text{triangoli, quadrati, rombi, rettangoli, esagoni}\}$, è definita la relazione \mathcal{R}: ... ha lo stesso numero di lati di ... Elenca le coppie della relazione.</p>	<p>(quadrati, rombi), (quadrati, rettangoli), (rombi, rettangoli), (rombi, quadrati), (rettangoli, quadrati), (rettangoli, rombi)</p>
12	<p>Dati gli insiemi $A = \{\text{quarzo, cane, tulipano}\}$ e $B = \{\text{animale, minerale, vegetale}\}$ e la relazione tra essi definita \mathcal{R}: ... appartiene al regno ..., elenca le coppie.</p>	<p>(quarzo, minerale), (cane, animale), (tulipano, vegetale)</p>
13	<p>Dato l'insieme $A = \{\text{Po, Tevere, Senna, Tamigi, Danubio}\}$ e l'insieme $B = \{\text{Gran Bretagna, Svizzera, Italia}\}$, sapendo che $a \in A$ e $b \in B$, elenca le coppie individuata dalla relazione \mathcal{R}: ... a è un fiume di b ...</p>	<p>(Po, Italia), (Tevere, Italia), (Tamigi, Gran Bretagna), (Danubio, Svizzera)</p>
14	<p>Dati gli insiemi di angoli $A = \{30^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 90^\circ\}$ e $B = \{40^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 130^\circ\}$ Individua gli elementi dell'insieme $A \times B$ soddisfacenti le seguenti relazioni: a) Gli angoli costituenti la coppia sono complementari b) Gli angoli costituenti la coppia sono supplementari</p>	<p>a) $(30^\circ, 60^\circ), (50^\circ, 40^\circ)$, b) $(50^\circ, 130^\circ), (90^\circ, 90^\circ)$</p>
15	<p>Dato l'insieme delle parole $A = \{\text{sosta, ciliegia, pera, casa}\}$. elenca le coppie di elementi di A che individuano la relazione \mathcal{R}: ... ha meno lettere di ...</p>	<p>(sosta, ciliegia), (pera, sosta), (pera, ciliegia), (casa, sosta), (casa, ciliegia)</p>
16	<p>Dato l'insieme delle parole $A = \{\text{arpa, posta, dado, tetto}\}$ Elenca le coppie di elementi di A che individuano la relazione \mathcal{R}: ... precede in ordine alfabetico ...</p>	<p>(arpa, posta), (arpa, dado), (arpa, tetto), (posta, tetto), (dado, posta), (dado, tetto)</p>

17	<p>Individua la relazione tra l'insieme A e B, sapendo che le coppie da essa individuate sono indicate nella rappresentazione grafica:</p> 	<p>\mathcal{R}: ...ha come segno zodiacale ...</p>
18	 <p>Questa è la rappresentazione grafica della relazione fra l'insieme $A = \{Berlino, Napoli, Varsavia, Genova\}$ e $B = \{Germania, Polonia, Italia\}$ Individua tale relazione.</p>	<p>\mathcal{R}: ...è una città della ...</p>
19	<p>Una relazione fra l'insieme $A = \{25, 17, 33, 14\}$ e l'insieme $B = \{43, 35, 24, 32\}$ è rappresentata dalle coppie: $(25, 43), (17, 35), (33, 24), (14, 32)$ Individua tale relazione.</p>	<p>\mathcal{R}: la somma delle cifre di ciascun elemento della coppia coincide</p>
20	<p>Una relazione fra l'insieme $A = \{1, 3, 5, 7\}$ e l'insieme $B = \{3, 9, 15, 21\}$ è rappresentata dalle coppie: $(1, 3), (3, 9), (5, 15), (7, 21)$ Individua tale relazione.</p>	<p>\mathcal{R}: ...è un terzo di ...</p>
21	<p>Una relazione fra l'insieme $A = \{Eva, Gino, Marco, Davide\}$ e l'insieme $B = \{Tina, Dea, Marina, Paolo\}$ è rappresentata dalle coppie: $(Eva, Dea), (Gino, Tina), (Marco, Paolo)$. Individua tale relazione.</p>	<p>\mathcal{R}: ...ha lo stesso numero di lettere di ...</p>

costruire le inverse delle seguenti relazioni tra insiemi:

22	\mathcal{R} : ... è un divisore di ... dove $A = \{2,4\}$ e $B = \{8,12\}$	$\mathcal{R}^{-1} = \{(8,2), (8,4), (12,2), (12,4)\}$
23	$\mathcal{R} = \{(x,y) / x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}, 2x = y\}$	$\mathcal{R}^{-1} = \{(2,1), (4,2), (6,3), (8,4) \dots\}$
24	$\mathcal{R} = \{(x,y) / x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}, 3x = 5y\}$	$\mathcal{R}^{-1} = \{(3,5), (6,10), (9,15), (12,20) \dots\}$
25	\mathcal{R} : ... è il quadrato di ... dove $A = \{2,5,6\}$ e $B = \{4,6,25,36\}$	$\mathcal{R}^{-1} = \{(4,2), (25,5), (36,6)\}$

esercizi sulle proprietà delle relazioni tra insiemi

26	Verifica se la relazione \mathcal{R} : ... discendente di ... definita in un insieme di persone P, è transitiva.	\mathcal{R} è transitiva perchè $\forall a, b, c \in P$ $(aRb, bRc) \Rightarrow (aRc)$
27	Dato l'insieme $A = \{36, 47, 74, 123\}$, una relazione in A è rappresentata dalle coppie ordinate $(36, 36), (47, 47), (47, 74), (74, 74), (74, 47), (123, 123)$. Individua la relazione e specifica se è riflessiva.	\mathcal{R} : ... ha le stesse cifre di ... \mathcal{R} non è riflessiva
28	Dato l'insieme $A = \{5, 20, 25, 35, 45, 50\}$, specifica se la relazione \mathcal{R} : ... termina con la stessa cifra di ... è simmetrica.	la relazione \mathcal{R} è simmetrica perchè individua le coppie: $(5, 25), (5, 45), (5, 35), (20, 50), (25, 5), (45, 25), (50, 20)$
29	Dato l'insieme $A = \{2, 4, 8\}$, la relazione individuata dalle coppie ordinate $(2, 4), (4, 2), (2, 8), (4, 8), (8, 4)$ è simmetrica? Perché?	no! manca la coppia $(8, 2)$

Stabilisci se la relazione \mathcal{R} è di equivalenza

30	\mathcal{R} : $x - y$ è divisibile per 3 con $x, y \in \mathbb{Z}$	Si
31	\mathcal{R} : frequentare la stessa classe	Si
32	\mathcal{R} : ... è figlia di ...	No, non è riflessiva, non è simmetrica non è transitiva

33	$\mathcal{R}: xy = \text{numero dispari} \quad \text{con } x, y \in \mathbb{N}$	No, non è riflessiva
34	$\mathcal{R}: x + y = \text{numero pari} \quad \text{con } x, y \in \mathbb{N}$	Si
35	$\mathcal{R}: \dots \text{ è nata nello stesso anno di } \dots$	Si
36	$\mathcal{R}: \dots \text{ abita nella stessa città di } \dots$	Si
37	$\mathcal{R}: xy > 0 \quad \text{con } x \text{ e } y \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$	No, non è riflessiva
38	$\mathcal{R}: x \text{ è multiplo di } y \text{ con } x, y \in \mathbb{N}_0$	No, non è simmetrica
39	$\mathcal{R}: \text{ essere perpendicolare a } \dots$ dato l'insieme delle rette di un piano α	No, non è riflessiva, non è transitiva
40	$\mathcal{R}: \text{ essere parallela a } \dots$ dato l'insieme delle rette di un piano α	Si
41	$\mathcal{R}: a \text{ ha le stesse soluzioni di } b$ nell'insieme delle equazioni algebriche lineari	Si
42	$\mathcal{R}: a \text{ ha le stesse soluzioni di } b$ nell'insieme delle equazioni algebriche	No
43	$\mathcal{R}: \dots \text{ non ha temperatura maggiore di } \dots$ considerate le temperature massime registrate il 10 gennaio 2006 in alcune città italiane: Cagliari: 12°; Enna: 10°; Latina: 11°; Bari: 11°	No, non è simmetrica
44	$\mathcal{R}: \text{ avere la stessa direzione di } \dots$ dato l'insieme delle rette di un piano α	Si
45	$\mathcal{R}: \dots \text{ è minore o uguale a } \dots$ dato l'insieme $B = \{3, 23, 33, 44\}$	No, non è simmetrica

classi di equivalenza e insieme quoziente

46	<p>Dato l'insieme delle città $A = \{\text{Milano, Verona, Berlino, Londra, Lecce, Manchester}\}$ e la relazione \mathcal{R}: <i>appartenere allo stesso stato</i>, verificare che \mathcal{R} è una relazione di equivalenza e individuare le classi di equivalenza di A rispetto ad \mathcal{R}</p>	$\{\text{Milano, Verona, Lecce}\}$ $\{\text{Londra, Manchester}\}; \{\text{Berlino}\}$
47	<p>Dato l'insieme $I = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{5}{5}, \frac{8}{16}, \frac{3}{4}\right\}$ e la relazione di equivalenza \mathcal{R}: <i>elementi aventi uguali valore</i> determina le classi di equivalenza di I rispetto ad \mathcal{R} e l'insieme quoziente.</p>	$C(1) = \left(1, \frac{5}{5}\right)$ $C\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{8}{16}\right); C\left(\frac{3}{4}\right) = \left(\frac{3}{4}\right)$ $\frac{I}{\mathcal{R}} = \left\{C(1), C\left(\frac{1}{2}\right), C\left(\frac{3}{4}\right)\right\}$
48	<p>Si consideri l'insieme $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, l\}$ degli alunni di una classe; nel compito di matematica hanno riportato ordinatamente i voti 4, 5, 7, 7, 6, 5, 5, 6, 6, 7. Data la relazione di equivalenza \mathcal{R}: <i>due alunni si considerano equivalenti</i> <i>se hanno riportato lo stesso voto</i>, si determinino le classi di equivalenza di A rispetto ad \mathcal{R} e l'insieme quoziente.</p>	$C(4) = \{a\}; C(5) = \{b, f, g\}$ $C(6) = \{e, h, i\};$ $C(7) = \{c, d, l\}$ $\frac{A}{\mathcal{R}} = \{C(4), C(5), C(6), C(7)\}$
49	<p>Si consideri l'insieme $I = \left\{\frac{x}{x} \in N, x < 12\right\}$ e l'intero $c=3$. Data la relazione \mathcal{R} in I così definita: $a\mathcal{R}b$ se, e solamente se, il resto della divisione di a è uguale al resto della divisione di b per c Verificare che \mathcal{R} è di equivalenza e determinare le classi di equivalenza.</p>	$\{0, 3, 6, 9\}, \{1, 4, 7, 10\}, \{2, 5, 8, 11\}$

verificare se la relazione \mathcal{R} è d'ordine

50	\mathcal{R} : <i>non essere più alto di</i>	Si
51	\mathcal{R} : <i>essere uguali a</i>	No, non è antisimmetrica

52	\mathcal{R} : essere minore o uguale a dato l'insieme dei numeri naturali.	Si
53	\mathcal{R} : x simile a y nell'insieme $C = \{x/x \text{ è un triangolo del piano}\}$	No, non è antisimmetrica
54	\mathcal{R} : a divide b con $a, b \in \mathbb{N} - \{0\}$	Si
55	\mathcal{R} : x ha la stessa area di y nell'insieme $\{x/x \text{ è una figura piana}\}$	No, non è antisimmetrica
56	\mathcal{R} : ... è interna a ... dato l'insieme delle circonferenze di un piano	Si
57	\mathcal{R} : x ha lo stesso colore di nell'insieme $\{x/x \text{ è un pennarello}\}$	No, non è antisimmetrica
58	\mathcal{R} : la famiglia X abita allo stesso piano oppure ad un piano superiore della famiglia Y	Si
59	$\mathcal{R}: \{(X, Y) \in \wp(\Omega^2) / X \subseteq Y\}$ dato un insieme Ω	Si

relazioni di equivalenza e relazioni d'ordine

60	Considera l'insieme degli esseri umani. Individua di che natura è la relazione \mathcal{R} : essere antenato di.	D'ordine stretto
61	Dato l'insieme $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ e la relazione \mathcal{R} : divide esattamente. Verifica se tale relazione è d'ordine e se nell'insieme $B = \{3,9,18,36\}$ può essere una relazione d'ordine totale.	Si; Sì, \mathcal{R} è una relazione d'ordine totale su B
62	La relazione \mathcal{R} : è congruo modulo 3" in \mathbb{N} è una relazione di equivalenza. Indicare alcuni numeri equivalenti rispetto a tale relazione.	12 e 6; 6 e 3; 18 e 9; 12 e 6 ...

63	<p>Supponi che esista un sistema di governo in cui ogni cittadino può delegarne un altro come suo rappresentante e questo, a sua volta, può delegare un altro e così via in modo però, che un cittadino che ha già delegato non può essere delegato e che un cittadino non può essere delegato più volte.</p> <p>Verifica che si tratta di una relazione d'ordine e se si tratta di un ordinamento parziale o totale.</p>	Parziale
64	<p>Dato l'insieme $A = \{\text{vela, molo, porto, barca}\}$ e l'insieme delle coppie ordinate (molo, molo), (porto, barca), (vela, molo), (vela, vela), (molo, vela), (barca, barca), (porto, porto), (barca, porto).</p> <p>Verifica se la relazione che genera le coppie ordinate è di equivalenza.</p>	Si

determinare l'insieme che, con gli altri indicati, costituisce una partizione dell'insieme X

65	$X = \left(\frac{2}{9}, 3\right) \cup (3, 5]$	$A = (0, \bar{2}, 4) - \left(1, \frac{9}{2}\right) \quad B = (1, 5)$	Impossibile
66	$X = \left(\frac{2}{9}, 3\right) \cup (3, 5]$	$A = (0, \bar{2}, 4) - \left(1, \frac{9}{2}\right) \quad B = (3, 5)$	$(1, 3) \cup \{5\}$
67	$X = \left[\frac{1}{3}, \frac{3}{4}\right) \cup \left(\frac{5}{4}, 2\right]$	$A = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) - \left[\frac{3}{4}, \frac{5}{4}\right] \quad B = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right]$	$\left[\frac{3}{2}, 2\right] \cup \left\{\frac{1}{3}\right\}$
68	$X = \left(\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right) \cup ([0, 3] - (1, 2))$	$A = \left[0, \frac{5}{3}\right) - \left[1, \frac{4}{3}\right] \quad B = [1, 2] - (1, 2)$	$(2, 3]$
69	$X = [0, 1] - \left[\frac{1}{3}, 0, \bar{3}\right]$	$A = \left[0, \frac{1}{3}\right) \quad B = \left(\frac{2}{3}, 1\right]$	$\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$
70	$X = [-2, 2] - (-1, 0)$	$A = [-2, 0] - (-1, 0) \quad B = [-1, 2] - (-1, 0)$	Impossibile
71	$X = [0, 1] \cup \left[\frac{3}{2}, 2\right] \cup \left(\frac{1}{2}, \frac{7}{4}\right)$	$A = X - [0, 1] \quad B = X - \left[\frac{1}{2}, 2\right]$	$\left[\frac{1}{2}, 1\right]$

72	$X = (3, 5) - [2, 4)$	$A = \left(4, \frac{9}{2}\right) \quad B = \left(\frac{9}{2}, 5\right)$	$\left\{4, \frac{9}{2}\right\}$
73	$X = \{-2\} \cup (-1, 0]$	$A = [-2, 0] - (-2, 0) \quad B = \left(-1, -\frac{1}{2}\right]$	$\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$
74	$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$	$A = \{1, 3\} \quad B = \left\{x \in X / \frac{x}{2} \in N\right\}$	$\{5\}$
75	$X = \{2, 3, 5, 7\}$	$A = \{\text{numeri primi minori di } 4\} \quad B = \{7\}$	$\{5\}$
76	$X = \{\text{divisori di } 36\}$	$A = \{\text{divisori di } 24\} - \{8, 24\}$ $B = \{\text{multipli pari di } 9\} \cap [0, 40]$	$\{9\}$
77	$X = \{\text{multipli di } 3\}$	$A = \{\text{multipli di } 6\}$ $B = \{15 + 6n \mid n \in N\}$	$\{3, 9\}$
78	$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$	$A = \{\text{numeri primi}\} \cap X$ $B = \{\text{prodotti di due numeri primi}\} \cap X$	$\{1, 8\}$
79	$X = [-\sqrt{3}, \sqrt{2}]$	$A = (0, \sqrt{2}) \quad B = [-\sqrt{3}, 0)$	$\{0, \sqrt{2}\}$
80	$X = (-1, 2) \cap [0, 3]$	$A = (0, \sqrt{2}) \quad B = [\sqrt{2}, 2)$	$\{0\}$
81	$X = \left(-\frac{4}{5}, -\frac{2}{5}\right) - \left(-\frac{3}{5}, \frac{5}{3}\right)$	$A = \left(-0.8, -\frac{2}{3}\right) \quad B = \left[-\frac{7}{11}, -0.6\right)$	$\left[-\frac{2}{3}, -\frac{7}{11}\right) \cup \left\{-\frac{3}{5}\right\}$
82	$X = \{x \in R / x^2 - 1 < 0\}$	$A = (-1, 0) \quad B = (0, 1)$	$\{0\}$
83	$X = \{x \in R / x^2 - 1 < 0\}$	$A = \left(-1, -\frac{1}{2}\right] \quad B = \left[\frac{1}{2}, 1\right)$	$\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$
84	$X = \{x \in R / x^2 - 1 \leq 0\}$	$A = (-1, 0) \quad B = (0, 1)$	$\{-1, 0, 1\}$
85	$X = \{x \in R / x^2 - 1 < 0\}$	$A = (-1, 0) \quad B = \left(0, \frac{1}{2}\right)$	$\{0\} \cup \left[\frac{1}{2}, 1\right)$

86	$X = \{x \in Z / \sqrt{x} \in R\}$	$A = N - \{0, 1\} \quad B = \{1\}$	$\{0\}$
87	$X = Q$	$A = Q^- \quad B = Q \cap (0, 7]$	$Q^+ - (0, 7]$
88	$X = Z$	$A = \{-n / n \in N\} \quad B = N$	$\{0\}$
89	$X = Z$	$A = \{-1 - n / n \in N\} \quad B = \{n + 1 / n \in N\}$	$\{-1, 0, 1\}$
90	$X = \{2^n / n \in [0, 7] \cap N\}$	$A = \{\text{divisori di } 32\} \quad B = \{128\}$	$\{64\}$
91	$X = \{2^n / n \in [-2\pi, 2\pi] \cap N\}$	$A = \{2^{2n} / n \in \{0, 1, 2, 3\}\} \quad B = \{2\}$	$\{8, 32\}$
92	$X = \{2^n / n \in [-2, 1] \cap Z\}$	$A = \{x \in R / 4x^2 - 9x = -2\} \quad B = \{1\}$	$\left\{\frac{1}{2}\right\}$
93	$X = [-\pi, \pi) \cup (2\pi, 3\pi]$	$A = [-\pi, 2\pi] - [\pi, 3\pi]$ $B = [\pi, 3\pi] - [\pi, 2\pi]$	$\{3\pi\}$
94	$X = \{(x, y) \in R^2 / x + y = 1\}$	$A = \{(x, y) \in R^2 / x \geq 0\} \cap X$ $B = \{(x, y) \in R^2 / y \geq 2\} \cap X$	$\left\{\begin{array}{l} (x, y) \in R^2 / \\ 1 < y < 2 \end{array}\right\} \cap X$