


Relazioni tra insiemi, partizione

indice


1. Elenca le coppie individuate dalle relazioni [pag. 2](#)
2. Esercizi di varie tipologie [pag. 2](#)
3. Costruire le relazioni inverse di quelle indicate [pag. 5](#)
4. Esercizi sulle proprietà delle relazioni tra insiemi [pag. 5](#)
5. Stabilire se la relazione \mathcal{R} è di equivalenza [pag. 6](#)
6. Classi di equivalenza e insieme quoziente [pag. 7](#)
7. Verificare se la relazione \mathcal{R} è d'ordine [pag. 8](#)
8. Relazioni di equivalenza e relazioni d'ordine [pag. 9](#)
9. Partizione [pag. 10](#)

Gli esercizi sono proposti in ordine di difficoltà crescente.

nota: in un file così lungo e complesso può accadere che sia presente un errore di diversa natura nonostante gli esercizi siano stati controllati più volte. Saremo grati di ricevere segnalazioni di eventuali refusi o suggerimenti di qualsiasi natura.

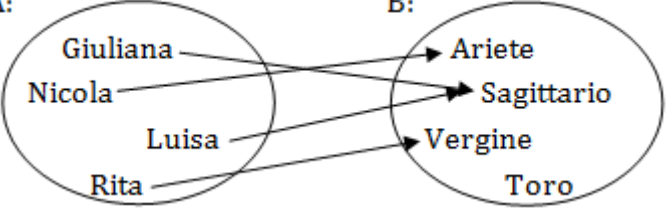
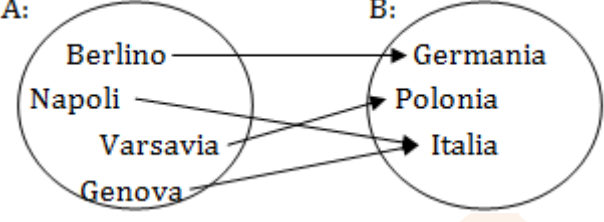
1. dati gli insiemi $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{3, 4, 5\}$, elenca le coppie individuate dalla relazione 

1	$\mathcal{R}: x \cdot y$ è un numero pari, dove $x \in A$ e $y \in B$	(1,4), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4)
2	$\mathcal{R}: x + 3 = y$, dove $x \in A$ e $y \in B$	(1, 4), (2, 5)
3	$\mathcal{R}: x = \frac{y}{2}$, dove $x \in A$ e $y \in B$	(2, 4)
4	$\mathcal{R}: y - x$ è un numero dispari, dove $x \in A$ e $y \in B$	(1, 4), (2, 3), (2, 5), (3, 4)

2. varie tipologie 

5	Dati gli insiemi $A = \{8, 16, 31, 37, 100\}$ e $B = \{2, 5, 7, 8, 10, 12, 15, 33\}$ Determina le coppie $(a; b)$ con $a \in A$ e $b \in B$ per le quali risulta $a = 3b + 1$	(16,5), (31,10), (37,12), (100,33)
6	Dati gli insiemi $A = \{13, 18, 24\}$ e $B = \{26, 32, 54\}$ Determina le coppie $(a; b)$ con $a \in A$ e $b \in B$ per le quali risulta a divisore di b	(13, 26), (18, 54)
7	Dato l'insieme $A = \{5, 6, 7, 8\}$ e la relazione in esso definita $\mathcal{R}: \dots$ è minore di \dots elenca le coppie	(5,6), (5,7), (5,8), (6,7), (6,8), (7,8)
8	Dati gli insiemi $A = \{2, 3, 5\}$ e $B = \{2, 6, 7, 8\}$ sapendo che $a \in A$ e $b \in B$, elenca le coppie individuate dalla relazione $\mathcal{R}: \dots$ non è primo con \dots	(2,2), (2,6), (2,8), (3,6)
9	Le seguenti città hanno da Roma le seguenti distanze stradali: Torino 700km Napoli 210km Genova 535km Bologna 415km Considera l'insieme di tali città la relazione in esso definita $\mathcal{R}: \dots$ è più vicina a Roma di \dots e elenca le coppie	(Napoli, Torino), (Napoli, Genova), (Napoli, Bologna), (Genova, Torino), (Bologna, Torino), (Bologna, Genova)

10	Dato l'insieme $A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, due suoi elementi sono in relazione se la loro somma è 10. Elenca le coppie individuate da tale relazione	$(3,7), (4,6), (5,5), (6,4), (7,3)$
11	Nell'insieme $A = \{\text{triangoli}, \text{quadrati}, \text{rombi}, \text{rettangoli}, \text{esagoni}\}$, è definita la relazione \mathcal{R} : ... ha lo stesso numero di lati di Elenca le coppie della relazione	$(\text{quadrati}, \text{rombi}),$ $(\text{quadrati}, \text{rettangoli}),$ $(\text{rombi}, \text{rettangoli}),$ $(\text{rombi}, \text{quadrati}),$ $(\text{rettangoli}, \text{quadrati}),$ $(\text{rettangoli}, \text{rombi})$
12	Dati gli insiemi $A = \{\text{quarzo}, \text{cane}, \text{tulipano}\}$ e $B = \{\text{animale}, \text{minerale}, \text{vegetale}\}$ e la relazione tra essi definita \mathcal{R} : ... appartiene al regno ..., elenca le coppie	$(\text{quarzo}, \text{minerale}),$ $(\text{cane}, \text{animale}),$ $(\text{tulipano}, \text{vegetale})$
13	Dato l'insieme $A = \{\text{Po}, \text{Tevere}, \text{Senna}, \text{Tamigi}, \text{Danubio}\}$ e l'insieme $B = \{\text{Gran Bretagna}, \text{Svizzera}, \text{Italia}\}$, sapendo che $a \in A$ e $b \in B$, elenca le coppie individuate dalla relazione \mathcal{R} : ... a è un fiume di b ...	$(\text{Po}, \text{Italia}), (\text{Tevere}, \text{Italia}),$ $(\text{Tamigi}, \text{Gran Bretagna}),$ $(\text{Danubio}, \text{Svizzera})$
14	Dati gli insiemi di angoli $A = \{30^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 90^\circ\}$ e $B = \{40^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 130^\circ\}$ Individua gli elementi dell'insieme $A \times B$ soddisfacenti le seguenti relazioni: a) Gli angoli costituenti la coppia sono complementari b) Gli angoli costituenti la coppia sono supplementari	a) $(30^\circ, 60^\circ), (50^\circ, 40^\circ),$ b) $(50^\circ, 130^\circ), (90^\circ, 90^\circ)$
15	Dato l'insieme delle parole $A = \{\text{sosta}, \text{ciliegia}, \text{pera}, \text{casa}\}$ Elenca le coppie di elementi di A che individuano la relazione \mathcal{R} : ... ha meno lettere di ...	$(\text{sosta}, \text{ciliegia}), (\text{pera}, \text{sosta}),$ $(\text{pera}, \text{ciliegia}), (\text{casa}, \text{sosta}),$ $(\text{casa}, \text{ciliegia})$

16	<p>Dato l'insieme delle parole $A = \{arpa, posta, dado, tetto\}$ Elenca le coppie di elementi di A che individuano la relazione \mathcal{R}: ...precede in ordine alfabetico ...</p>	<p>$(arpa, posta), (arpa, dado),$ $(arpa, tetto), (posta, tetto),$ $(dado, posta), (dado, tetto)$</p>
17	<p>Individua la relazione tra l'insieme A e B, sapendo che le coppie da essa individuate sono indicate nella rappresentazione grafica:</p> 	<p>\mathcal{R}: ...ha come segno zodiacale ...</p>
18	 <p>Questa è la rappresentazione grafica della relazione fra l'insieme $A = \{Berlino, Napoli, Varsavia, Genova\}$ e $B = \{Germania, Polonia, Italia\}$ Individua tale relazione</p>	<p>\mathcal{R}: ...è una città della ...</p>
19	<p>Una relazione fra l'insieme $A = \{25, 17, 33, 14\}$ e l'insieme $B = \{43, 35, 24, 32\}$ è rappresentata dalle coppie: $(25; 43), (17; 5), (33; 24), (14; 32)$ Individua tale relazione</p>	<p>\mathcal{R}: la somma delle cifre di ciascun elemento della coppia coincide</p>
20	<p>Una relazione fra l'insieme $A = \{1, 3, 5, 7\}$ e l'insieme $B = \{3, 9, 15, 21\}$ è rappresentata dalle coppie: $(1; 3), (3; 9), (5; 15), (7; 21)$ Individua tale relazione</p>	<p>\mathcal{R}: ...è un terzo di ...</p>

21	<p>Una relazione fra l'insieme $A = \{Eva, Gino, Marco, Davide\}$ e l'insieme $B = \{Tina, Dea, Marina, Paolo\}$ è rappresentata dalle coppie: $(Eva, Dea), (Gino, Tina), (Marco, Paolo)$</p> <p>Individua tale relazione</p>	<p>\mathcal{R}: ...ha lo stesso numero di lettere di ...</p>
----	--	---

3. costruire le inverse delle seguenti relazioni tra insiemi:



22	<p>\mathcal{R}: ...è un divisore di ... dove $A = \{2,4\}$ e $B = \{8,12\}$</p>	<p>$\mathcal{R}^{-1} = \{(8,2), (8,4), (12,2), (12,4)\}$</p>
23	<p>$\mathcal{R} = \{(x; y) / x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}, 2x = y\}$</p>	<p>$\mathcal{R}^{-1} = \{(2,1), (4,2), (6,3), (8,4), \dots\}$</p>
24	<p>$\mathcal{R} = \{(x; y) / x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}, 3x = 5y\}$</p>	<p>$\mathcal{R}^{-1} = \{(3,5), (6,10), (9,15), (12,20)\}$</p>
25	<p>\mathcal{R}: ...è il quadrato di ... dove $A = \{2, 5, 6\}$ e $B = \{4, 6, 25, 36\}$</p>	<p>$\mathcal{R}^{-1} = \{(4,2), (25,5), (36,6)\}$</p>

4. esercizi sulle proprietà delle relazioni tra insiemi



26	<p>Verifica se la relazione \mathcal{R}: ... discendente di ... definita in un insieme di persone P, è transitiva</p>	<p>\mathcal{R} è transitiva perchè $\forall a, b, c \in P$ $(aRb, bRc) \Rightarrow (aRc)$</p>
27	<p>Dato l'insieme $A = \{36, 47, 74, 123\}$, una relazione in A è rappresentata dalle coppie ordinate $(36; 36), (47; 47), (47; 74), (74; 74), (74; 47), (123; 123)$. Individua la relazione e specifica se è riflessiva</p>	<p>\mathcal{R}: ...ha le stesse cifre di ... \mathcal{R} non è riflessiva</p>
28	<p>Dato l'insieme $A = \{5, 20, 25, 35, 45, 50\}$, specifica se la relazione \mathcal{R}: ... termina con la stessa cifra di ... è simmetrica</p>	<p>la relazione \mathcal{R} è simmetrica perchè individua le coppie: $(5,25), (5,45), (5,35), (20,50), (25,5), (35, 5), (35, 45), (45, 5), (45,25), (50,20)$</p>
29	<p>Dato l'insieme $A = \{2, 4, 8\}$, la relazione individuata dalle coppie ordinate $(2; 4), (4; 2), (2; 8), (4; 8), (8; 4)$ è simmetrica?</p>	<p>no! manca la coppia $(8,2)$</p>

5. stabilire se la relazione \mathcal{R} è di equivalenza

30	\mathcal{R} : $x - y$ è divisibile per 3 con $x, y \in \mathbb{Z}$	Si
31	\mathcal{R} : frequentare la stessa classe	Si
32	\mathcal{R} : ... è figlia di ...	No, non è riflessiva, non è simmetrica, non è transitiva
33	\mathcal{R} : $xy = \text{numero dispari}$ con $x, y \in \mathbb{N}$	No, non è riflessiva
34	\mathcal{R} : $x + y = \text{numero pari}$ con $x, y \in \mathbb{N}$	Si
35	\mathcal{R} : ... è nata nello stesso anno di ...	Si
36	\mathcal{R} : ... abita nella stessa città di ...	Si
37	\mathcal{R} : $xy > 0$ con x e $y \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$	No, non è riflessiva
38	\mathcal{R} : x è multiplo di y con $x, y \in \mathbb{N}_0$	No, non è simmetrica
39	\mathcal{R} : essere perpendicolare a ... dato l'insieme delle rette di un piano α	No, non è riflessiva, non è transitiva
40	\mathcal{R} : essere parallela a ... dato l'insieme delle rette di un piano α	Si
41	\mathcal{R} : a ha le stesse soluzioni di b nell'insieme delle equazioni algebriche lineari	Si

42	\mathcal{R} : <i>a ha le stesse soluzioni di b</i> nell'insieme delle equazioni algebriche	No
43	\mathcal{R} : ... <i>non ha temperatura maggiore di ...</i> <i>considerate le temperature massime registrate</i> <i>il 10 gennaio 2006 in alcune città italiane:</i> Cagliari: 12°; Enna: 10°; Latina: 11°; Bari: 11°	No, non è simmetrica
44	\mathcal{R} : <i>avere la stessa direzione di..</i> dato l'insieme delle rette di un piano α	Si
45	\mathcal{R} : ... <i>è minore o uguale a ...</i> dato l'insieme $B = \{3, 23, 33, 44\}$	No, non è simmetrica

6. classi di equivalenza e insieme quoziente





46	Dato l'insieme delle città $A = \{\text{Milano, Verona, Berlino, Londra, Lecce, Manchester}\}$ e la relazione \mathcal{R} : <i>appartenere allo stesso stato</i> , verificare che \mathcal{R} è una relazione di equivalenza e individuare le classi di equivalenza di A rispetto ad \mathcal{R}	$\{\text{Milano, Verona, Lecce}\}$ $\{\text{Londra, Manchester}\}, \{\text{Berlino}\}$
47	Dato l'insieme $I = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{5}{5}, \frac{8}{16}, \frac{3}{4}\right\}$ e la relazione di equivalenza \mathcal{R} : <i>elementi aventi uguali valore</i> determina le classi di equivalenza di I rispetto ad \mathcal{R} e l'insieme quoziente	$C(1) = \left(1, \frac{5}{5}\right)$ $C\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{8}{16}\right), C\left(\frac{3}{4}\right) = \left(\frac{3}{4}\right)$ $\frac{I}{\mathcal{R}} = \left\{C(1), C\left(\frac{1}{2}\right), C\left(\frac{3}{4}\right)\right\}$
48	Si consideri l'insieme $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, l\}$ degli alunni di una classe; nel compito di matematica hanno riportato ordinatamente i voti 4, 5, 7, 7, 6, 5, 5, 6, 6, 7. Data la relazione di equivalenza \mathcal{R} : <i>due alunni si considerano equivalenti</i> <i>se hanno riportato lo stesso voto</i> , si determinino le classi di equivalenza di A rispetto ad \mathcal{R} e l'insieme quoziente	$C(4) = \{a\}; C(5) = \{b, f, g\}$ $C(6) = \{e, h, i\};$ $C(7) = \{c, d, l\}$ $\frac{A}{\mathcal{R}} = \{C(4), C(5), C(6), C(7)\}$

49	<p>Si consideri l'insieme $I = \left\{ \frac{x}{x} \in N, x < 12 \right\}$ e l'intero $c=3$. Data la relazione \mathcal{R} in I così definita: <i>$a\mathcal{R}b$ se, e solamente se, il resto della divisione di a è uguale al resto della divisione di b per c</i> Verificare che \mathcal{R} è di equivalenza e determinare le classi di equivalenza</p>	$\{0, 3, 6, 9\}, \{1, 4, 7, 10\}, \{2, 5, 8, 11\}$
----	---	--

7. verificare se la relazione \mathcal{R} è d'ordine

50	\mathcal{R} : non essere più alto di	Si
51	\mathcal{R} : essere uguali a	No, non è antisimmetrica
52	\mathcal{R} : essere minore o uguale a dato l'insieme dei numeri naturali	Si
53	\mathcal{R} : x simile a y nell'insieme $C = \{x/x \text{ è un triangolo del piano}\}$	No, non è antisimmetrica
54	\mathcal{R} : a divide b con $a, b \in N - \{0\}$	Si
55	\mathcal{R} : x ha la stessa area di y nell'insieme $\{x/x \text{ è una figura piana}\}$	No, non è antisimmetrica
56	\mathcal{R} : ... è interna a ... dato l'insieme delle circonferenze di un piano	Si
57	\mathcal{R} : x ha lo stesso colore di nell'insieme $\{x/x \text{ è un pennarello}\}$	No, non è antisimmetrica
58	\mathcal{R} : la famiglia X abita allo stesso piano oppure ad un piano superiore della famiglia Y	Si

59	$\mathcal{R}: \{(X; Y) \in \wp(\Omega^2) / X \subseteq Y\}$ dato un insieme Ω	Si
8. relazioni di equivalenza e relazioni d'ordine 		
60	Considera l'insieme degli esseri umani. Individua di che natura è la relazione \mathcal{R} : <i>essere antenato di</i>	D'ordine stretto
61	Dato l'insieme $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ e la relazione \mathcal{R} : <i>divide esattamente</i> . Verifica se tale relazione è d'ordine e se nell'insieme $B = \{3,9,18,36\}$ può essere una relazione d'ordine totale	Si, Sì \mathcal{R} è una relazione d'ordine totale su B
62	La relazione \mathcal{R} : <i>è congruo modulo 3" in N</i> è una relazione di equivalenza. Indicare alcuni numeri equivalenti rispetto a tale relazione	12 e 6, 6 e 3, 18 e 9, 12 e 6 ...
63	Supponi che esista un sistema di governo in cui ogni cittadino può delegarne un altro come suo rappresentante e questo, a sua volta, può delegare un altro e così via in modo però, che un cittadino che ha già delegato non può essere delegato e che un cittadino non può essere delegato più volte. Verifica che si tratta di una relazione d'ordine e se si tratta di un ordinamento parziale o totale	Parziale
64	Dato l'insieme $A = \{\text{vela, molo, porto, barca}\}$ e l'insieme delle coppie ordinate (molo, molo), (porto, barca), (vela, molo), (vela, vela), (molo, vela), (barca, barca), (porto, porto), (barca, porto). Verifica se la relazione che genera le coppie ordinate è di equivalenza	Si

9. determinare l'insieme C che unito ad A e B costituiscono una **partizione** dell'insieme X 

65	$X = \left(\frac{2}{9}; 3\right) \cup (3; 5]$	$A = (0.\bar{2}; 4) - \left(1; \frac{9}{2}\right)$ $B = (1; 5)$	<i>Impossibile</i>
66	$X = \left(\frac{2}{9}; 3\right) \cup (3; 5]$	$A = (0.\bar{2}; 4) - \left(1; \frac{9}{2}\right)$ $B = (3; 5)$	$C = (1,3) \cup \{5\}$
67	$X = \left[\frac{1}{3}; \frac{3}{4}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; 2\right]$	$A = \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right) - \left[\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right]$ $B = \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right]$	$C = \left[\frac{3}{2}, 2\right] \cup \left\{\frac{1}{3}\right\}$
68	$X = \left(\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right) \cup ([0; 3] - (1; 2))$	$A = \left[0; \frac{5}{3}\right) - \left[1; \frac{4}{3}\right]$ $B = [1; 2] - (1; 2)$	$C = (2,3]$
69	$X = [0; 1] - \left[\frac{1}{3}; 0.\bar{3}\right]$	$A = \left[0; \frac{1}{3}\right)$ $B = \left(\frac{2}{3}; 1\right]$	$C = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$
70	$X = [-2; 2] - (-1; 0)$	$A = [-2; 0] - (-1; 0)$ $B = [-1; 2] - (-1; 0)$	<i>Impossibile</i>
71	$X = [0; 1] \cup \left[\frac{3}{2}; 2\right] \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{7}{4}\right)$	$A = X - [0,1]$ $B = X - \left[\frac{1}{2}; 2\right]$	$C = \left[\frac{1}{2}, 1\right]$
72	$X = (3; 5) - [2; 4)$	$A = \left(4; \frac{9}{2}\right)$ $B = \left(\frac{9}{2}; 5\right)$	$C = \left\{4, \frac{9}{2}\right\}$
73	$X = \{-2\} \cup (-1; 0]$	$A = [-2; 0] - (-2; 0)$ $B = \left(-1; \frac{1}{2}\right]$	$C = \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$
74	$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$	$A = \{1,3\}$ $B = \left\{x \in X / \frac{x}{2} \in N\right\}$	$C = \{5\}$
75	$X = \{2, 3, 5, 7\}$	$A = \{\text{numeri primi minori di } 4\}$ $B = \{7\}$	$C = \{5\}$
76	$X = \{\text{divisori di } 36\}$	$A = \{\text{divisori di } 24\} - \{8, 24\}$ $B = \{\text{multipli pari di } 9\} \cap [0; 40]$	$C = \{9\}$

77	$X = \{\text{multipli di } 3\}$	$A = \{\text{multipli di } 6\}$ $B = \{15 + 6n / n \in N\}$	$C = \{3, 9\}$
78	$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$	$A = \{\text{numeri primi}\} \cap X$ $B = \{\text{prodotti di due numeri primi}\} \cap X$	$C = \{1, 8\}$
79	$X = [-\sqrt{3}; \sqrt{2}]$	$A = (0; \sqrt{2})$ $B = [-\sqrt{3}; 0)$	$C = \{0, \sqrt{2}\}$
80	$X = (-1; 2) \cap [0; 3]$	$A = (0; \sqrt{2})$ $B = [\sqrt{2}; 2)$	$C = \{0\}$
81	$X = \left(-\frac{4}{5}; -\frac{2}{5}\right) - \left(-\frac{3}{5}; \frac{5}{3}\right)$	$A = \left(-0.8; -\frac{2}{3}\right)$ $B = \left[-\frac{7}{11}; -0.6\right)$	$C = \left[-\frac{2}{3}, -\frac{7}{11}\right) \cup \left\{-\frac{3}{5}\right\}$
82	$X = \{x \in R / x^2 - 1 < 0\}$	$A = (-1; 0)$ $B = (0; 1)$	$C = \{0\}$
83	$X = \{x \in R / x^2 - 1 < 0\}$	$A = \left(-1; -\frac{1}{2}\right]$ $B = \left[\frac{1}{2}; 1\right)$	$C = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$
84	$X = \{x \in R / x^2 - 1 \leq 0\}$	$A = (-1; 0)$ $B = (0; 1)$	$C = \{-1, 0, 1\}$
85	$X = \{x \in R / x^2 - 1 < 0\}$	$A = (-1; 0)$ $B = \left(0; \frac{1}{2}\right)$	$C = \{0\} \cup \left[\frac{1}{2}, 1\right)$
86	$X = \{x \in Z / \sqrt{x} \in R\}$	$A = N - \{0, 1\}$ $B = \{1\}$	$C = \{0\}$
87	$X = Q$	$A = Q^-$ $B = Q \cap (0; 7]$	$C = Q^+ - (0; 7]$
88	$X = Z$	$A = \{-n / n \in N\}$ $B = N$	$C = \{0\}$

89	$X = Z$	$A = \{-1 - n / n \in N\}$ $B = \{n + 1 / n \in N\}$	$C = \{-1, 0, 1\}$
90	$X = \{2^n / n \in [0; 7] \cap N\}$	$A = \{\text{divisori di } 32\}$ $B = \{128\}$	$C = \{64\}$
91	$X = \{2^n / n \in [-2\pi; 2\pi] \cap N\}$	$A = \{2^{2^n} / n \in \{0, 1, 2, 3\}\}$ $B = \{2\}$	$C = \{8, 32\}$
92	$X = \{2^n / n \in [-2; 1] \cap Z\}$	$A = \{x \in R / 4x^2 - 9x = -2\}$ $B = \{1\}$	$C = \{\frac{1}{2}\}$
93	$X = [-\pi, \pi) \cup (2\pi; 3\pi]$	$A = [-\pi; 2\pi] - [\pi; 3\pi]$ $B = [\pi; 3\pi] - [\pi; 2\pi]$	$C = \{3\pi\}$
94	$X = \{(x; y) \in R^2 / x + y = 1\}$	$A = \{(x; y) \in R^2 / x \geq 0\} \cap X$ $B = \{(x; y) \in R^2 / y \geq 2\} \cap X$	$C = \{(x; y) \in R^2 / \begin{matrix} 1 < y < 2 \end{matrix}\} \cap X$

