

La seconda rivoluzione cronometrica. I processi di formazione e trasformazione di Gaia: un sistema vivente autoregolato e integrato in evoluzione. Elementi per la datazione radiometrica assoluta.

1. Introduzione generale

«La stima migliore sull'età della Terra non deriva dalla datazione di singole rocce, ma considera la Terra e le meteoriti come parte dello stesso sistema in evoluzione»¹. Il sistema solare ha avuto inizio **4,6 miliardi di anni fa**, quando una vasta nube di polvere e di gas, soprattutto idrogeno (H) ed elio (He), che galleggiava nello spazio collassò su sé stessa, un collasso innescato forse dall'onda d'urto di una vicina supernova. La nube appiattita si trasformò poi in un disco rotante con un diametro di circa 10 miliardi di km, da cui, circa 100 milioni di anni dopo, è emerso il nostro sistema solare più o meno nel suo stato attuale: il sole circondato da otto pianeti e innumerevoli corpi più piccoli sparsi ovunque.

Il Sole, al centro, contiene la quasi totalità della massa del Sistema Solare e per questo motivo esercita un'influenza gravitazionale che si estende ben oltre l'orbita di Plutone, fino ai limiti della grande nube di Oort, un sistema che raccoglie più di 5 mila miliardi di comete e che si trova ad una distanza di 1050 milioni di km, pari a 70 mila volte la distanza Terra-Sole.



Figura 1. (a) Illustrazione artistica delle fasi di collasso della Nebulosa Protosolare di gas e polveri. (b) Illustrazione del disco solare protoplanetario che divora polveri e meteoriti. Fonte. Wiki. Commons.

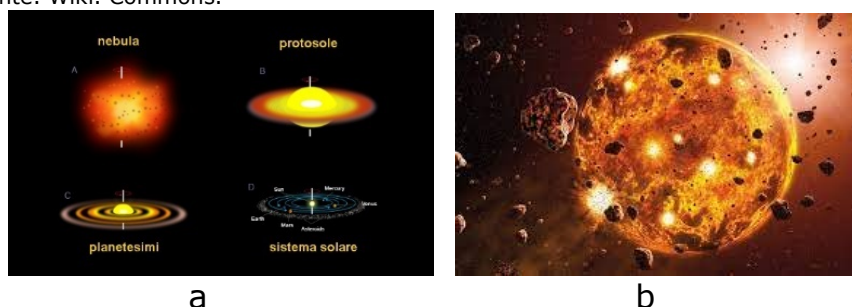


Figura 2. (a) Illustrazione artistica della formazione del sistema solare per aggregazione dei frammenti di meteoriti in planetesimi della nebulosa primordiale. (b). Illustrazione artistica della formazione di un corpo celeste per accrezione di planetesimi e per continue collisioni con corpi interplanetari di varia grandezza. Fonte. Wiki. Commons.

¹ USGS (United States Geological Survey), acronimo dell'Istituto Geologico degli Stati Uniti, è un'agenzia scientifica.



Figura 3. Fasi esplicative della formazione del sistema solare. Fonte Nasa.

Attraverso un processo di differenziazione gravitativa si sono formati i pianeti rocciosi (composti da nucleo, mantello e crosta) e i pianeti giganti, composti da nucleo e da un involucro gassoso.

I planetologi pensano che i pianeti rocciosi del sistema solare siano cresciuti per accrezione di planetesimi, le cui dimensioni vanno da meno di un millimetro a centinaia di chilometri. È opinione condivisa che nel complesso processo che condusse alla formazione dei pianeti i planetesimi abbiano costituito lo stadio intermedio di aggregazione della polvere e dei gas della nebulosa solare primordiale. Le prove geologiche suggeriscono che si sarebbero formati nel corso di 30-100 milioni di anni. Alla fine, le forze aerodinamiche e gravitazionali avrebbero unito grandi ammassi di questi ciottoli, formando planetesimi. I planetesimi hanno poi continuato a spazzare via i sassi rimanenti intorno a loro, crescendo rapidamente fino a formare pianeti.

Ma la composizione e la struttura di quei planetesimi è stata ed è difficile da determinare. I planetologi ritengono che studiare la nostra collezione di meteoriti, frammenti di asteroidi caduti sulla Terra, è fondamentale ed è un buon punto di partenza per comprendere le fasi che hanno portato alla formazione dei pianeti rocciosi. Alcuni meteoriti sembrano avere una buona corrispondenza con la composizione chimica della Terra, ma finora non è stata trovata alcuna combinazione di tipi di meteoriti, che spieghi completamente la composizione chimica della Terra stessa. Insomma dallo studio di nuovi aspetti dei corpi protoplanetari all'investigazione da dove provengono e come si sono mescolati, i ricercatori sperano di definire con precisione i processi di formazione planetaria che hanno creato la Terra.

La Terra, si sa, è uno degli otto pianeti del Sistema solare, che con Mercurio, Venere e Marte fa parte dei pianeti interni, rocciosi e più vicini al Sole. Mentre i pianeti esterni gassosi, Giove e Saturno, e i pianeti composti da ghiacci, Urano e Nettuno, si trovano a distanze maggiori.

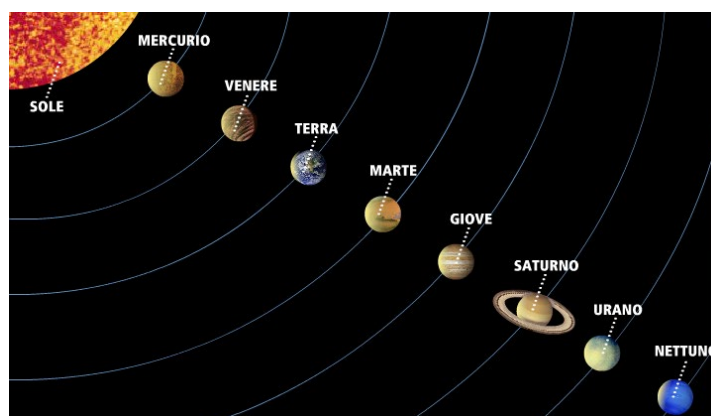


Figura 4. Simulazione del movimento dei pianeti² del sistema solare sulle loro orbite. Fonte. Nasa.

In tab. 1 sono riportati i parametri dei pianeti del sistema solare, incluso Plutone.

Pianeti	Raggio equatoriale (km)	Periodo di rotazione	Inclinazione dell'asse	Distanza media dal sole (U.A.)
MERCURIO	2 439	58,65 giorni	(2°)	0,3871
VENERE	6 051	243,01 giorni	177°,3 ⁽¹⁾	0,7233
TERRA	6 378	23,9345 ore	23°,45	1,0000
MARTE	3 393	24,6229 ore	25°,19	1,5237
GIOVE	71 492	9,841 ore	3°,12	5,2028
SATURNO	60 268	10,233 ore	26°,73	9,5388
URANO	25 559	17,9 ore	97°,86 ⁽¹⁾	19,1914
NETTUNO	24 764	19,2 ore	29°,6	30,0611
PLUTONE	1 150	6,3872 giorni	122°,46 ⁽¹⁾	39,5294

Tabella 1. Raggi equatoriali, periodi di rotazione, inclinazione dell'asse e distanza dal sole dei pianeti del sistema solare. Fonte. Nasa.

Durante la sua formazione, la Terra ha attraversato due fasi: la fase di accrezione e la fase di zonazione chimica. Nel corso della fase di accrezione la Terra si presentava come un aggregato indifferenziato di materiali rocciosi, costituito da ferro (35%), ossigeno (30%), silicio (15%), magnesio (13%), nichel (2,4%), calcio (1%), alluminio (1%) e altri elementi chimici (2,6%), tra cui elementi radioattivi naturali come gli isotopi dell'uranio, uranio-235 Uranio-238, che attualmente sono

² Plutone fino al 2006 era considerato il pianeta più lontano del Sistema Solare ma, a seguito della scoperta nella fascia di Kuiper di altri corpi simili per dimensioni, come Eris, Quaoar e Sedna, è stato declassato a pianeta nano.

presenti nel mantello. Simultaneamente all'aumento della sua massa, il pianeta si riscaldò fino alla fusione dei suoi componenti. Sul pianeta completamente fuso si verificò successivamente la separazione dei materiali in base alla loro densità, la quale innescò la fase di zonazione chimica.

Uno dei segreti nascosti nelle *condriti carbonacea* è il modo in cui sulla Terra si sono formate quantità notevoli di acqua. Ma la maggior parte dell'acqua sulla Terra è evaporata con il gigantesco impatto tra la Terra e l'asteroide Theia, avvenuto circa 50 milioni di anni dopo la formazione del sistema solare, che ha portato alla nascita della Luna. La collisione risale a $4,527 \pm 0,010$ miliardi di anni fa, un tempo determinato dalla datazione isotopica dei campioni lunari portati a Terra dagli astronauti, con il nostro pianeta che della Luna, all'incirca 4,5 miliardi di anni fa, probabilmente ha eliminato gran parte dell'acqua inizialmente presente. Inoltre, le meteoriti note come condriti carbonacee contengono molte molecole organiche diverse, tra cui aminoacidi e zuccheri.

La pioggia di meteoriti e di asteroidi che colpiscono la Terra è un evento che continua in maniera incessante. Piccoli campioni di minerali trovati in un meteorite caduto in Australia nel 1969 sono stati datati tra 5 e 7 miliardi di anni fa: sono i materiali solidi più antichi mai scoperti sulla Terra e sono la prova di un'epoca di intensa formazione di nuove stelle. Si sono cioè formati prima che si accendesse il Sole, circa 4,6 miliardi di anni fa, e rappresentano i materiali solidi più antichi mai trovati sul nostro pianeta. Quando rimangono intrappolati nei meteoriti, i granuli presolari rimangono inalterati per miliardi di anni, rappresentando una sorta di capsula del tempo che consente ai ricercatori di gettare uno sguardo a quello che succedeva quando il sistema solare non c'era ancora.

La sera del 28 febbraio 2021 un frammento di roccia è piovuto dal cielo. In fig.5 riportiamo un frammento di meteorite recuperato nel febbraio 2021 dal vialetto di una casa a Winchcombe in Inghilterra.



Figura 5. (a). Un frammento del meteorite caduto a Winchcombe. Questo meteorite è di un tipo raro e antico, conosciuto con il nome di *condrite carbonacea*, perché ricca di carbonio. La sua composizione potrebbe aiutare i planetologi a ricostruire la storia antica del sistema solare. Fonte National geographic.

(b). Un frammento del meteorite Northwest Africa 801 (NWA 801), trovato nel 2001. Analisi spettroscopiche recenti hanno rivelato la presenza di zuccheri: ribosio, anabilosio e xilosio. Fonte wiki media.

Il meteorite caduto a Winchcombe è una *condrite carbonacea*. Si tratta di oggetti rocciosi molto antichi, tanto quanto il sistema solare. Devono il loro nome all'elevata presenza di carbonio. Questo tipo di rocce spaziali è raro: dei 65.209 meteoriti catalogati, solo 2.639 sono condriti carbonacee.

Sono meteoriti e asteroidi le fonti più probabili della grande quantità di acqua e altri elementi volatili presenti sulla Terra. La scoperta - che contraddice l'ipotesi attualmente più accreditata di un contributo prevalente delle comete - arriva una ricerca condotta da studiosi della Carnegie Institution a Washington, del Natural History Museum a London, e della City University of New York, che firmano un articolo a prima firma Conel Alexander pubblicato su "Science Express". Si tratta di un risultato che avrà conseguenze significative sui modelli di formazione del sistema solare e del nostro pianeta in particolare.



Figura 6. Illustrazione di condriti carbonacee. Fonte NASA/JPL-Caltech.

Oggi è opinione condivisa che le meteoriti e i piccoli corpi aggregati presenti nella fascia degli asteroidi fra le orbite di Marte e Giove hanno arricchito il nostro pianeta di acqua e di altri elementi volatili. L'idea che siano state le comete formatesi nella lontana periferia del sistema solare è stata definitivamente abbandonata.

La dimostrazione deriva dall'analisi isotopica dell'acqua contenuta nelle condriti carbonacee, che si è rivelata diversa da quella tipica delle comete, più ricca in deuterio.



Figura 6. Un frammento del meteorite Murchinson, caduto in Australia nel 1969: recenti analisi hanno rivelato la presenza di zuccheri. Fonte Wikipedia.org.



Figura 8. Illustrazione artistica di un asteroide (foto: Pixabay)

Gli asteroidi che hanno bombardato la Terra delle origini hanno portato con sé materiali organici, depositando gli elementi necessari per la formazione dei primi organismi viventi.

La Terra si è formata circa 4,6 miliardi di anni fa. La misurazione dell'età è stata determinata con la datazione radiometrica, che utilizza la radioattività naturale per la determinazione dell'età di campioni archeologici o geologici. È un metodo con elevata attendibilità usato largamente per la determinazione dell'età di rocce e dei minerali contenenti isotopi radioattivi, basato sulla loro attuale abbondanza. L'attendibilità di tale metodo è dovuta al fatto che *la velocità di decadimento di un isotopo radioattivo è costante* ed è indipendente da qualsiasi fattore fisico o chimico. Se un corpo contiene nuclei radioattivi quando si forma, il decadimento dei nuclei scandisce il trascorrere del tempo come un orologio.

La carta cronostratigrafica internazionale del tempo geologico e dell'evoluzione della vita terrestre riportate nella fig.9 sono state ottenute attraverso la datazione radiometrica assoluta delle rocce e di frammenti di meteoriti ritrovate sulla Terra.

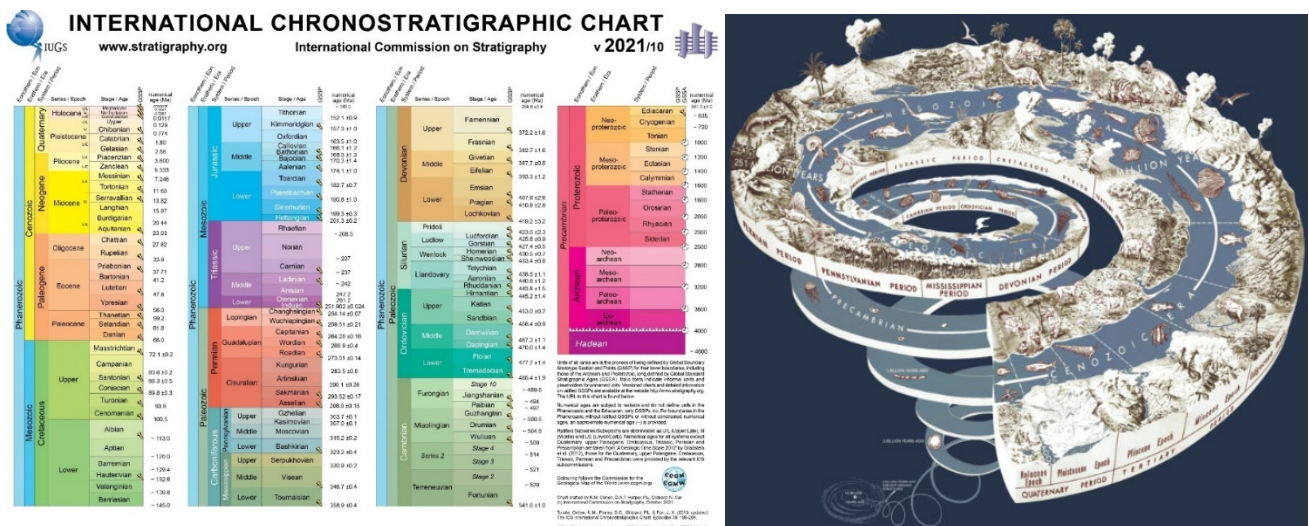


Figura 9. (a) Carta cronostratigrafica internazionale. Fonte. UGS.

(b) Scala dell'evoluzione della forme di vita terrestri. Fonte wikipedia.org.

2. La struttura interna della Terra

La struttura interna della Terra, lo stato e la densità della materia sono state dedotte dal comportamento delle onde sismiche. Le onde P si propagano nei solidi, i liquidi e i gas, mentre le onde S si propagano solo nei solidi. Si sa anche che la velocità di propagazione delle onde sismiche è proporzionale alla densità del materiale nel quale si propagano.

L'analisi delle onde sismiche primarie P e secondarie S, che si propagano nei diversi gusci sferici mostra che solo il nucleo esterno è liquido, mentre gli altri strati della Terra sono costituiti da rocce allo stato solido o plastico. Quando avviene un terremoto l'energia elastica accumulata dalle rocce deformate si libera in parte sotto forma di onde sismiche o onde di volume, che si propagano all'interno della Terra. Le onde provocano oscillazioni nelle rocce che attraversano, ma non trasportano materia. A "viaggiare" è l'onda non la materia.

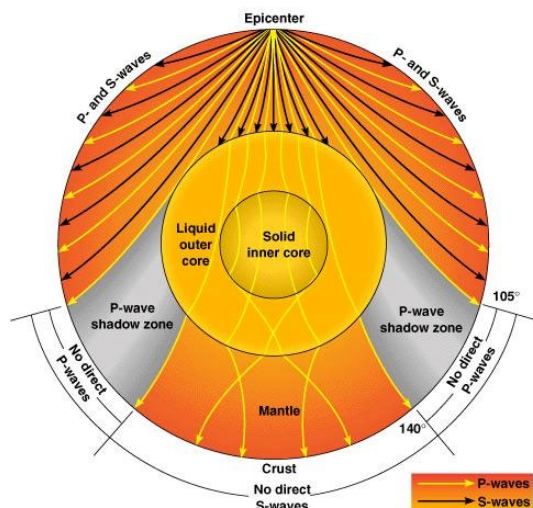


Figura 6. Le onde P che partono da un ipo-epicentro di un terremoto si propagano all'interno del globo, ma non sono registrate nella zona compresa tra 105° e 140° dall'epicentro di un terremoto.

Fonte: Wikipedia.org.

La fascia è chiamata *zona d'ombra* sismica delle onde P ed è dovuta all'effetto di rifrazione delle onde P all'interfaccia tra mantello superiore-nucleo esterno liquido. Questa regione è nota come discontinuità di Gutenberg. Le onde S quando raggiungono questa discontinuità non riescono a propagarsi nei materiali del nucleo esterno e si arrestano. Tale comportamento è considerato una delle prove dell'esistenza di un nucleo esterno liquido.

Le onde **P** sono le più veloci e si propagano come le onde sonore nell'aria. La loro velocità di propagazione è compresa tra $1,5 \text{ km/s} \leq V_P \leq 8 \text{ km/s}$ nella crosta terrestre. Ad esempio, nel granito la velocità di propagazione è di circa 5,5 km/s, mentre nell'acqua la velocità delle onde P è di circa 1,5 km/s. Le onde **P** sono anche dette "longitudinali" perché al loro passaggio le rocce si comprimono e si dilatano continuamente. Le particelle di roccia oscillano parallelamente alla loro direzione di propagazione.

Le onde **S** viaggiano più lentamente delle P. la velocità di propagazione è mediamente di 3,0 km/s. L'oscillazione delle particelle di roccia che attraversano avviene trasversalmente rispetto alla loro direzione di propagazione. A differenza

delle onde P, le onde S non causano variazioni di volume al loro passaggio e non si propagano nei fluidi.

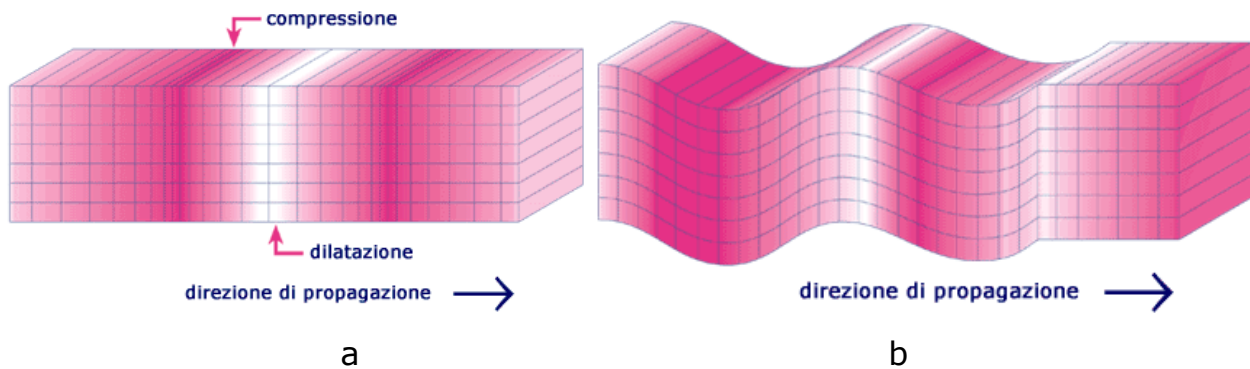
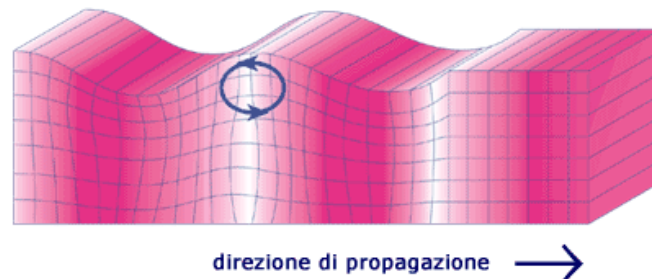


Figura 7. (a). Propagazione delle onde longitudinali (P). (b). Propagazione delle onde trasversali (S). <http://legacy.ingv.it>

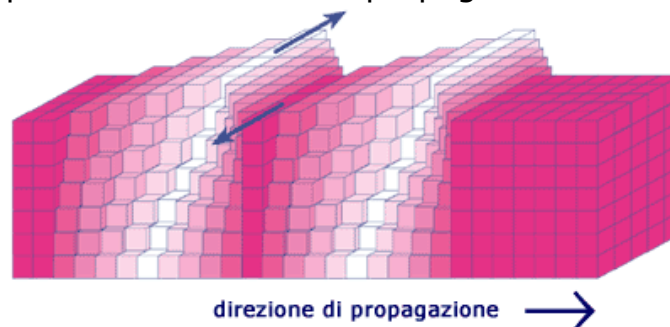
Si dimostra che l'espressione di base della velocità di un'onda sismica è $V = \sqrt{M/\rho}$. Dove V è la velocità dell'onda, M è il modulo di elasticità dinamico e ρ è la densità del mezzo. Il rapporto tra $(V_P / V_S) = \sqrt{3} = 1.4$, Quindi $V_P = 1.4V_S$.

Quando le Onde P e le Onde S raggiungono un qualsiasi punto della superficie terrestre allora comincia a propagarsi concentricamente un'onda superficiale più lenta delle "onde di volume" P ed S. I due tipi principali sono:

1. Le Onde di Rayleigh: assomigliano a quelle che si propagano quando un sasso viene lanciato in uno stagno. Esse fanno vibrare il terreno secondo orbite ellittiche e retrograde rispetto alla direzione di propagazione dell'onda.



2. Le Onde di **Love** fanno vibrare il terreno sul piano orizzontale. Il movimento delle particelle attraversate da queste onde è trasversale e orizzontale rispetto alla direzione di propagazione delle onde. <http://legacy.ingv.it>



Sono le onde che si propagano in superficie ad essere responsabili dei danni più rilevanti in caso di terremoti. <http://legacy.ingv.it>

L'interno della Terra è costituito da una successione di gusci subsferici concentrici con proprietà fisiche chimiche e reologiche differenti. Dal punto di vista chimico la Terra può essere divisa in crosta, mantello, nucleo esterno fluido e nucleo interno solido.

La crosta continentale più antica risale a 3.8 miliardi di anni fa, conserva, pertanto, una registrazione dei processi evolutivi e dinamici che sono stati attivi per l'85% della storia della Terra. La crosta oceanica più antica risale a 190 milioni di anni fa, ha spessori che variano da 0 a 10 km e una densità media di circa $3,2 \text{ kg/dm}^3$ in quanto costituita prevalentemente di rocce ultrabasiche e basiche. Le rocce della crosta, che comprende meno del 2% del volume del geoide, sono costituite da 8 elementi principali: ossigeno (46,6%), silicio (27,7%), alluminio (8,1%), ferro (5%), calcio (3,6%), sodio (2,8%), potassio (2,7%), magnesio (2,1%).

Il mantello, che costituisce l'81% del volume terrestre, è un inviluppo solido, a viscosità molto elevata, compreso tra la crosta e il nucleo. Ha uno spessore di circa 2970 km ed è diviso, a sua volta, in mantello superiore plastico e mantello inferiore solido. La regione del mantello terrestre al di sotto della litosfera, caratterizzata da una brusca diminuzione della velocità di propagazione delle onde sismiche, soprattutto delle onde trasversali S, è chiamata **astenosfera**. Si estende tra 70 e 250 km circa di profondità, con limiti più incerti nelle aree continentali, dove, se presente, può trovarsi a profondità maggiori. Si interpreta come zona a comportamento plastico in cui le rocce sono prossime al punto di fusione, con temperatura maggiore di 1.000°C . Sotto le dorsali oceaniche, conformemente all'assottigliamento della litosfera, le rocce dell'astenosfera risalgono verso la superficie.

La viscosità, pur elevata, consente all'astenosfera di comportarsi come un liquido e scorrere lentamente se sottoposta a stress termici e tensionali di lunga durata. La plasticità delle rocce è alla base della Tettonica delle placche. Favorisce, infatti, sia i movimenti di scivolamento laterale che quelli di subduzione. Inoltre, la viscosità dell'astenosfera consente anche movimenti verticali: "l'interazione tra litosfera ed astenosfera è simile a quella di una zattera e del liquido, necessariamente più denso, su cui galleggia".

Il nucleo, che costituisce il 17% del volume terrestre, è separato dal mantello da una discontinuità, detta di Gutenberg, posta a circa 2900 km dalla superficie. In base alla fase delle componenti che lo costituiscono, viene ulteriormente suddiviso in due gusci concentrici: il nucleo esterno, liquido, è composto principalmente da ferro (80%) e nichel ed è caratterizzato da una temperatura di 3000°C , una densità di $9,3 \text{ g/cm}^3$ e una pressione di $14 \times 10^7 \text{ kPa}$. Questo dato si deduce dall'improvvisa interruzione nella propagazione delle onde S al limite tra il mantello e il nucleo. L'aumento progressivo della velocità delle onde P e S nel mantello indica un aumento di densità del materiale roccioso. La caduta di velocità delle onde P al contatto mantello-nucleo è legata al cambiamento di stato della materia (da solido a liquido), ma le velocità relative continuano ad aumentare, indicando con questo un aumento di densità. Il nucleo interno è invece solido: è composto quasi esclusivamente di ferro; ha un raggio di circa 1250 km, una temperatura attorno ai 5400°C , una densità di 13 g/cm^3 e una pressione di $33 \times 10^7 \text{ kPa}$. Tali condizioni limite fanno supporre che il ferro si trovi in uno stato cristallino. Osservare in proposito le figure che seguono.

STRUCTURE OF THE EARTH

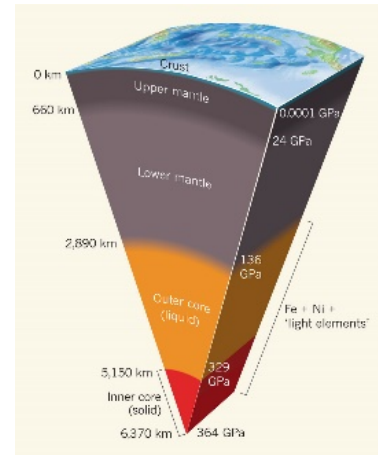
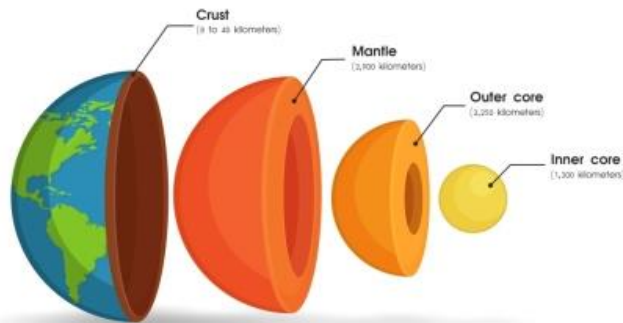


Figura 1. Struttura della Terra. A destra sono riportati le profondità (km) e le pressioni (Giga pascal). Fonti: Wikipedia.org, Wiki commons.org.

Abbondanza degli elementi nei vari strati della Terra				
	Densità	Crosta Terrestre	Mantello	Nucleo
Ossigeno	0.001 g/cm ³	46.10%	44.33%	5.80%
Magnesio	1.738 g/cm ³	2.33%	22.17%	tracce
Silicio	2.330 g/cm ³	28.20%	21.22%	tracce
Alluminio	2.708 g/cm ³	8.23%	2.38%	tracce
Ferro	7.874 g/cm ³	5.63%	6.30%	85.00%
Nichel	8.908 g/cm ³	0.0008%	tracce	5.20%
Densità media		2.7 → 3.2 g/cm ³	4.5 g/cm ³	11 → 16 g/cm ³

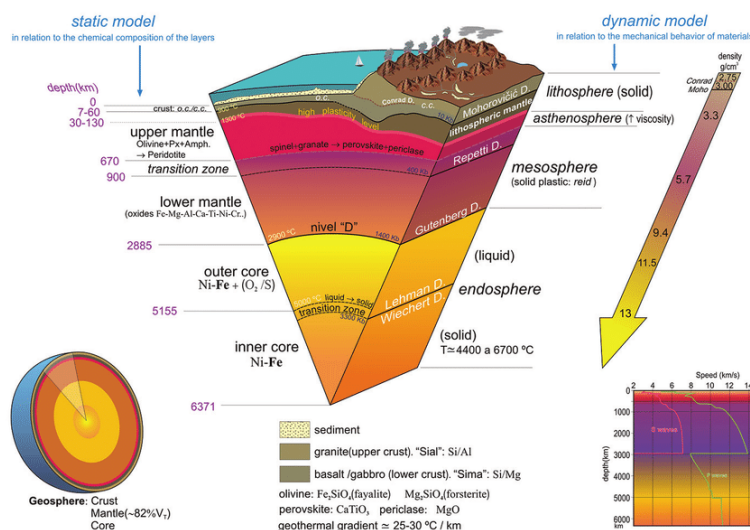


Figura 2. Illustrazione dei quattro gusci sferici concentrici: nucleo interno solido, nucleo esterno liquido viscoso di Nichel e Ferro. La crosta è suddivisa in continentale (cc) e oceanica (oc). L'immagine include alcune proprietà fisiche dei diversi strati, tra cui temperatura, pressione, densità e velocità delle onde sismiche P e S., comportamento meccanico delle rocce costituenti. Fonti: Wikipedia.org, Wiki commons.org.

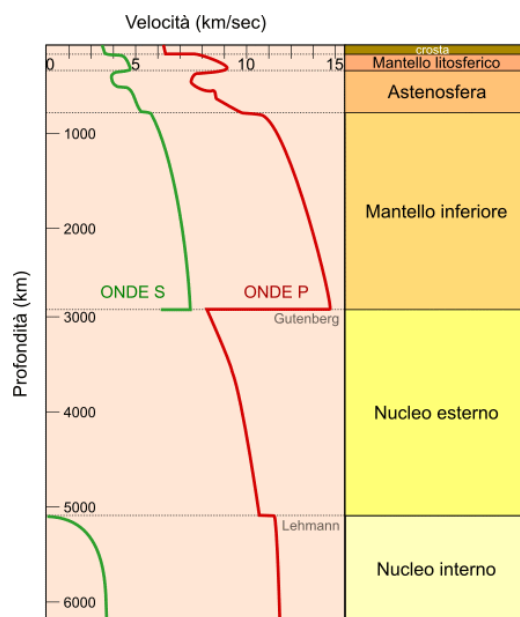


Figura 3. Variazioni della velocità delle onde sismiche dalla litosfera al centro del nucleo interno solido. Notare la diminuzione improvvisa delle velocità delle onde P ed S nell'**astenosfera**, nelle **discontinuità di Gutenberg e di Lehmann**. Fonti: Wikipedia.org, Wiki commons.org.

L'astenosfera testimonia che le rocce hanno un comportamento plastico quasi prossimo alla fusione. La discontinuità di **Gutenberg**, posta a circa 2900 km dalla superficie, separa il mantello inferiore dal nucleo esterno. La diminuzione brusca della velocità delle onde P e la scomparsa delle onde S dimostrano che i minerali del nucleo esterno sono allo stato **fluido**. La discontinuità di Lehmann, situata a circa 5.100 km di profondità, separa il **nucleo esterno, fluido** dal **nucleo interno**. **Alla loro interfaccia** si osserva un debole aumento della velocità delle onde P, rimanendo prima costante e poi aumenta leggermente, e la ricomparsa delle onde S nel nucleo interno, dimostrano che esso è **solido**. È formato da una lega di ferro-nichel e si stima che abbia una temperatura prossima a 6000 °C. I planetologi lo indicano col termine "nucleo solido" perché nonostante le temperature elevatissime, la forte pressione impedisce al metallo di fondere completamente. Ludovic Huguet, del gruppo di ricerca, che ha pubblicato un articolo su Earth and Planetary Science Letters afferma: «*affinché il ferro del nucleo liquido possa essersi solidificato, sarebbe stato necessario che la temperatura scendesse di un migliaio di gradi, ma se ciò fosse avvenuto si sarebbe solidificato l'intero nucleo, non solo una parte, e questo non è accaduto*».

3. Il calore interno della Terra

Il flusso di calore è il vincolo principale del motore termico della Terra, la cui natura e storia governano l'evoluzione termica, meccanica e chimica del pianeta. Si tratta di un meccanismo caratterizzato dall'equilibrio tra tre modalità di trasferimento del calore dall'interno verso la superficie:

1. Il ciclo tettonico delle placche che comportano il raffreddamento della litosfera oceanica;
2. La conduzione attraverso le placche continentali, che, a causa di correnti discendenti di celle convettive, fa sì che nessuna delle due subduce

interamente sotto l'altra. Per cui le placche continentali non partecipano al ciclo tettonico delle placche oceaniche;

3. I pennacchi e gli hotspot del mantello, che rappresentano una caratteristica secondaria del mantello stesso.

La Terra è il pianeta della tettonica a placche e il calore è la linfa vitale della geologia del globo terrestre. La tettonica delle placche è la conseguenza dell'evoluzione termica della litosfera oceanica. Il motore del movimento delle placche è il calore interno della Terra.

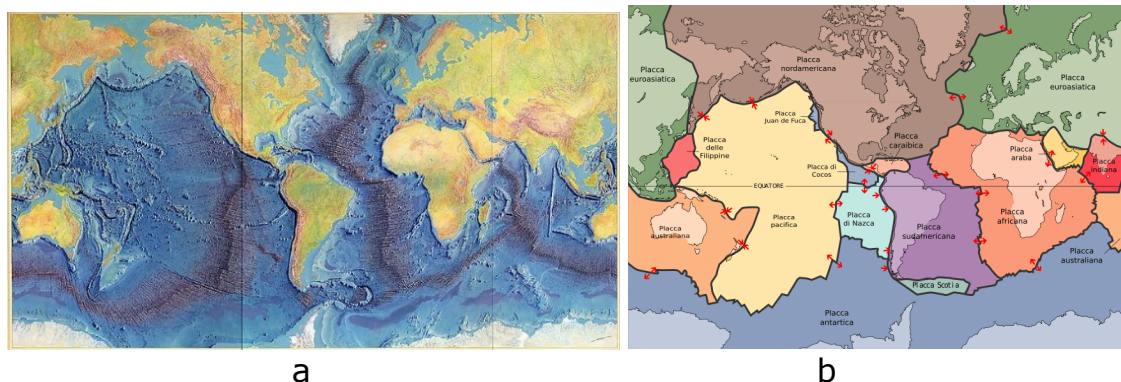


Figura 1. (a). Mappa dei fondali oceanici. (b). Placche con i relativi movimenti.
Fonte: Wikipedia.org.

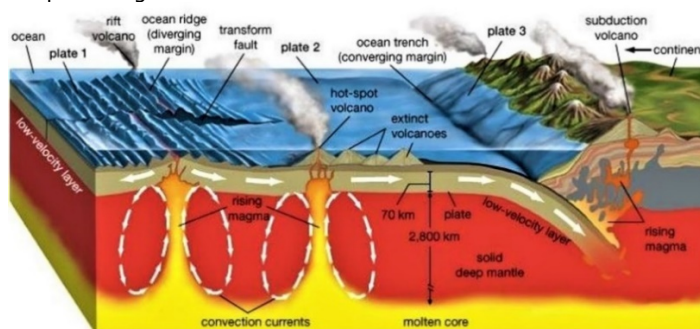


Figura 2. Illustrazione schematica delle correnti convettive nel mantello. Risalita del magma che fuoriesce lungo le dorsali oceaniche con accrescimento della litosfera da cui si allontanano i margini costruttivi divergenti delle due placche. Fonte. Wiki commons.org

L'immagine evidenzia che lungo i margini conservativi o trasformativi la litosfera non si accresce né si consuma. La fossa oceanica è in formazione presso la zona di subduzione della placca oceanica più densa sotto quella continentale: si immerge nell'astenosfera sotto il piano di Benioff, con fusione delle rocce sedimentarie per attrito. Si può osservare sia la formazione di un arco magmatico con una serie di vulcani paralleli alla fossa, sia la risalita del magma e la formazione di vulcani attivi, sia, infine, il corrugamento della placca continentale con formazione di una catena montuosa e l'innescare di terremoti.

Le dorsali oceaniche sono zone dove si verificano enormi scambi di calore tra il mantello e la litosfera oceanica e tra il magma e l'acqua marina che sono all'origine del continuo cambiamento dei fondali oceanici e della crosta terrestre. Anche l'arco vulcanico è un'area crostale con immensi trasferimenti di magma e di calore dal mantello alla crosta fino alla superficie e all'atmosfera terrestri. attraverso e di cenere e le rocce, il gas, la polvere e il materiale piroclastico possono essere lanciati

20 km nell'atmosfera, a un ritmo di 100.000 tonnellate al secondo, che viaggiano a centinaia di metri al secondo. Questa nuvola dopo collassa per gravità, creando una cascata di materia vulcanica bollente.

Il materiale del mantello caldo risale attraverso i **pennacchi**, i getti di roccia e magma incandescente che hanno origine dalla base del mantello, lo strato appena al di sotto della crosta terrestre, a contatto con il nucleo esterno fluido risale verso la superficie e poi si raffredda. Poiché la resistenza della roccia diminuisce con la temperatura, il materiale in raffreddamento forma rigide placche di litosfera. I **pennacchi** sono correnti cilindriche di risalita di materiale dalle zone profonde del mantello, o al confine con il nucleo, che spiegherebbe la diversa composizione chimica del magma.

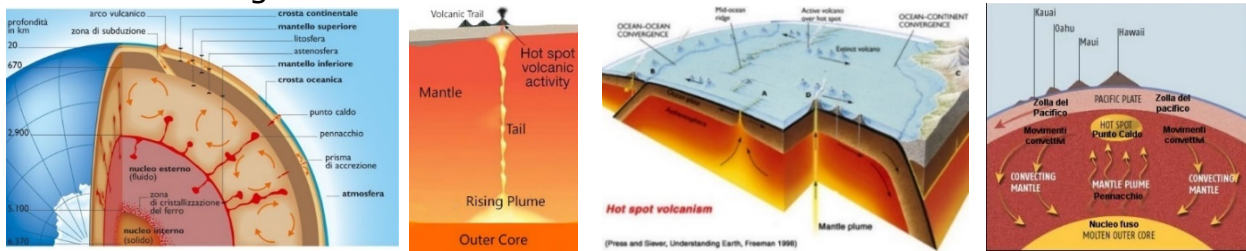


Figura 3. I pennacchi (*mantles plumes*) hanno origine al di sotto del mantello, a 3000 km di profondità, e sono collegati agli *hotspot* vulcanici. Fonte: Wikipedia.org.

Quando raggiungono la base della litosfera, i pennacchi determinano fusioni parziali nelle zone più superficiali. Il magma così formato man mano che attraversa la litosfera si raffredda e raggiunge la superficie. La litosfera oceanica in fase di raffreddamento si allontana dalle dorsali oceaniche (1-20 cm/anno), e alla fine raggiunge le zone di subduzione. La rigida placca che sprofonda nel mantello si riscalda a causa del gradiente geotermico, diventando più plastica. La litosfera è lo strato limite esterno freddo del sistema di convezione termica che coinvolge mantello e nucleo, che rimuove il calore dall'interno della Terra e ne controlla l'evoluzione attraverso la tettonica delle placche che prevede l'esistenza di hotspot, che derivano da **pennacchi**³ di materiale fuso che risale dal mantello.

I sismologi dell'Università della California, Berkeley, (UC) hanno eseguito nel 2015 una scansione tridimensionale dell'interno della Terra tramite un modello tomografico simile all'MRI, basato sui dati raccolti da 273 grossi terremoti.

Attraverso questa tecnica è stato così possibile osservare i percorsi dei pennacchi di magma fuso che, risalendo dal mantello, si collegano con gli *hotspot* oceanici, dove da migliaia di anni generano le catene di isole vulcaniche quali le Hawaii, Samoa e l'Islanda.

I dati raccolti sono stati determinanti per dimostrare la presenza e le caratteristiche dei **pennacchi**, i getti di roccia e magma incandescente che hanno origine dalla base del mantello, il guscio appena al di sotto della crosta terrestre, a contatto con il nucleo esterno.

Hanno "fotografato" che al di sotto dei 1000 km di profondità il **diametro** dei pennacchi sembrerebbe raggiungere un'estensione compresa tra i 600 e i 1000 Km. Ciò significa che non sarebbe sufficiente l'alta temperatura a determinare la

³ I dati raccolti sono stati pubblicati durante il 2015 in articoli su [Nature](#), [Nature Geoscience](#) e [Science](#).

risalita verso la crosta terrestre del magma. La spinta verso l'alto, dunque potrebbe, davvero essere legata a una diversa composizione chimica del magma. I pennacchi di confine tra nucleo e mantello sono una modalità di trasferimento di calore e materia per convezione secondaria, che ammonta a circa il 5%. Il nostro pianeta diffonde costantemente calore che, dal nucleo e dal mantello fluisce verso la crosta, che ha una temperatura media uguale a 100°C, la superficie e l'atmosfera.

4. Principi della termodinamica

L'esperimento di Joule dimostra che in una trasformazione ciclica il rapporto tra il lavoro fatto su un sistema termodinamico ed il calore sottratto è una costante universale.

$$\frac{L}{Q} = J = 4.186 \frac{\text{Joule}}{\text{cal}} \text{ (equivalente meccanico della caloria) } (1)$$

Qualunque sia il tipo di trasformazione si trova sperimentalmente sempre che:

$$Q - L = \text{costante.} (2)$$

La grandezza Q-L non dipende dal tipo di trasformazione eseguita, ma dipende solo dallo stato iniziale e dallo stato finale del sistema. Quindi Q-L è uguale alla variazione di una funzione di stato, chiamata energia interna U del sistema. Essa è una funzione che dipende solo dal valore dei parametri di stato macroscopici: pressione P, volume V e temperatura T.

Se si usano le stesse unità di misura per il lavoro ed il calore, in una trasformazione termodinamica ciclica si ha:

$$Q - L = 0, \text{ quindi } L = Q. (3)$$

Dalla quale segue che il calore è una forma di energia, nota come **energia termica**.

In meccanica nel caso del lavoro fatto in un campo di forze conservative si ha:

$$L = \Delta U \text{ (variazione dell'energia potenziale).} (4)$$

Dove L è il lavoro fatto sul campo di forze. Il lavoro fatto dal campo vale $L = -\Delta U$.

Nel caso di forze non conservative, cioè in presenza di forze di attrito dissipative non vale il principio di conservazione dell'energia meccanica.

Il primo principio della termodinamica ristabilisce la legge di conservazione dell'energia introducendo un'altra forma attraverso la quale può essere scambiata energia, il **calore**. Quindi:

$$\Delta U = Q - L. \text{ Da cui } Q = \Delta U + L \text{ (U=energia interna)}$$

L'energia non può né essere creata né distrutta, ma solo trasportata, trasformata o immagazzinata. In forma differenziale scriviamo

$$\delta Q = dU + \delta L. (5)$$

dove i simboli δQ e δL indicano che il calore e il lavoro non sono funzioni di stato.

Se il sistema termodinamico è chiuso il primo principio diventa

$$\dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out} + \dot{Q}_g - \dot{L} = \dot{Q}_{ESC}$$

dove:

- $\dot{Q}_{in}$ è la potenza termica entrante.
- $\dot{Q}_{out}$ è la potenza termica uscente.
- $\dot{Q}_g$ è la potenza termica generata all'interno del sistema
- $\dot{L}$ è la potenza meccanica.
- ❖ $\dot{Q}_{ESC}$ è la potenza termica immagazzinata nel sistema nell'unità di tempo.

Se il sistema è stazionario sparisce il termine $\dot{Q}_g$ legato all'energia del sistema. Per i solidi e per i fluidi incomprimibili macroscopicamente in quiete e non in cambiamento di fase è possibile calcolare l'energia del sistema con la seguente relazione:

$$\dot{E}_{\text{sist}} = m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt}. \quad (6)$$

dove:

- $\dot{E}_{\text{sist}}$ è l'energia immagazzinata nell'unità tempo dal sistema aperto o chiuso;
- m è la massa del sistema;
- c è il calore specifico, che dipende dal tipo di trasformazione.

Il flusso totale si ottiene, ovviamente, calcolando l'integrale:

$$\dot{E}_{\text{sist}}^{\text{tot}} = m \cdot c \int_{T_0}^T \frac{dT}{dt}. \quad (7)$$

La (7) è valida per m e c costanti.

Il lavoro e il calore non sono proprietà del sistema termodinamico. Dunque il calore è una forma di energia in transito che un sistema termodinamico scambia con l'ambiente nel passaggio da uno stato di equilibrio ad un altro. Il **calore** è una forma di **energia** che si trasferisce da un punto ad un altro in virtù di una differenza di temperatura, ΔT . Lo scambio di calore, attraverso il confine del sistema, è conseguenza di ΔT ed avviene nel rispetto del principio di conservazione dell'energia e del secondo principio della termodinamica. Il quale asserisce che il calore si propaga **spontaneamente** da zone a temperatura maggiore a zone a temperatura minore. Più precisamente:

"Il calore fluisce spontaneamente da zone a temperatura maggiore a zone a temperatura minore, ma è impossibile che fluisca spontaneamente in senso opposto".

Il primo e il secondo principio della termodinamica forniscono una spiegazione esauriente del flusso di calore dal centro del globo terrestre alla superficie. Il flusso di calore misurato in superficie consegue dal fatto che per ristabilire l'equilibrio termico tra gli strati di rocce dei gusci sferici del geoide il calore si propaga da zone a più alta temperatura a zone a più bassa temperatura.

La termodinamica consente di determinare la quantità di calore trasferito da un sistema all'ambiente circostante per una qualunque trasformazione senza avere alcuna informazione sulla sua durata. Il tempo in cui avviene un determinato processo non interessa perché si considerano sempre stati di equilibrio come condizioni iniziali e finali. In una trasformazione reversibile il tempo diviene infinito, in quanto si prendono in considerazione le trasformazioni statiche. Al contrario, se la trasformazione è irreversibile non abbiamo alcuno strumento per valutare che cosa succede all'interno della trasformazione stessa. Invece nei processi di trasmissione del calore è possibile valutare la rapidità con cui avviene questo trasferimento di energia. Questo è il motivo per cui ci si riferisce alla **potenza termica** e non all'energia. Le trasformazioni che considereremo saranno irreversibili in quanto avvengono a velocità finita e con salto termico finito. Lo scambio termico all'interno di un solido o di un fluido globalmente in quiete avviene, come vedremo, per **conduzione**. Siamo sì in condizioni di non equilibrio, ma almeno localmente saremo vicini all'equilibrio. Ciò significa che le variabili termodinamiche intensive come temperatura T , pressione p e velocità v diventano in questo caso funzioni della posizione e del tempo:

$$T = T(\vec{x}, t), \quad v = v(\vec{x}, t) \quad \text{e} \quad p = p(\vec{x}, t).$$

Si parla di descrizione macroscopica di un sistema se si utilizzano grandezze che non implicano alcuna ipotesi sulla struttura della materia e possono essere misurate direttamente. Le grandezze che descrivono gli stati del sistema come un continuum sono il volume, la pressione, la temperatura.

Quando la potenza termica in un sistema non varia nel tempo la temperatura in ciascun punto non cambia e si parla di **regime stazionario**: in ogni punto del sistema la potenza entrante è esattamente pari a quella uscente e l'energia interna e non si ha alcuna variazione dell'energia interna.

Quando, invece, la temperatura in qualche punto varia nel tempo si parla di **regime non stazionario** (o **regime transitorio**). Una variazione di temperatura determina una variazione dell'energia interna, quindi l'accumulo di energia è tipico del flusso non stazionario.

Nelle sezioni successive presenteremo i modelli fisico-matematici classici della conduzione e della convezione del calore nei solidi e nei fluidi.

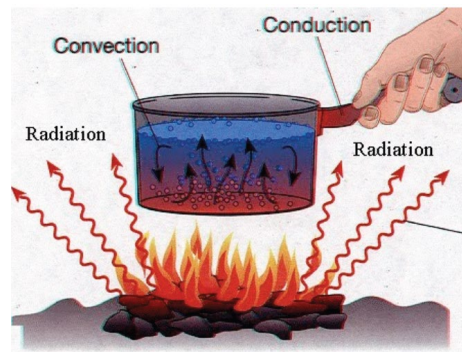


Figura 1. Modalità di scambio del calore. Fonte. wikipedia.org.

4.1 Trasmissione del calore

In questa sezione intraprenderemo lo studio della trasmissione del calore con l'obiettivo di determinare il campo di temperatura dei sistemi di interesse e la quantificazione delle potenze termiche in gioco. Svilupperemo, in particolare, il legame causa-effetto tra differenza di temperatura e potenza termica scambiata. Si distinguono tre modi fondamentali di trasmissione del calore:

1. Conduzione;
2. Convezione;
3. Irraggiamento.

La **conduzione** è il meccanismo per cui l'energia termica fluisce da due punti di un solido opaco a differente temperatura, quando la loro velocità relativa è nulla. Questa modalità di scambio termico è predominante nei mezzi solidi.

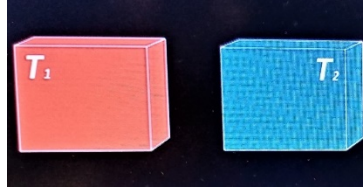
La **convezione** è il meccanismo per cui l'energia termica fluisce da due punti a differente temperatura in moto relativo fra loro. Questa modalità di scambio termico è predominante nei fluidi e all'interfaccia solido fluido.

L'**irraggiamento** è il meccanismo per cui l'energia termica fluisce a causa della propagazione di onde elettromagnetiche. Questa modalità di scambio termico può avvenire anche nel vuoto.

Le modalità del trasferimento continuo di calore che avvengono dall'interno verso la superficie del geoide sono molto complessi e di tipo diverso. I principali meccanismi sono la **conduzione** (25%), la **convezione**, (75%) e i **pennacchi** (5%), attraverso i quali il magma risale dal mantello alla superficie.

4.2 Trasferimento di calore per conduzione: postulato di Fourier.

A livello macroscopico la relazione che descrive la conduzione del calore è data dalla legge o postulato di Jean Fourier, che esplicita su base locale la relazione **causa-effetto** tra **differenza di temperatura** e **potenza termica scambiata**. L'analisi dello studio della conduzione sarà sviluppata basandosi sulla legge di Fourier. A tale scopo consideriamo due solidi opachi nei quali non vi è trasmissione del calore né tramite convezione né tramite irraggiamento.



Il solido a sinistra ha una temperatura T_1 e quello a destra ha una temperatura T_2 . Si ipotizza che T_1 sia maggiore di T_2 .



- Solido opaco: sono **impossibili irraggiamento** e **convezione**.
- $T_1 > T_2$.
- $\dot{Q}$ = **potenza termica**.
- Livello microscopico: **teoria cinetica molecolare**.
- Nessun movimento macroscopico di materia.

Se si mettono a contatto i due corpi e si scambiano energia, allora l'energia scambiata a causa della differenza di temperatura si chiama **potenza termica** ed è rappresentata col simbolo $\dot{Q} = \frac{dQ}{dt}$.

Per ricavare sperimentalmente la legge di J. Fourier per la conduzione prendiamo una barretta cilindrica di materiale omogeneo ed isotropo, lunga Δx . Le estremità della barretta sono costituite da due superfici A isoterme, piane e parallele, mantenute a temperature differenti ed uniformi T_1 e T_2 , tali che $T_1 > T_2$ e $\Delta T = T_1 - T_2 > 0$. La barretta è termicamente isolata lungo tutto l'involucro in modo che il calore si propaghi in **condizioni stazionarie** solo lungo la direzione dell'asse della barretta stessa. Inoltre, T_1 , T_2 e ΔT si mantengono costanti nel tempo.

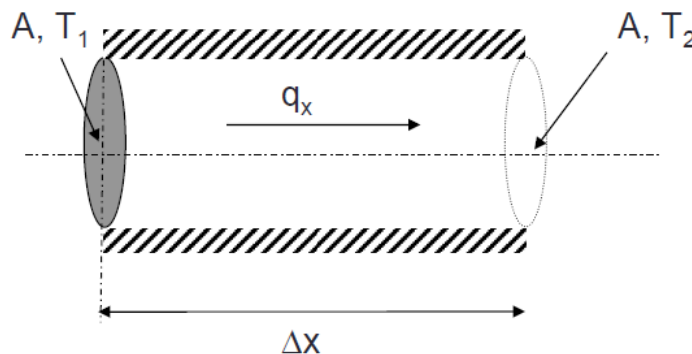


Figura 1. Dispositivo per verificare empiricamente il postulato di Fourier.

Sperimentalmente si trova che il flusso scambiato raddoppia al raddoppiare di ΔT e al raddoppiare dell'area della sezione normale alla direzione del flusso, mentre si dimezza al raddoppiare del diametro (spessore) della barretta. In simboli si ha:

$$\frac{Q_x}{\Delta t} \propto A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (1)$$

Dove Q_x è la quantità di calore scambiata nell'intervallo di tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ tra i due estremi della barretta, a temperatura T_1 e T_2 rispettivamente.

Il rapporto $\frac{Q}{\Delta t}$ è chiamato **flusso termico medio** o potenza termica media.

La proporzionalità (1) è esprimibile con una relazione di uguaglianza introducendo la costante di proporzionalità λ , detta **conducibilità termica** che dipende dalla natura del materiale. È anche definita come la "capacità" del materiale a condurre calore. La (1) può essere riscritta, quindi, nella forma:

$$\frac{Q}{\Delta t} = -\lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (2) \quad (\text{Postulato di Fourier})$$

Il flusso termico medio è, quindi, proporzionale all'area A e a ΔT . Nel sistema SI ha le dimensioni di un'energia diviso un tempo. Quindi:

$$\left[\frac{Q}{\Delta t}\right] = 1 \frac{J}{s} = 1 J s^{-1} = 1 W.$$

Il limite $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Q_x}{\Delta t} = \frac{dQ_x}{dt} = \dot{Q}_x$ dà il flusso di calore istantaneo nella direzione di x .

La quantità di energia termica scambiata nel processo si ottiene calcolando l'integrale:

$$\int_{t_1}^{t_2} \dot{Q}_x dt = Q_{12}. \quad (3)$$

Il postulato di Fourier è una legge fenomenologica che in condizioni monodimensionali assume la forma:

$$d\dot{Q}_x = -\lambda A \frac{dT}{dx} \quad (4)$$

dove A è l'area della superficie di scambio termico.

Il segno meno indica semplicemente che il calore viene trasferito in direzione opposta a quella del gradiente di temperatura.

Il coefficiente di conducibilità termica λ è una proprietà termofisica del materiale.

La sua unità di misura è $\left[\frac{W}{mK}\right]$.

Per i materiali di impiego comune il suo valore varia da un minimo di $0,03 \frac{W}{mK}$

per i materiali isolanti fino ad un massimo di $420 \frac{W}{mK}$ per l'argento.

Il valore della conducibilità termica λ delle diverse sostanze varia entro limiti amplissimi: dipende dallo stato del materiale, può variare con la temperatura, la pressione e gli eventuali processi termici che il materiale ha subito nel corso della sua vita. Un esempio significativo sono le rocce dei gusci sferici del Geoide.

Il segno negativo che compare nella (1) e nella (2) ha giustificazioni che derivano dall'enunciato stesso del secondo principio della termodinamica. Secondo il quale il calore si trasmette, spontaneamente, da temperature maggiori verso temperature minori, per cui la differenza $T_2 - T_1$ è negativa e pertanto il segno meno serve a rendere positiva la quantità di calore trasmessa uscente dalla superficie più calda. Per il secondo principio della termodinamica il calore fluisce spontaneamente sempre nella direzione della temperatura più bassa.

La conduzione è la modalità di trasmissione di calore nei corpi materiali che sono a contatto, o tra parti di uno stesso corpo che si trovano a temperature diverse.

Dal punto di vista matematico l'equazione di Fourier è un'equazione che ha come incognita la temperatura T , per cui la temperatura è una funzione di stato. L'equazione di Fourier è un'equazione differenziale che esprime la conservazione dell'energia totale. Essa afferma che la potenza termica elementare $d\dot{Q}$ scambiata attraverso una superficie infinitesima dS , è.

$$d\dot{Q}_x = -\lambda \frac{dT}{dx} dS \quad (5)$$

nell'ipotesi che il flusso di calore avvenga in regime stazionario e sia, quindi, monodimensionale lungo la direzione x .

L'incognita nella equazione differenziale $\dot{Q} = -\lambda S \frac{dT}{dx}$ è la temperatura. Le variabili in gioco sono:

- S = Area della sezione perpendicolare alla direzione dello scambio termico
- λ = Conducibilità termica. Rappresenta il flusso termico che si trasmette attraverso uno spessore unitario del materiale per unità di superficie e per una differenza di temperatura unitaria. Le unità di misura nel SI sono $W m^{-1} K^{-1}$ o $W m^{-1} ^\circ C^{-1}$;

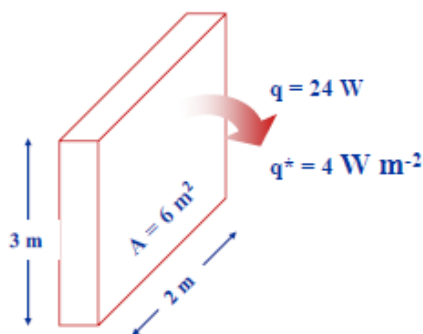
❖ $\frac{dT}{dx}$ = Gradiente di temperatura. Rappresenta la variazione di temperatura nella direzione di propagazione del calore. Dato che il calore fluisce da zone a temperatura maggiore verso zone a temperatura minore, il gradiente è negativo per valori crescenti di x . È necessario introdurre il segno meno (-) per avere il flusso termico positivo nella direzione considerata.

La conducibilità termica λ dipende dalla struttura del materiale, dalla sua densità, dalla pressione e dalla temperatura. Ad esempio, $\lambda = 1.1 Wm^{-1}K^{-1}$ per il tufo giallo campano e per l'argilla espansa $0.13 Wm^{-1}K^{-1} \leq \lambda \leq 0.25 Wm^{-1}K^{-1}$.

Sostanza	$\lambda [W/(m \cdot K)]$	Sostanza	$\lambda [W/(m \cdot K)]$
diamante	1600	vetro	1
argento	460	mattoni	0,90
rame	390	cartongesso	0,21
oro	320	plexiglas	0,19
alluminio	290	carta	0,18 (0,14 - 0,23)
ottone	111	legno	0,18
platino	70	sughero	0,052
piombo	35	lana di pecora	0,040
acciaio inox	17	polistirolo estruso (XPS)	0,040
quarzo	8	aria secca (a 300 K, 100 kPa) in quiete	0,026
ghiaccio (acqua a 0°)	2,20 - 2,50	Aerogel	0,013

Tabella 1. Valori assoluti e relativi della conducibilità termica λ di alcuni elementi e sostanze. Fonte.Wikipedia.org.

È utile nella pratica considerare il **flusso termico specifico**, denotato in genere col simbolo $q^* = \frac{\dot{Q}}{A}$: è il flusso termico scambiato riferito ad una superficie A unitaria. Nel sistema SI l'unità di misura di q^* è $[W m^{-2}]$. Consideriamo, ad esempio, la piastra qui sotto. Con semplici calcoli si trovano i valori di $\dot{Q}$ e di q^* .



4.3 Gradiente termico

Consideriamo la fig. 2 nella quale è illustrato il trasferimento di calore per conduzione nella direzione x in regime stazionario e monodimensionale.

Il rapporto $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ esprime la variazione media della temperatura T lungo x , noto come **gradiente medio di temperatura**. Il limite

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{dT}{dx} \quad (1)$$

dà la derivata $\frac{dT}{dx}$, che **esprime** il **gradiente puntuale di temperatura** rispetto a x .

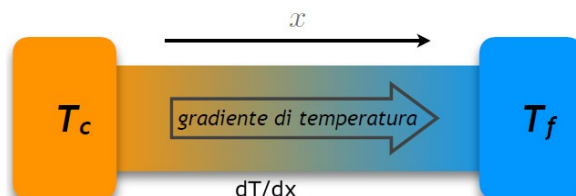


Figura 1. Illustrazione del gradiente di temperatura in un mezzo omogeneo e isotropo in regime stazionario da una sorgente "calda" T_c a una "fredda" T_f . Fonte. wikicommons.

La quantità di calore infinitesimo che fluisce nell'unità di tempo attraverso una superficie infinitesima è proporzionale a dS e al gradiente termico $\frac{dT}{dx}$:

$$d\dot{Q}_{ds} = -\lambda dS \frac{dT}{dx} \quad (2)$$

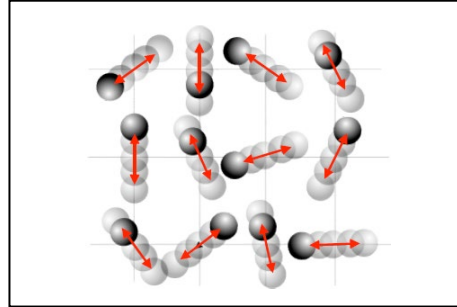
Questa relazione rappresenta una formulazione diversa del postulato di Fourier che è una equazione di bilancio. La quale afferma che la potenza termica elementare $d\dot{Q}_{ds}$ scambiata attraverso una superficie infinitesima dS lungo una direzione normale alla superficie è proporzionale alla superficie stessa e al fattore di conducibilità termica del materiale e alla variazione della temperatura.

La conduzione termica, da un punto di vista macroscopico, si manifesta come scambio di energia termica all'interno di corpi o tra corpi solidi, liquidi o gassosi, in contatto tra di loro, senza movimento macroscopico di materia. All'interno dei solidi

opachi è l'unica modalità di trasmissione del calore possibile perché non sono attraversati da radiazioni elettromagnetiche.

A livello microscopico il fondamento teorico della conduzione è la teoria cinetica molecolare, che mette in relazione i parametri macroscopici, pressione P , volume V , temperatura T ed energia interna U del sistema termodinamico, con i valori medi di grandezze microscopiche, quali la velocità e la quantità di moto delle molecole. Lo scambio termico è dovuto alla cessione di energia cinetica molecolare (rotazionale e vibrazionale) da zone ad alta temperatura verso zone adiacenti a più bassa temperatura (meccanismo fononico).

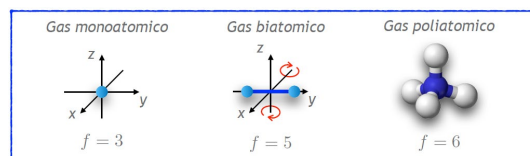
Nei liquidi e nei gas è dovuta alla collisione delle molecole nel loro moto caotico. Nei corpi solidi è innescata dalla vibrazione delle molecole all'interno del reticolo cristallino. Nel caso particolare dei solidi metallici (conduttori elettrici) è dovuta allo spostamento e al trasporto



dell'energia degli elettroni liberi (meccanismo elettronico). Il **teorema** della equipartizione dell'energia associa ad ogni grado di libertà di una *molecola* un'energia cinetica media proporzionale alla temperatura assoluta mediante l'equazione:

$$K_m = \frac{1}{2} k_B T \quad (3)$$

Dove $k_b = 1,36499 \text{ JK}^{-1}$ è la costante di Boltzmann. Gli N atomi di un reticolo cristallino oscillano intorno alle loro posizioni di equilibrio. Gli atomi si comportano come oscillatori e ad ogni grado di libertà è associata sia un'energia cinetica, sia un'energia potenziale. Ad ogni atomo di un solido cristallino, ad esempio un metallo, si possono associare 3 gradi di libertà per l'energia cinetica e altri 3 gradi di libertà per l'energia potenziale elastica.



Una molecola *monoatomica* può avere solo energia cinetica di traslazione. Tutte le molecole possono *traslare* nello spazio tridimensionale: il moto di traslazione ha quindi **3 gradi di libertà** corrispondenti ai 3 assi dello spazio tridimensionale. Quindi:

$$U = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) k_B T = \frac{3}{2} k_B T \quad (4)$$

Esiste però anche la possibilità di immagazzinare energia cinetica con la *rotazione attorno ad un asse*. Anche la direzione dell'asse di rotazione può essere scomposta in 3 direzioni spaziali indipendenti e corrispondenti ad *ulteriori 3 gradi di libertà*. Un corpo in rotazione attorno ad un asse possiede energia cinetica che dipende dalla velocità di rotazione e quindi dalla distanza dall'asse di rotazione.

Una molecola *biatomica* può avere energia cinetica di traslazione e di rotazione, purché l'asse di rotazione *non coincida con la direzione del manubrio* (asse y nello schema). Dunque ha 5 gradi di libertà (3 traslazionali più 2 rotazionali). L'energia potenziale è data da:

$$U = \frac{5}{2} k_B T \quad (5)$$

Una molecola *poliatomica* può traslare e ruotare in qualsiasi direzione spaziale. Quindi ha tre gradi di libertà per la traslazione più 3 gradi di libertà per la rotazione che fanno 6. Per un gas poliatomico i gradi di libertà sono 6 e l'energia potenziale vale: $U = \frac{6}{2} k_B T = 3k_B T$.

Con semplici passaggi l'energia interna può esprimersi in funzione di R, la costante dei gas ricavabile dall'equazione di stato dei gas perfetti $PV = nRT$, ottenendo:

$$U = 3Nk_B T = 3n(N_A k_B) T = 3nRT. (6)$$

Dove N è il numero di molecole, $N_A = 6,02214076 \times 10^{23}$, è il numero di Avogadro, numero di particelle (atomi, molecole o ioni) contenute in una mole.

Ricordando che il calore specifico molare a volume costante è la derivata $c_v = \frac{\partial U}{\partial T}$ dell'energia rispetto alla temperatura, si ottiene la legge di Dulong e Petit:

$$c_v = 3 R = 24.94 \text{ J } \frac{\text{mole}}{K}. (7)$$

Queste equazioni mostrano il legame tra l'energia interna del gas perfetto e la sua temperatura assoluta, verificata sperimentalmente da Joule.

"La temperatura è un indice dello stato termico di un corpo che descrive l'attitudine di esso a scambiare calore con altri corpi". J. C. Maxwell.

La temperatura di un gas è l'indice del suo grado di agitazione termica.

Il regime termico si dice **stazionario** se la temperatura di un qualunque punto del sistema non cambia nel tempo.

4.4 Trasferimento di calore per conduzione in una lastra piana

Consideriamo una lastra piana di superficie S e spessore l. La condizione necessaria perché il trasferimento di calore per conduzione avvenga in regime stazionario è che la superficie S della lastra sia abbastanza grande rispetto allo spessore l, ovvero se la superficie della piastra è molto maggiore di l^2 . Inoltre le temperature T_1 e T_2 non dipendono dal tempo e rimangono costanti. Il gradiente termico è diretto lungo la direzione x: è monodimensionale. In regime stazionario la quantità di calore che fluisce nella unità di tempo, ad esempio, 1 s o 1 min oppure 1 h, attraverso una superficie infinitesima è data da:

$$d\dot{Q} = -\lambda dS \frac{dT}{dx}$$

Integrando $\dot{Q} = -\lambda S \frac{dT}{dx}$ per separazione di variabili rispetto allo spessore l si ha:

$$\int_0^l \dot{Q} dx = -\lambda S \int_{T_1}^{T_2} dT \quad (2)$$

$$\dot{Q} l = \lambda S (T_2 - T_1) \quad (3)$$

$$\dot{Q} = \lambda \frac{S}{l} (T_2 - T_1) \quad (4)$$

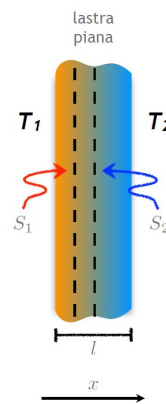


Figura 1. Lastra piana.

Le superfici laterali hanno temperature

T_1 e T_2 : $T_1 > T_2$.

Applicando il primo principio si ha:

$$\Delta U = L = 0 \Rightarrow Q_1 + Q_2 = 0$$

Questa equazione esprime la legge di conservazione del calore. Il calore che esce da S_1 è uguale al calore che entra in S_2 .

Come esempio consideriamo la parete costituita da una lastra di acciaio con spessore di 5mm. Il valore della conducibilità termica è: $\lambda = 45 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$.

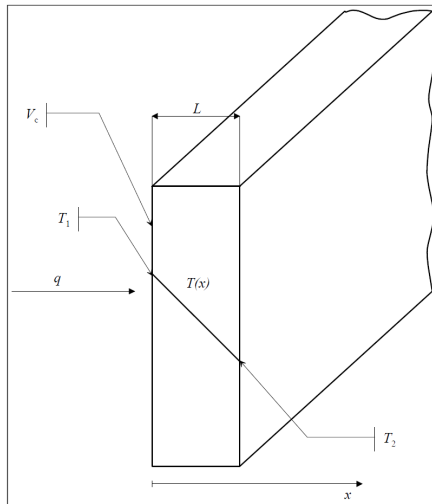


Figura 2. Parete piana di spessore L , molto più piccolo delle altre due dimensioni. Fonte wikipedia.org.

Determiniamo, ad esempio, il flusso termico trasmesso attraverso la piastra se $T_1 = 50^\circ\text{C}$ e $T_2 = 20^\circ\text{C}$.

Applicando la formula $q_x^* = \lambda \frac{(T_2 - T_1)}{l}$ con $l = L$ otteniamo:

$$q_x^* = \lambda \frac{(T_2 - T_1)}{L} = \frac{45}{5 \times 10^{-3}} (50 - 20) = 27000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 270 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2}$$

L'andamento lineare e decrescente di $T(x)$ sarà chiarito nel prossimo paragrafo. Abbiamo sottolineato che la conduzione a livello microscopico è legata a processi che avvengono a livello atomico o molecolare. Consideriamo un gas macroscopicamente in quiete racchiuso in un recipiente in cui le due pareti poste orizzontalmente sono a temperatura diversa, con la parete superiore a temperatura maggiore, mentre le altre pareti sono adiabatiche. Le molecole vicino alla parete calda hanno una temperatura (e quindi un'energia cinetica) maggiore. Il loro moto avviene casualmente in tutte le direzioni; quindi prima o poi collideranno con le molecole a temperatura più bassa trasferendo a queste parte della loro energia. In tal modo vi è un trasferimento di energia dalla parete calda a quella fredda. Sperimentalmente si vede che il flusso termico è proporzionale al gradiente di temperatura e non alla differenza di temperatura.

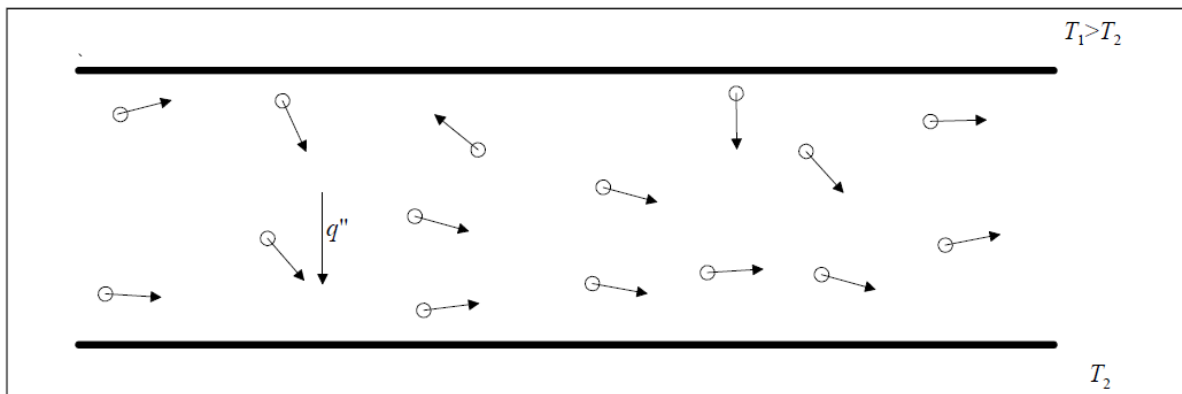


Figura 3. Illustrazione microscopica della conduzione in un fluido.

Fonte wikipedia.org.

4.5 Legge di Laplace

La legge di Laplace per la conduzione si applica nei casi in cui il flusso di calore è monodimensionale, avviene in regime stazionario e senza generazione di calore all'interno della parete. Consideriamo una lastra di spessore Δx , di area A e di materiale omogeneo ed isotropo, tale che non vi sia generazione di calore al suo interno. Il flusso termico è monodimensionale e avviene in regime stazionario.

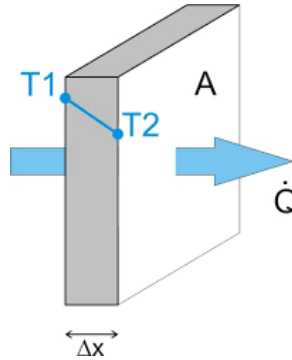


Figura 1. La quantità di calore scambiata dipende dalle proprietà termo-fisiche del corpo così e dalla differenza di temperatura $\Delta T = T_1 - T_2 > 0$ tra le due facce della lastra di area A . Fonte wikipedia.org.

A libello microscopico le molecole vicino alla parete calda hanno una temperatura (e quindi una energia cinetica) maggiore. Il loro moto avviene casualmente in tutte le direzioni; quindi prima o poi collideranno con le molecole a temperatura più bassa trasferendo a queste parte della loro energia. In tal modo vi è un trasferimento di energia dalla parete calda a quella fredda. Sperimentalmente si vede che il flusso termico è proporzionale al gradiente di temperatura $\frac{d(T(x))}{dx}$ e non alla differenza di temperatura.

Vogliamo determinare l'andamento della temperatura all'interno della piastra costituita da un materiale omogeneo ed isotropo. A tale scopo possiamo esprimere la variazione di temperatura lungo la direzione x mediante l'equazione di Laplace⁴:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \quad (1)$$

La quale ci dice che la derivata seconda di T calcolata rispetto a x è nulla.

Possiamo anche scrivere la precedente equazione nella forma:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{d(T(x))}{dx} \right) = 0 \quad (2)$$

Quindi il gradiente $\frac{d(T(x))}{dx}$ è costante. Ovvero: $\frac{d(T(x))}{dx} = c_1$, con c_1 costante.

Moltiplicando entrambi i membri per dx si ricava:

$$dT(x) = c_1 dx \quad (3)$$

Integrando i due membri ai lati del segno di uguaglianza si ottiene:

$$T(x) = c_1 x + c_2 \quad (4)$$

Imponiamo le condizioni al contorno.

- $T_1 > T_2$;

⁴ L'equazione di Laplace alle derivate parziali è $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$.

- Per $x = 0$ risulta: $T(0) = c_1 \cdot 0 + c_2 = 0 + T_1 = c_2$. Quindi: $T_1 = c_2$;
- $T_2 = c_1 L + T_1$. Da cui si ricava: $c_1 = -\frac{T_1 - T_2}{L}$. Sostituendo nella (3) si ottiene:

$$T(x) = -\frac{T_1 - T_2}{L}x + T_1 \quad (5) \text{ ovvero}$$

$$T(x) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{L}x. \quad (6)$$

Il grafico della (4) nel piano astratto (T, x) è riportato in fig. 2:

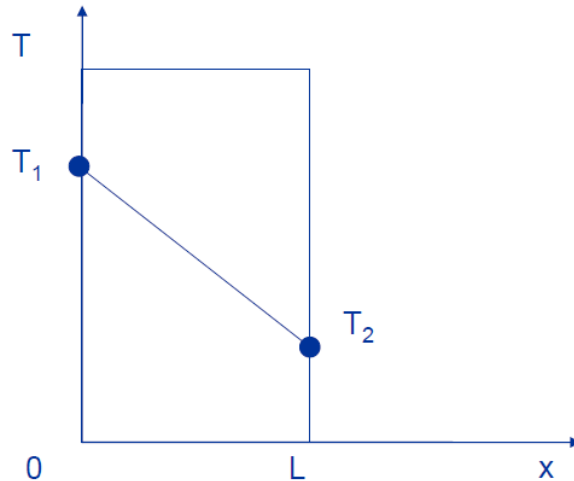


Figura 2. Conduzione monodimensionale in parete piana. La temperatura attraverso la parete piana varia linearmente con x . Fonte. Corso di fisica tecnica prof. Poroncini.

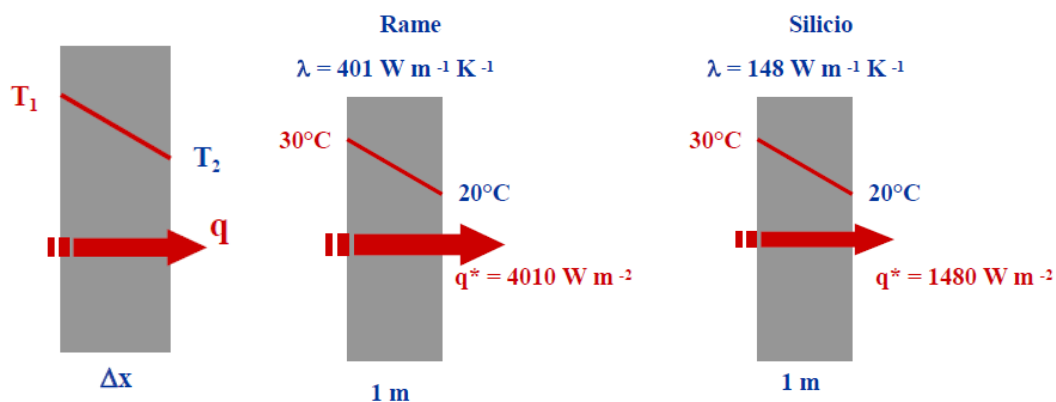


Figura 3. Andamento lineare e decrescente della temperatura all'interno di tre piastre. Per le piastre di rame e di silicio sono riportati i valori della conducibilità λ e i valori delle correnti termiche specifiche. Fonte. Wikipedia.org.

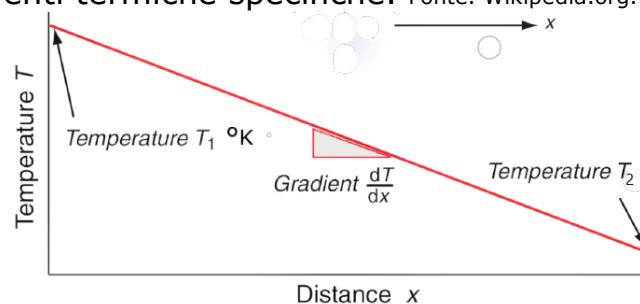


Figura 4. Gradiente termico lungo l'asse x . Fonte. Wikipedia.org.

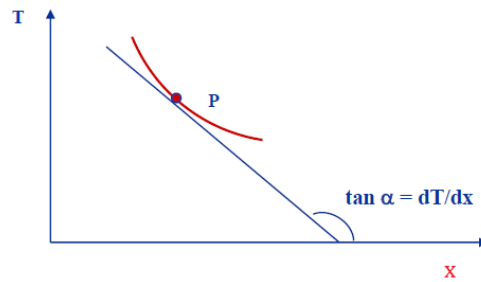


Figura 5. Andamento del gradiente di temperatura $\frac{d(T(x))}{dx}$. Fonte. Wikipedia.org.

Il gradiente di temperatura cambiato di segno $\frac{d(T(x))}{dx} = tg\alpha$ eguaglia il coefficiente angolare della retta tangente nel punto P di una curva che rappresenta la variazione di temperatura lungo l'asse x. Poiché il calore fluisce da zone a temperatura maggiore verso zone a temperatura minore, il gradiente è negativo per valori crescenti di x. Per renderlo positivo è necessario introdurre il segno meno (-) per avere il flusso termico positivo nella direzione positiva dell'asse x.

4.6 Trasferimento di calore per convezione

La convezione (dal latino conveho, "trasporto d'insieme") è la modalità di scambio termico che si ha alla superficie di un solido lambito da un fluido per l'effetto combinato della conduzione nel fluido e del trasporto di energia associato allo spostamento di

materia, dovuto al moto del fluido stesso. È da notare che affinché si abbia convezione è necessario che il fluido sia in moto: nei fluidi in quiete la trasmissione del calore può avvenire solo per conduzione (ed irraggiamento se il fluido è trasparente). La convezione termica nasce dall'azione congiunta di trasporto di materia e di energia termica. Senza materia in movimento non si può avere convezione termica ma solo conduzione. Il termine convezione definisce un insieme di fenomeni di trasporto di massa e di calore attraverso il movimento di un fluido riscaldato o raffreddato.

La trasmissione di calore per convezione è il meccanismo per cui l'energia termica fluisce tra due corpi, di cui almeno uno è un fluido, in moto relativo tra loro e a differenti temperature. Questa modalità di scambio termico è predominante nei fluidi e all'interfaccia solido-fluido. La convezione può anche avvenire all'interno di uno stesso fluido tra punti o zone a temperature differenti, tra un solido ed un liquido, tra un solido ed un aeriforme, tra un liquido ed un aeriforme, ma anche tra due liquidi immiscibili, purché si trovino a temperature diverse. Il moto relativo del fluido può avere cause differenti.

A livello pratico la convezione si distingue in:

- **convezione naturale:** quando il moto del fluido è dovuto alle differenze di densità indotte dalle differenze di temperatura, questo è il caso ad esempio dell'acqua in una pentola posta sul fuoco, o dell'aria sull'asfalto caldo;
- **convezione forzata:** quando il moto relativo tra il fluido e la superficie è indotto dall'esterno tramite appositi organi, come pompe o ventilatori o diffusori;
- **convezione interna:** quando il fluido scorre internamente ad un condotto, in genere una tubazione;

- **convezione esterna:** quando il fluido lambisce dall'esterno un oggetto, come l'ala di un aereo, la pala di una turbina.

a. Convezione naturale

La **convezione è detta naturale o libera** quando il moto del fluido è dovuto alle differenze di densità indotte dalle differenze di temperatura. Esempi familiari sono: fluido più caldo che tende generalmente a salire, come l'acqua in una pentola posta sul fuoco; l'aria sulla sabbia e asfalto caldi. Il moto del fluido è generato da forze di massa, quali le forze di galleggiamento (il principio di Archimede) indotte da differenze di densità legate al gradiente di temperatura, oppure da forze centrifughe. Il movimento di materia si origina per effetto del solo campo di temperatura esistente fra zone diverse di un sistema termico. Il moto relativo del fluido è generato proprio dallo scambio termico in corso. In questo caso l'energia termica scambiata modifica le caratteristiche termodinamiche del fluido, in particolare la sua densità. Le variazioni di densità tra i volumi di fluido danno origine a uno spostamento di massa nel tempo. Quelli con densità più bassa tendono a salire richiamando al loro posto volumi di fluido con densità maggiore, come avviene, ad esempio, nell'acqua di una pentola mentre si riscalda. L'energia termica passa per conduzione dalla base della pentola all'acqua che si scalda rispetto alla temperatura ambiente iniziale e si dilata. Ciò comporta una diminuzione di densità dell'acqua calda rispetto a quella fredda. Si genera, quindi, per effetto della forza di gravità che agisce sempre verso il basso, un "alleggerimento termico" che fa spostare il fluido caldo verso l'alto e quello freddo verso il basso. Si attiva, quindi, un moto rotatorio orario e antiorario che è il flusso convettivo propriamente detto.

Questi processi sono presenti in qualsiasi tipo di fluido, in cui il moto rotatorio orario e antiorario è generato dalla forza di gravità che sposta verso il basso il fluido freddo rispetto a quello caldo che risale.

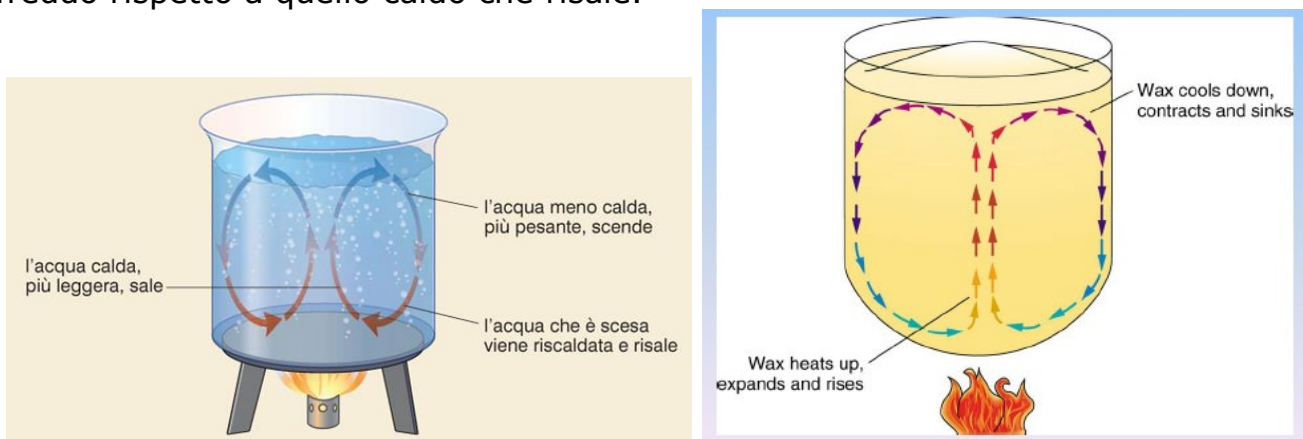


Figura 1. Scambio di calore per convezione naturale. I moti convettivi in acqua e nella cera mentre si riscaldano. Il riscaldamento non uniforme dei volumi di acqua e di cera provoca il trasferimento di calore e di massa per contrasto di densità. Il movimento avviene per il solo effetto della forza di gravità sugli strati di fluido a diversa densità. Fonte: Wikipedia.org.

La convezione è di grande importanza in molti fenomeni naturali, quali la circolazione atmosferica e le correnti marine.

b. Convezione forzata

La **convezione è detta forzata** quando il moto del fluido è generato da forze esterne, fenomeni naturali (vento, correnti marine ecc.) un ventilatore, una pompa, che impongono al fluido una certa velocità. Esempi di fenomeni convettivi forzati sono le correnti a getto, le correnti marine, che innescano moti relativi in un fluido, aria o acqua salina marina. Esempi tipici sono la corrente del golfo e le correnti a getto.

La **corrente del golfo** è la parte settentrionale del circuito di correnti oceaniche nordatlantiche. È una forte corrente calda che esce dal Golfo del Messico attraverso lo Stretto della Florida. Costeggia l'America Settentrionale, oltre Capo Hatteras e poi si dirige a NE sino a 55° di lat. nord, dove incontra le correnti fredde del Labrador. Dopo Terranova piega verso est, frazionandosi in più rami e raggiunge le coste islandesi e nordeuropee, portandovi acque a temperatura elevata. Infatti, nella sua risalita verso settentrione l'acqua della corrente del G. non subisce una rilevante diminuzione della temperatura, che è di 27 °C in Florida e di 20 °C a Terranova. Le cause principali di essa sono le differenze di temperatura e di salinità, che incidono sulla densità dell'acqua, dando origine al moto relativo. Il movimento delle masse d'acqua superficiali è determinato soprattutto dal vento, mentre quello delle acque profonde è innescato dalle **variazioni di densità** alimentate dalle differenze di temperatura e della concentrazione salina nella colonna d'acqua. L'acqua calda, con densità minore risale, mentre l'acqua fredda con densità maggiore discende. Ha una lunghezza di 10.000 km che la rende una delle più grandi e più veloci correnti calde sulla Terra. Ha una velocità di circa 2m/s e trasporta 100.000.000 m³ di acqua al secondo verso l'Europa. Gli **alisei** di sud-est, venti costanti e regolari, portano l'acqua calda superficiale verso nord-ovest, nel Golfo del Messico, dove si riscalda fino a 30°C.

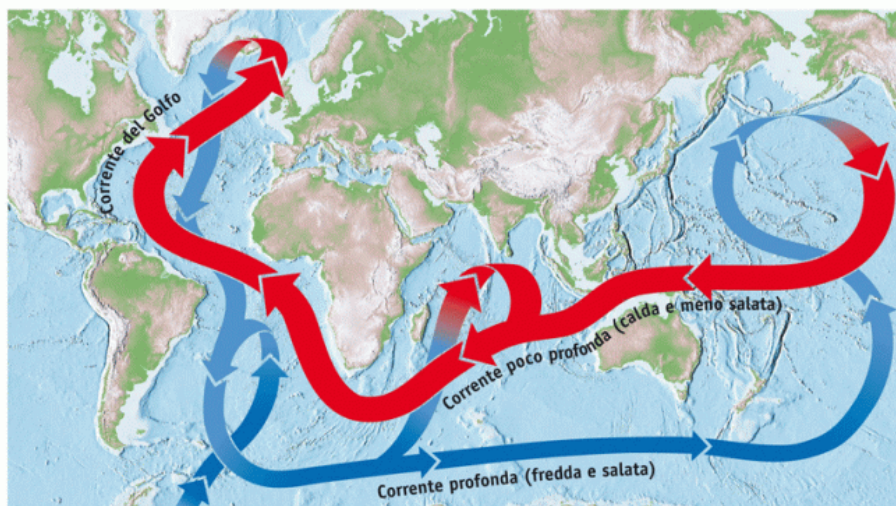


Figura 2. Corrente del golfo: in rosso la corrente calda in acque poco profonde e meno salate; in blu la corrente di profonda in acque fredde e salate. Fonte: Wikipedia.org.

Le **correnti a getto, jet streams**, sono venti molto intensi presenti al limite della troposfera (8-12Km di altezza) che circumnavigano tutto il pianeta Terra in senso longitudinale. Queste 'super-correnti' possono raggiungere una velocità di 150-250 Km/h, una larghezza di 150-500 Km e uno spessore verticale di 3,5 Km. Hanno origine dalle discontinuità termiche presenti sul piano orizzontale. Una si forma

intorno ai 30° di latitudine e un'altra intorno ai 60° , perché lungo tali fasce si fronteggiano masse d'aria con temperature sensibilmente diverse. Nella parte settentrionale di tali fasce la pressione diminuisce molto più velocemente con la quota rispetto all'adiacente colonna occupata da aria calda, cosicché in alta troposfera si crea un dislivello di pressione che dà luogo a correnti molto veloci, denominate rispettivamente **corrente a getto polare** (la più intensa) e **corrente a getto sub-tropicale**.

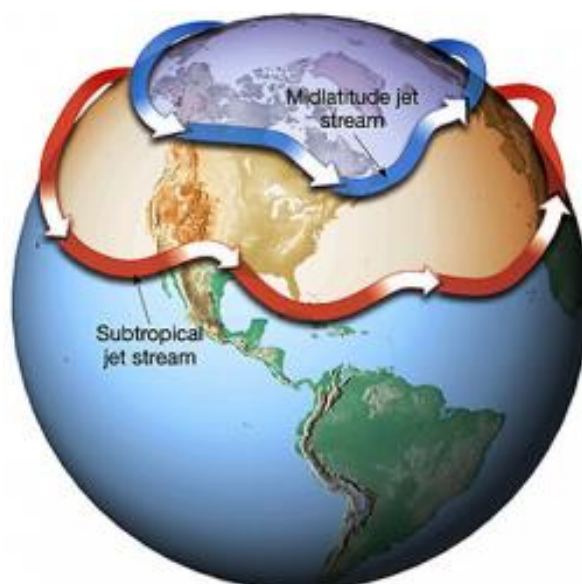


Figura 3. Correnti a getto di media latitudine e subtropicali nell'emisfero boreale. Fonte. Meteo 3b.

Osserviamo che la distinzione tra convezione naturale e forzata non è netta. Nelle situazioni reali esse spesso coesistono. Si tratta sostanzialmente di due modelli descrittivi cui è spesso utile ricondurre i fenomeni reali per ottenere semplificazioni analitiche.

Nella convezione le modalità microscopiche di trasmissione dell'energia sono identiche a quelle della conduzione. La differenza sostanziale sta nel fatto che, essendo il fluido in moto, al trasporto dell'energia dovuto alle interazioni molecolari si aggiunge il moto di materia che trasporta tale energia nello spazio e nel tempo. Se il moto del fluido si arrestasse il meccanismo di trasmissione del calore al suo interno sarebbe quello di conduzione. Per cui, come è stato già detto, l'energia termica si trasmetterebbe tra le particelle, molecole ed elettroni, senza moto macroscopico di materia.

Gli effetti della trasmissione di calore e quelli del moto del fluido sono connessi strettamente nel trasporto dell'energia all'interno del fluido. Nel seguito si farà un breve cenno alle proprietà dei fluidi reali e alle leggi che ne governano il moto.

4.7 Descrizione matematica della convezione: legge di Newton

La trasmissione di calore per convezione comprende tre argomenti strettamente correlati: trasferimento di calore, trasferimento di massa e fluidodinamica. La fluidodinamica implica il trasporto di quantità di moto, il trasferimento di calore si occupa del trasporto di energia e il trasferimento di massa riguarda il trasporto di massa di varie specie chimiche. I fenomeni fluidodinamici non sono indipendenti da quelli termici, il campo della velocità e quello della temperatura nel fluido sono strettamente connessi e ne consegue che nello studio della convezione i processi termici e dinamici devono essere affrontati simultaneamente. Il **campo termofluidodinamico** è noto quando in ogni punto sono noti i valori di tutte le variabili che definiscono lo stato cinematico e termodinamico del fluido. Il campo scalare della temperatura $T(x,y,z)$ nel fluido e quello vettoriale della velocità sono strettamente connessi. Ne consegue che nello studio della convezione i processi termici e dinamici devono essere affrontati simultaneamente.

Si consideri un fluido a temperatura T_∞ che si muove a velocità v lungo una superficie di area A e forma arbitraria. Tale superficie abbia una temperatura uniforme T_s diversa da T_∞ .

Un modello fisico di prima approssimazione è la legge definita da **Newton** per la **convezione**, espressa dall'equazione:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = h_c A (T_s - T_\infty) \quad (1).$$

Dove:

- $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ è il flusso termico medio scambiato [$W = \frac{J}{s}$];
- $h_c = \frac{\Delta Q}{S(T_p - T_f)\Delta t}$ è il **coefficiente di convezione termica** [W/m^2K];
- T_s la temperatura della parete calda
- T_∞ è la temperatura [K] del fluido in zone a distanze grandi dalla parete;
- A è l'area della superficie della parete [m^2].

La (1) esprime la proporzionalità tra il flusso di calore medio scambiato, la differenza di temperatura $\Delta T = (T_s - T_\infty)$ e l'area A della superficie interessata allo scambio termico.

Il flusso termico istantaneo $\dot{Q} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ scambiato per convezione tra superficie e fluido in ogni punto della superficie considerata può essere espresso da:

$$\dot{Q}_c = \frac{dQ}{dt} = h A (T_s - T_\infty) \quad (2)$$

La costante **h** è un parametro determinato sperimentalmente: il suo valore dipende da tutte le variabili che influenzano la convezione, ossia la **geometria** della superficie, la **natura** del **moto**, le **proprietà** del fluido (densità, viscosità, conducibilità termica, calore specifico) e la **velocità**.

La potenza termica q scambiata dall'intera superficie A si determina calcolando l'integrale.

$$q = \int \dot{Q} dA = (T_s - T_\infty) \int_A h_c dA \quad (3)$$

Poiché nelle applicazioni pratiche si fa sempre riferimento al coefficiente di **convezione medio** è opportuno darne la definizione che qui proponiamo. Dalla (2) si ricava la definizione:

$$\bar{h}_c = \frac{1}{A} \int_A h dA \quad (4)$$

Noto il valore di $\bar{h}_c$ è possibile valutare il flusso di calore per convezione applicando l'equazione:

$$\dot{Q}_c = A \bar{h}_c (T_s - T_\infty) \quad (5)$$

Noto il valore di h_c è possibile valutare il flusso di calore. Assegnare un valore a h_c non è facile, dipende infatti da: proprietà del fluido (ρ, μ, λ, c_p), condizioni di moto (v, ρ, μ, β), configurazione geometrica (L).

La sua determinazione costituisce il problema fondamentale della convezione termica. Un dispositivo familiare di convezione termica naturale è un termosifone presente in una stanza.



Convezione naturale

Il moto dell'aria nella stanza è provocato da forze ascensionali indotte dalle differenze di densità dovute alle variazioni di temperatura dell'aria che si trova nel campo gravitazionale della Terra.



Convezione forzata

Il moto dell'aria è provocato dal motore elettrico dello asciugacapelli, che è un agente esterno. Le forze ascensionali sono indotte dalle differenze di densità dovute a variazioni di temperatura dell'aria che si trova nel campo gravitazionale della Terra.

Consideriamo una parete solida di spessore L , di conducibilità λ e di area A a contatto con due fluidi diversi a temperature differenti, rispettivamente T_1 e T_2 .

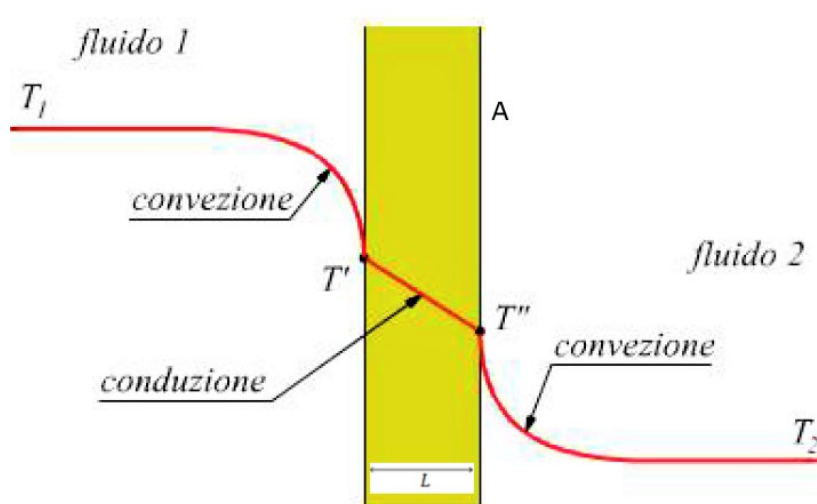


Figura 1. Parete solida di spessore L , superfici di area A a contatto con due fluidi diversi a temperature differenti T_1 e T_2 . Fonte: Wikipedia.org

In regime stazionario il calore q trasferito per unità di tempo dal fluido 1 alla parete solida a temperatura T' è esattamente uguale a quello trasferito attraverso la parete e a quello trasferito al fluido 2 dalla parete a temperatura T'' . Applichiamo la legge di Newton per calcolare le quantità di calore trasferite:

- $q_{F1P} = h_{c1} A (T_1 - T')$: calore trasferito dal fluido 1 alla parete;
- $q_{cond} = \lambda A \frac{(T' - T'')}{L}$: calore trasferito attraverso la parete per conduzione;
- $q_{PF2} = h_{c2} A (T'' - T_2)$: calore trasferito dalla parete al fluido 2.

Esempi di convezione naturale sono illustrati nelle immagini seguenti

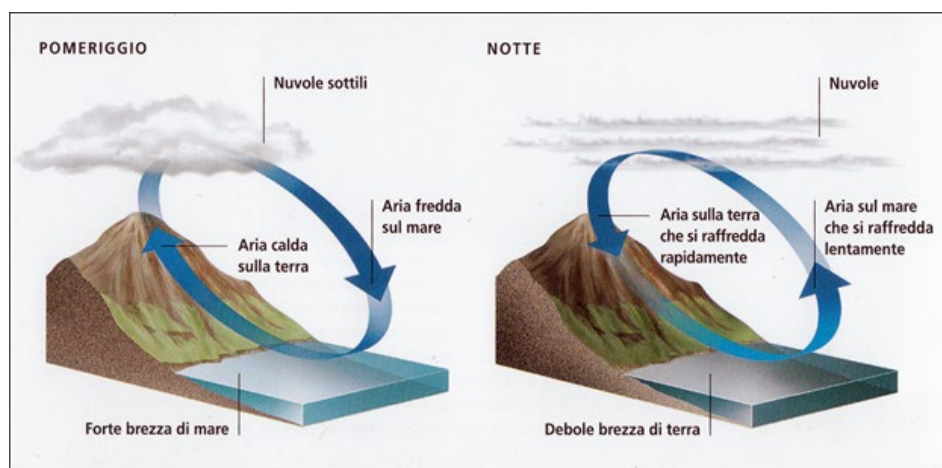


Figura 2. Moti convettivi dovuti al riscaldamento dell'aria per effetto del più rapido riscaldamento diurno del terreno rispetto al mare (sinistra) e dell'effetto opposto durante la notte (destra). [Fonte: il.meteo.it].

I valori tipici del coefficiente di convezione termica h sono riportati in tabella 1.

VALORI TIPICI DEL COEFFICIENTE h

Meccanismi	$h \left[\frac{W}{m^2K} \right]$
Convezione naturale	5-25
Convezione forzata	
Gas	25-250
Liquidi	50- 20000
Ebollizione e condensazione	2500- 100000

Tabella 1.

Notiamo che nella convezione, libera o forzata che sia, sono presenti contemporaneamente sia fenomeni di trasporto di energia che di materia. Il calcolo della potenza termica scambiata tra il solido ed il fluido circostante presuppone la determinazione sia del campo di temperatura che si viene a creare nella regione di fluido in prossimità della superficie del solido (distribuzione della temperatura nello strato limite termico) che il campo di velocità del fluido in prossimità della superficie del solido (distribuzione della velocità nello strato limite viscoso). La descrizione del campo termo-fluido-dinamico richiede cinque equazioni differenziali indipendenti (2 per le variabili termodinamiche e 3 per le componenti della velocità). In genere le cinque equazioni utilizzate sono: il bilancio della massa, il bilancio dell'energia (ciascuno espresso da un'equazione scalare) e l'equazione della quantità di moto (che è una grandezza vettoriale) che viene espressa mediante le tre equazioni scalari delle componenti x , y , z .

Lo scambio termico per convezione è influenzato dal campo di velocità del fluido in prossimità della superficie del solido. Le possibili tipologie di moto del fluido che si possono instaurare in prossimità di una superficie solida sono il moto **laminare** o **turbolento**.

4.8 Scambio termico per convezione forzata

Nella convezione forzata artificiale il moto relativo del fluido è generato da dispositivi meccanici, come pompe, ventilatori e condizionatori, o da fenomeni naturali, come il vento le correnti marine, che impongono al fluido una certa velocità. Ad esempio, il moto relativo delle acque oceaniche è il risultato dell'azione combinata del vento, delle maree e della variazione della densità dell'acqua. Nella convezione forzata, quindi, la velocità del fluido è una variabile indipendente.

Nel fenomeno della convezione forzata che ha origine quando un fluido investe una parete con una certa velocità sono compresenti due tipi di moto: il **moto laminare**, che contraddistingue le zone di fluido prossime alla parete, e il **moto turbolento** che caratterizza le aree di fluido più distanti dalla parete.

Si consideri un fluido a temperatura T_∞ che si muove a velocità v_∞ lungo una piastra piana di area A come in fig. 19. Tale superficie abbia una temperatura uniforme T_s diversa da T_∞ .

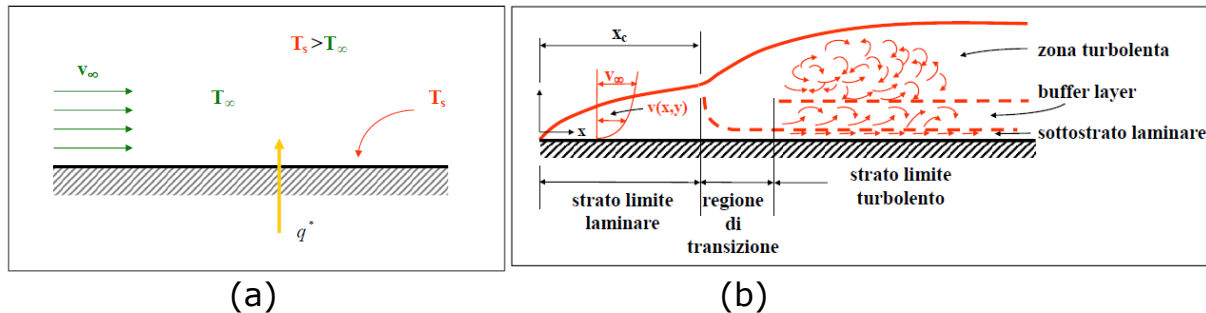


Figura. 1. (a). Una corrente di fluido in **moto laminare** con velocità v_∞ e avente una temperatura T_∞ investe una lastra orizzontale con temperatura T_s . Un flusso di calore ortogonale alla superficie mantiene costante T_s . (b). Diversi regimi di moto su lastra piana. Fonte. Corso Fisica tecnica università politecnica delle Marche, prof Poroncini.

Nello strato limite laminare le particelle di fluido si muovono secondo traiettorie ordinate. Le particelle di fluido scorrono ordinatamente le une vicine alle altre con velocità relative non nulle tendenti a v_∞ . Il fluido procede in modo ordinato e regolare: le linee di flusso (filetti fluidi), che corrispondono alle traiettorie delle sue particelle, sono parallele tra loro. Di conseguenza non si ha mescolamento tra parti diverse del sistema fluido in moto. In questa zona sono assenti processi di mescolamento tra le particelle di fluido. Dopo una piccola regione di transizione si instaura lo strato limite turbolento al di sopra dello strato tampone (buffer layer), cove il moto delle particelle è caotico. Qui si formano tre regimi di moto: nel sottostrato laminare la velocità è parallela alla parete; nello strato tampone (buffer layer) il passaggio dal moto laminare al moto turbolento avviene gradatamente, cosicché si genera un tipo di moto misto; nella zona distante dalla parete il moto è turbolento, cioè il **moto** delle particelle di fluido è completamente caotico. Le traiettorie del fluido sono tortuose e complesse con continui processi di mescolamento in seno alla corrente tra masse di fluido di zone differenti. Sono proprio le distorsioni nelle linee di flusso che, se si amplificano, provocano il formarsi di un regime di moto più caotico e casuale in cui le grandezze fisiche locali variano nel tempo e nello spazio senza seguire leggi determinabili.

A livello fenomenologico lo scambio termico risulta, di fatto, generato da due meccanismi che operano insieme:

- Un primo contributo è legato al flusso di calore per conduzione;
- Un secondo apporto è legato al moto del fluido.

Il **coefficiente** h di scambio termico locale per convezione dipende da più parametri: dal calore specifico del fluido a pressione costante, c_{pf} ; dalla conduttività λ_f ; dalla velocità v_∞ ; dalla densità ρ_f ; dalla viscosità μ_f ; dalla temperatura T ; dalla geometria della piastra.

Il flusso termico $\dot{Q}_c$ e quello specifico $q_c^* = \frac{\dot{Q}_c}{A}$, scambiati per convezione tra superficie e fluido in ogni punto della lastra piana considerata, possono essere espressi dalla relazione di Newton:

$$\dot{Q}_c = A h (T_s - T_\infty)$$

$$q_c^* = \frac{\dot{Q}_c}{A} = h(T_S - T_\infty)$$

La potenza termica, il flusso termico ed il coefficiente di scambio termico medio scambiati attraverso una superficie A sono correlati mediante le seguenti relazioni:

$$\dot{Q} = \int_A q^* dA \quad \bar{q}^* = \frac{\dot{Q}}{A}$$

Il flusso di calore per unità di area è associato anche al trasporto di massa dalla relazione:

$$q_c^* = q_k^* + \text{trasporto di massa}$$

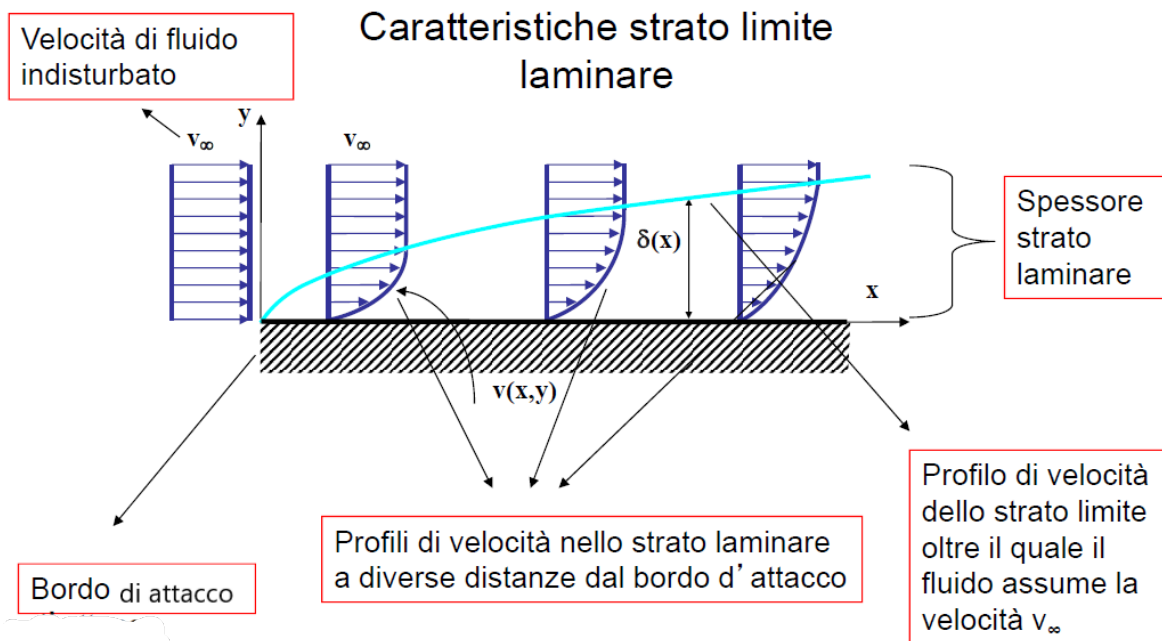


Figura 2. Profili di velocità di un fluido relativi allo spessore dello strato laminare successivamente al suo impatto su una lastra piana con velocità v_∞ . Fonte. Corso Fisica tecnica università politecnica delle Marche, prof Poroncin.

Osservando la figura si nota che al di sopra del profilo di velocità dello strato limite dinamico la velocità v del fluido tende alla velocità v_∞ del fluido indisturbato. Nelle zone sufficientemente lontane dalla piastra risulta $v = v_\infty$. In prossimità della lastra le particelle a contatto con la sua superficie assumono velocità nulla. Queste particelle, a causa della viscosità del fluido, ritardano il moto delle particelle adiacenti sino ad una distanza $\delta(x)$ dalla superficie, distanza alla quale l'effetto descritto diviene trascurabile. Le diverse particelle di fluido in moto quindi a velocità diverse esercitano le une sulle altre uno sforzo tangenziale τ , che agisce lungo piani paralleli alla piastra. Al crescere della distanza dalla superficie cresce la componente della velocità parallela alla superficie sino al valore della corrente indisturbata v_∞ . Al contempo cresce la distanza dal bordo dello spessore $\delta(x)$ dello strato limite aumentando gli effetti della viscosità nel flusso. Viene definito come strato limite la regione nella quale si manifesta un gradiente di velocità rilevante, con uno sforzo tangenziale proporzionale al gradiente stesso. Lo spessore locale $\delta(x)$ dello strato limite è tale che risulta $v(\delta(x)) = 0,99 v_\infty$.

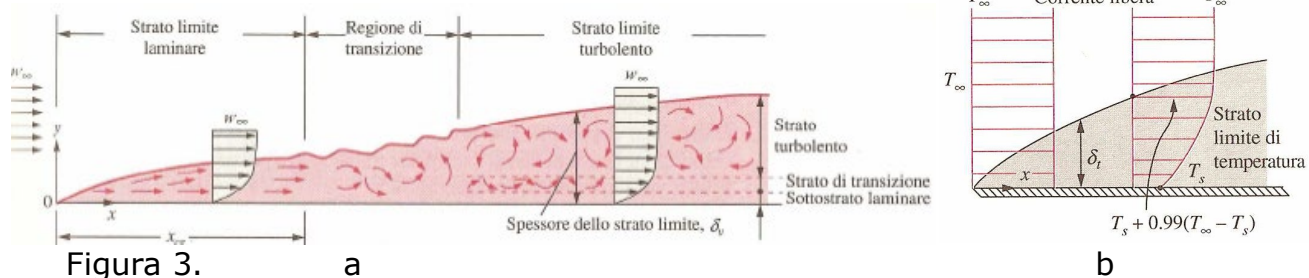


Figura 3. (a). Strati limiti separati dalla regione di transizione. (b). Strato l'mite della temperatura: notare che T tende al valore T_{∞} , il valore dello strato limite.
Fonte. Corso Fisica tecnica università politecnica delle Marche, prof Paroncini

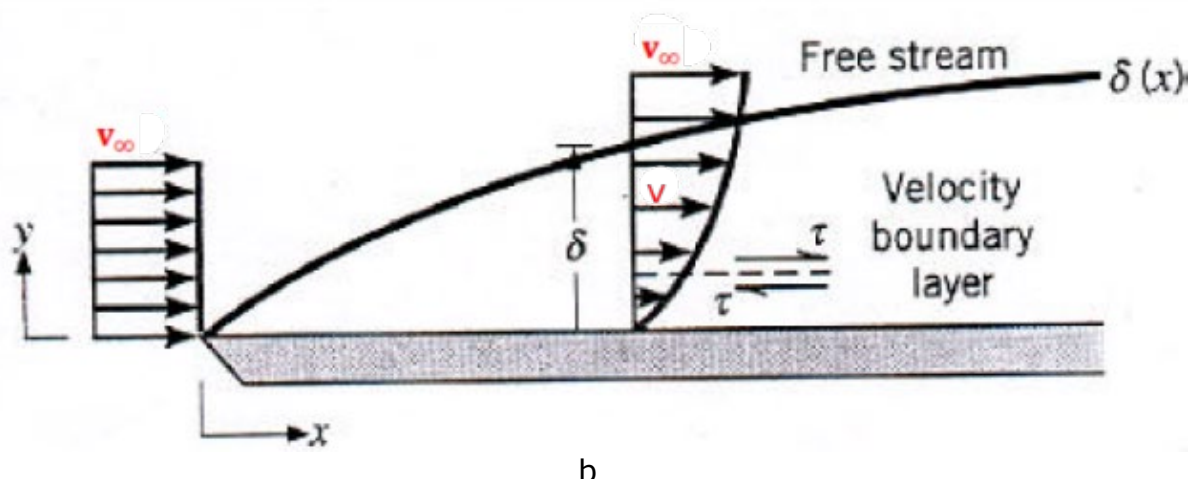


Figura 4. Convezione forzata esterna. Strato limite dinamico su lastra piana: profilo del flusso libero $\delta(x)$. Fonte. Wikipedia.org.

Nell'ipotesi che il fluido sia newtoniano lo sforzo tangenziale alla superficie τ_s si può determinare con la seguente relazione:

$$\tau_s = \left(\mu \frac{dv}{dy} \right)_{x=0}.$$

Dove $\nu = \frac{\mu}{\rho}$, misurata in $\left[\frac{m^2}{s} \right]$, è la viscosità dinamica.

A. Numero di Reynolds

La transizione dei vari strati limite è strettamente collegata all'effetto di due diverse tipologie di forze:

- le forze d'inerzia;
- le forze viscosi.

A seconda che predomini l'una sull'altra è possibile avere un moto laminare o un moto turbolento. In ogni caso il regime di moto può essere individuato da un parametro adimensionale che tiene conto della densità ρ , della viscosità μ , del valore della velocità v_{∞} , della rugosità della superficie con cui il fluido è a contatto, delle caratteristiche geometriche del sistema considerato attraverso una dimensione caratteristica L (ad esempio la sezione di un tubo circolare), che corrisponde proprio al rapporto tra forze di inerzia e forze viscosi, chiamato

numero di Reynolds. Se esso è a favore delle prime, il regime di moto che si instaura è turbolento.

Le forze di inerzia⁵ tendono ad accelerare le particelle del fluido, mentre le forze viscosse tendono a rallentarle.

Supponiamo che lo spessore della lastra sia L . La viscosità cinematica è espressa da $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ in $[\frac{m^2}{s}]$, essendo μ la viscosità dinamica misurata in $[Pa \cdot s]$. Si tratta di una proprietà del mezzo materiale che lega lo sforzo tangenziale alla velocità del fluido dalla seguente relazione:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

Il rapporto tra le forze di inerzia e le forze viscosse è dato da:

$$\frac{F_{inerzia}}{F_{viscose}} = \frac{v_{\infty} L}{\nu}$$

Sostituendo alla velocità cinematica ν il rapporto $\frac{\mu}{\rho}$ nella relazione $\frac{v_{\infty} L}{\nu}$ si ottiene il numero adimensionale di Reynold, Re :

$$\frac{F_{inerzia}}{F_{viscose}} = R_e = \frac{v_{\infty} \cdot L \cdot \rho}{\mu}.$$

Per ogni geometria esiste un numero di Reynolds particolare, detto numero di **Reynolds critico** R_{ec} , oltre il quale il moto è turbolento. Mentre per valori inferiori ad esso il moto è laminare.

Notiamo che il gradiente di velocità ed il valore dello sforzo tangenziale τ nella zona vicina alla superficie è molto più elevato nel caso turbolento che in quello laminare: i gradienti più elevati rendono più consistente lo scambio termico vicino alla superficie.

Proseguiamo il discorso valutando più nel dettaglio le caratteristiche dello strato limite laminare.

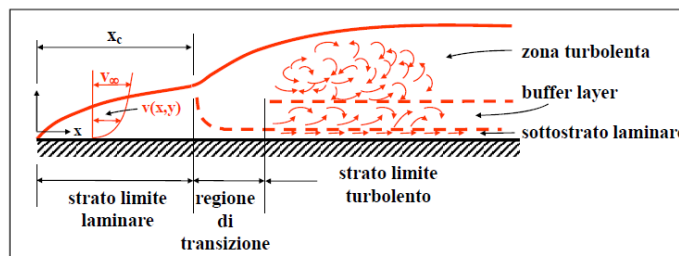


Figura 5. Profilo di velocità relativi ai tre stati limiti illustrati.

Fonte. Corso Fisica tecnica università politecnica delle Marche, prof Paroncini.

Nel caso della lastra piana la lunghezza per la quale avremo il numero di Reynolds critico viene definita lunghezza critica x_c , cui corrisponde

$$R_{ec} \cong 5 \cdot 10^5$$

Noto questo valore insieme alle altre caratteristiche fisiche del fluido in moto sopra la lastra si può calcolare la lunghezza caratteristica. Se la lunghezza della lastra è

⁵ Le forze d'inerzia dipendono dalla massa e dalla velocità del fluido come la forza centrifuga $F = m\omega^2 r$. La forza viscosa è una forza di attrito legata al prodotto tra viscosità dinamica ν , il gradiente di velocità, $\frac{dv_x}{dy}$, normale alla superficie.

Agisce sul piano (x,y) ed è data da: $F_{xy} = -\nu \frac{dv_x}{dy}$. Il segno meno indica che la direzione della forza è opposta alla direzione del gradiente di velocità.

tale che il R_{ec} raggiunge e supera significativamente il valore limite di $3,5 \cdot 10^5$ si avrà la transizione a moto turbolento.

Se la lastra non è sufficientemente lunga da raggiungere il valore critico R_{ec} si avrà solamente il regime laminare, non seguito da regime turbolento.

La tipologia di fluido che, interagendo con il solido, determina la convezione, è indicato mediante un determinato parametro che ne mette in evidenza le caratteristiche termofisiche.

B. Numero di Prandtl

Il numero di Prandtl è così definito:

$$\text{Numero di Prandtl} = \frac{\text{diffusività molecolare della quantità di moto}}{\text{diffusività molecolare termica}}$$

In simboli si ha:

$$P_r = \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{\rho c_p}{\lambda}$$

Tenendo conto che $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ è la viscosità cinematica e che $\lambda = \frac{1}{\nu}$ è inversa della diffusività termica, ν si ottiene la seguente espressione del numero di Prandtl:

$$P_r = \frac{\nu}{a} = \frac{\text{diffusività molecolare della quantità di moto}}{\text{diffusività molecolare termica}}$$

Il parametro a esprime la caratteristica del fluido a far diffondere la potenza termica per conduzione all'interno del sistema. La viscosità cinematica ν esprime come si diffonde a livello molecolare la quantità di moto.

Il confronto tra il trasporto di energia termica e quantità di moto per i gas i liquidi e i metalli fluidi è riportato nella tabella 1.

Fluido	Numero di Prandtl	
Gas	≈ 1	Trasporto di energia termica e quantità di moto sono confrontabili
Liquidi	$\gg 1$	Trasporto di quantità di moto è maggiore di quello di energia termica
Metalli liquidi	$\ll 1$	Trasporto di energia termica è maggiore di quello della quantità di moto

Tabella 1

C. Moto di un fluido su una lastra piana: scambio termico

Come per lo **strato limite dinamico**, nelle vicinanze di una lastra o parete lambita da un fluido si manifesta uno **strato limite termico** qualora vi sia una differenza di temperatura tra la lastra e il fluido (fig.22).

La lastra piana, con temperatura isoterma T_s , è lambita all'ingresso da un fluido a temperatura $T_\infty < T_s$. All'imbocco il profilo termico è uniforme poiché $T(y) = T_\infty$. Man mano che le molecole o particelle di fluido entrano in contatto con la superficie della piastra e assumono valori di temperatura uguali a T_s , raggiungendo l'equilibrio termico con essa. A loro volta queste molecole scambiano energia con le molecole degli strati di fluido adiacenti sino allo spessore $\delta_t(x)$ (fig.22) al di sopra del quale si verifica che la temperatura è pari a quella del

fluido indisturbato T_∞ . In particolare lo spessore dello **strato limite termico** è quello per il quale risulta:

$$\frac{T_s - T}{T_s - T_\infty} = 0,99$$

Al crescere della distanza dal bordo di ingresso, cresce lo spessore δ_t dello strato limite aumentando gli effetti dello scambio termico nel flusso. È interessante notare che, nello strato limite termico, per una distanza x qualsivoglia dal bordo di ingresso e per una superficie infinitesima dA , a distanza $y=0$ dalla parete, può essere applicata la relazione di scambio termico conduttivo, calcolato con la legge di Fourier. Indicando con λ_f la conducibilità termica del fluido $[\frac{W}{m \cdot K}]$ si ha:

$$q^* = -\lambda_f \left(\frac{dT}{dy} \right)_{y=0}$$

Per la verità un simile meccanismo di trasmissione dell'energia ha luogo anche negli strati successivi a distanza $y > 0$ dalla parete quando il fluido è in moto laminare. Se il fluido è caratterizzato da moto laminare lo scambio termico in direzione perpendicolare al moto del fluido avviene unicamente per conduzione. Una situazione drasticamente diversa, invece, è quella relativa al moto turbolento. In questo caso il meccanismo di conduzione del calore da particella a particella è potenziato dall'instaurarsi di innumerevoli vortici che favoriscono lo scambio di energia interna tra le diverse zone di fluido.

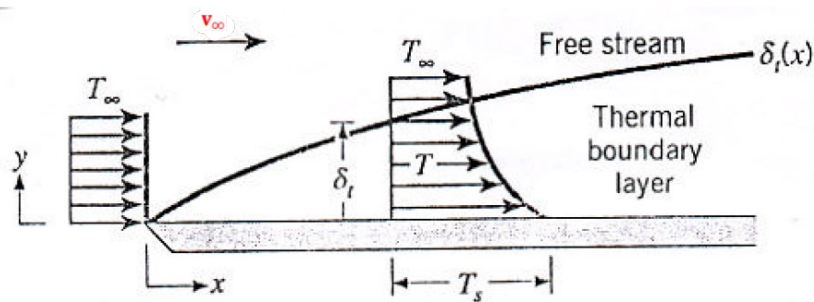


Figura 6. Strato limite termico su lastra piana. Fonte: Scambio di calore per convezione, Romagnoli-Peron. Figura rimaneggiata.

È opportuno sottolineare che nella maggior parte dei casi di interesse pratico nel fenomeno di convezione forzata sono compresenti sia il moto laminare, che contraddistingue le zone di fluido prossime alla parete, sia il moto turbolento, che caratterizza zone di fluido più distanti dalla parete. Il passaggio da un tipo di moto all'altro avviene gradualmente cosicché, nella zona transitoria si genera un tipo di moto misto. Oltre la quale il moto del fluido e la convezione sono fenomeni intimamente connessi.

Allo scopo di precisare le caratteristiche dello strato limite termico e di confrontarlo con lo strato limite di velocità consideriamo la fig. 22, che illustra una lastra piana con una temperatura uniforme T_s che è investita da un fluido che ha all'imbocco una velocità v_∞ e una temperatura T_∞ . Si creano, pertanto, nello spazio libero al di sopra della lastra sia uno strato limite di velocità che uno strato limite termico.

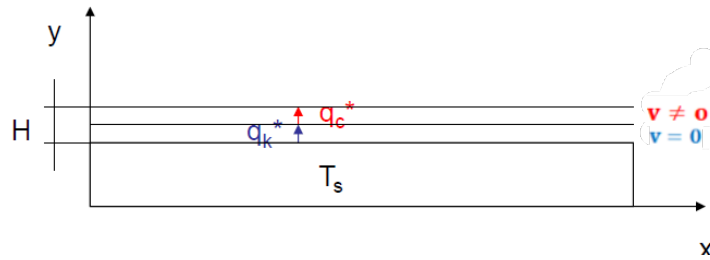


Figura 9. Due strati di fluido sovrapposti di spessore H. Flussi di calore specifici per conduzione e convezione: $q_{\lambda}^* = q_c^*$. Fonte. Corso Fisica tecnica università politecnica delle Marche, prof. Paroncini. Figura rimaneggiata.

D. Determinazione del Numero di Nusselt

Ribadiamo che nello strato limite termico, per una distanza x qualsivoglia dal bordo di ingresso e per una superficie infinitesima dA , a distanza $y=0$ dalla parete, può essere applicata la relazione di scambio termico che eguaglia il flusso termico convettivo a quello conduttivo. Indicando con λ_f la conducibilità termica del fluido $[W/(m \times K)]$ si ha:

$$q_c^* = h (T_s - T_{\infty}) \text{ e } q_{\lambda}^* = \left(-\lambda_f \frac{dT}{dy} \right)_{y=0} \quad (1)$$

$$q_c^* = h (T_s - T_{\infty}) = q_{\lambda}^* = \left(-\lambda_f \frac{dT}{dy} \right)_{y=0} \quad (2)$$

Da esse si ottiene:

$$h = \frac{-\lambda_f \left(\frac{dT}{dy} \right)_{y=0}}{(T_s - T_{\infty})} \quad (3)$$

La quale indica la forte influenza del gradiente di temperatura sullo scambio termico convettivo alla superficie di separazione fluido-parete. Moltiplicando per lo spessore H e dividendo per λ_f si ottiene:

$$\frac{h H}{\lambda_f} = - \frac{H}{T_s - T_{\infty}} \left(\frac{dT}{dy} \right)_{y=0} \quad (4)$$

Dove H indica lo spessore di due strati liquidi sovrapposti (fi.26).

Posto $\frac{h H}{\lambda_f} = N_u$ essendo N_u il **numero di Nusselt** si ottiene:

$$N_u = - \frac{H}{(T_s - T_{\infty})} \left(\frac{dT}{dy} \right)_{y=0} \quad (5)$$

Ponendo, infine, $T^* = \frac{T(y) - T_{\infty}}{(T_s - T_{\infty})}$ e $y^* = \frac{y}{H}$ si ottiene:

$$N_u = - \left(\frac{dT^*}{dy^*} \right)_{y^*=0} \quad (6)$$

Il numero di Nusselt può essere ulteriormente sviluppato ed approfondito, evidenziando la seguente uguaglianza:

$$N_u = \frac{q_c^*}{q_{\lambda}^*} = \frac{h (T_s - T_{\infty})}{\frac{\lambda_f (T_s - T_{\infty})}{H}} = \frac{h H}{\lambda_f} \geq 1 \quad (7)$$

Il numero N_u rappresenta il rapporto tra il calore che viene scambiato per convezione tra la superficie ed il fluido, ed il calore che la stessa superficie scambierebbe per conduzione attraverso uno strato di fluido fermo di spessore H . Maggiore è il valore del numero di Nusselt maggiore è l'influenza del trasporto di massa nello scambio termico.

Allo scopo di determinare il numero N_u consideriamo la fig. 10:

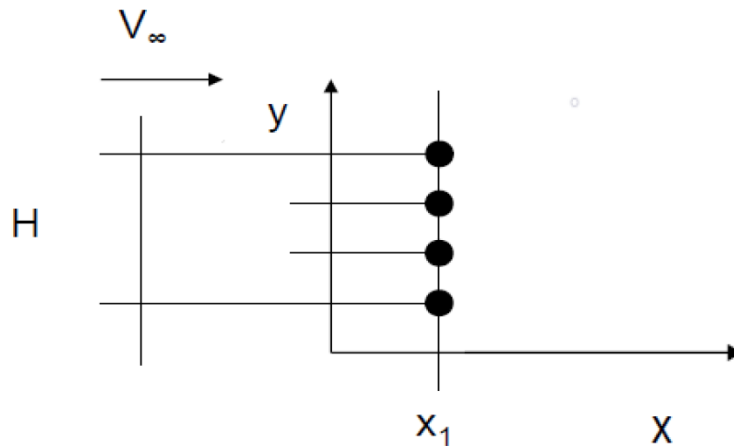


Figura 10. I cerchietti neri indicano i numeri di Nusselt lungo lo spessore H .

Fonte. Fisica tecnica università politecnica delle Marche, prof. Paroncini.

Si fissi un punto di ascissa x_1 sull'asse delle ascisse sulla lastra. Si misurano mediante opportuni dispositivi (termocoppie, tecniche interferometriche) le temperature nei punti evidenziati all'interno dello spessore H . Nota la temperatura T_s della lastra si procede misurando le temperature nei quattro punti evidenziati: sperimentalmente si osserva che i valori delle temperature decresceranno a mano a mano che ci si allontana dalla lastra fino a raggiungere il valore della temperatura v_∞ del fluido indisturbato. Riportando i valori sul piano (T, x) otteniamo la curva interpolante $T = f(y)$ rappresentata in fig. 28.

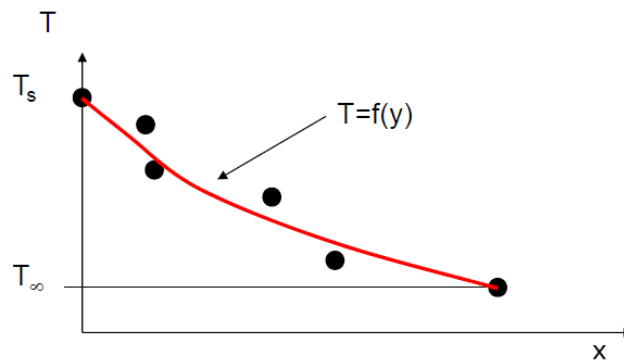


Figura 11. Curva interpolata della funzione $T = f(y)$.

Fonte. Fisica tecnica università politecnica delle Marche, prof. Paroncini.

Il valore del numero di Nusselt locale, cioè per $x = x_1$, si può determinare calcolando la derivata della funzione $T(y)$ in $y=0$.

Ripetendo quindi lo stesso procedimento per altri valori della x come mostrato in figura si riesce a calcolare tanti numeri di Nusselt locali distribuiti lungo tutta la lunghezza L della lastra piana.

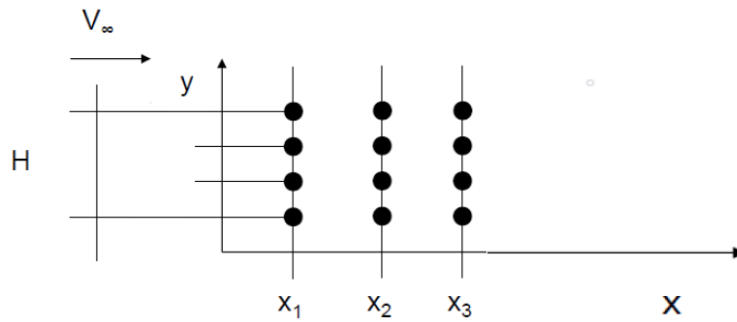


Figura 12. Fonte. Fisica tecnica università politecnica delle Marche, prof. Paroncini.

Allo scopo di determinare il numero di Nusselt medio su tutta la lunghezza L della lastra sarà costruito un grafico imponendo le seguenti condizioni lungo l'asse delle ascisse:

- si fissa una coordinata x che individua la posizione lungo la lastra piana;
- si determinano sull'asse delle ordinate i numeri di Nusselt locali calcolati in x_1, x_2, x_3 .

Il grafico interpolato dei numeri di Nusselt calcolati rispetto alle posizioni $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n = L$ è riportato in fig. 29.

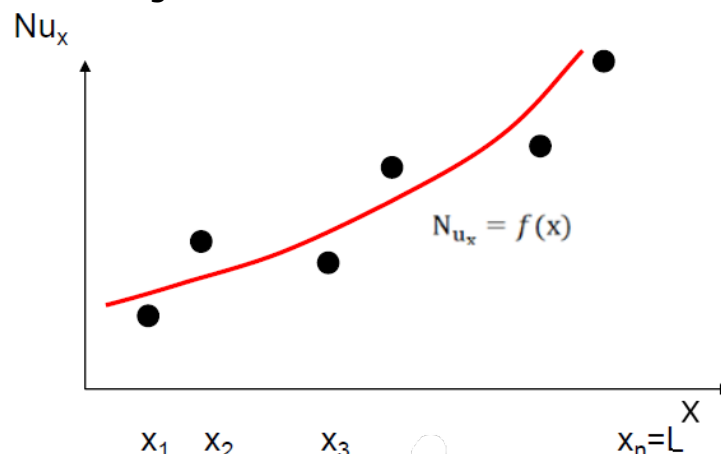


Figura 13. Numeri di Nusselt locali $N_u(x)$ calcolati rispetto alle posizioni $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n = L$. Fonte. Fisica tecnica università politecnica delle Marche, prof. Paroncini.

Il valore medio del numero di Nusselt su tutta la lunghezza L della lastra si determina con il seguente integrale:

$$\overline{N_u} = \frac{1}{L} \int_0^L N_u(x) dx \quad (8)$$

Poiché per ciascuna posizione $x_i: i = 1, 2, \dots, n$ si possono calcolare i numeri di Reynold corrispondenti $Re_1, Re_2, \dots, Re_n$ è possibile anche calcolare i numeri di Nusselt medi lungo la lastra piana per un determinato numero di Reynolds ed un determinato numero di Prandtl.

Proseguiamo il discorso considerando i numeri di Reynolds e ripetendo l'analisi sperimentale sopra descritta. In questo modo è possibile costruire il grafico di fig. 30, che ha in ascissa i numeri di Reynolds sperimentati ed in ordinata i numeri di Nusselt medi calcolati per i rispettivi Re .

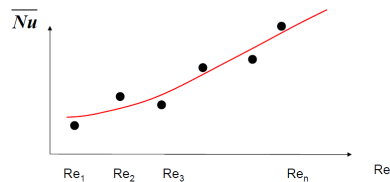


Figura 14. Grafico interpolato di $\overline{Nu}_u$ in funzione dei numeri di Reynold.

Fonte. Fisica tecnica università politecnica delle Marche, prof. Paroncini.

La correlazione tra i numeri medi di Nusselt e i numeri di Reynold è esprimibile dalla seguente equazione:

$$\overline{Nu}_u = a R_e^b \quad (9)$$

valida per un determinato numero di Prandtl, ossia per un determinato fluido. Se, infine, si testano diversi fluidi con le stesse modalità descritte sopra si può ottenere la seguente relazione sperimentale completa:

$$\overline{Nu}_u = a \cdot R_e^b \cdot P_r^c \quad (10)$$

Ad esempio, per un flusso laminare completamente sviluppato su lastra piana $\overline{Nu}_u = 2 \cdot Nu_u(x)$ si ha:

$$\overline{Nu}_u = 2 \times 0.332 \cdot R_e^{1/2} \cdot P_r^{1/3} = 0.664 \cdot R_{ex}^{1/2} \cdot P_r^{1/3} \quad (11)$$

Per uno strato limite combinato, laminare e turbolento, si ha invece:

$$\overline{Nu}_u = [0.037 \cdot R_{eL}^{4/5} - 871] P_r^{1/3} \quad (12)$$

Noto così il numero di Nusselt è possibile ottenere il coefficiente di scambio termico convettivo mediante la formula:

$$h = \frac{Nu_u \cdot \lambda_f}{H} \quad (13)$$

4.9 Scambio termico per convezione naturale

Ricordiamo che la convezione naturale o libera si ha quando il campo di moto è determinato dall'effetto di variazioni di densità in seno al fluido, prodotte da gradienti di temperatura, in presenza di un campo di forze di massa. Il caso più frequente è quello in cui il campo di forze è quello gravitazionale. Nella convezione naturale il campo di velocità del fluido dipende soltanto dal campo termico e non è quindi è una variabile indipendente, come accade nella convezione forzata. Consideriamo la convezione naturale per una parete verticale come in fig.1.

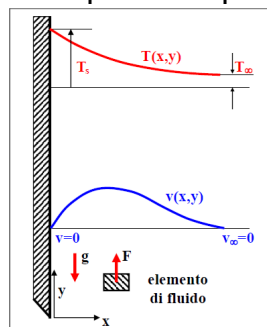


Figura 1. Profilo di velocità e profilo di temperatura relativi alla convezione naturale di un fluido a contatto con una parete verticale a temperatura uniforme T_s . Fonte. Fisica tecnica uni politecnica delle Marche, prof. Paroncini.

La risultante tra la forza di galleggiamento e la forza peso determina l'andamento del moto. Il moto è verso l'alto o il basso a seconda che il fluido lambisca un corpo a temperatura maggiore o minore.

Il moto tende pertanto ad avvenire in direzione verticale: un fluido riscaldato tende a risalire verso l'alto, mentre un fluido raffreddato tende a muoversi verso il basso. La velocità del fluido dipende dai moti indotti dalle differenze di densità e pertanto non è ben definita.

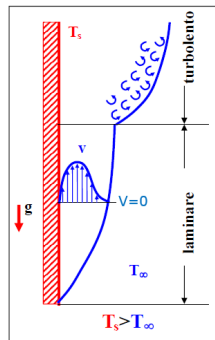


Figura 2. Parete verticale lambita da un fluido con $T_\infty < T_s$.

Fonte. Fisica tecnica università politecnica delle Marche, prof. Paroncini.

Il campo di velocità nella convezione naturale dipende soltanto dal campo termico e non è quindi una variabile indipendente. La velocità dipende:

- dalla differenza di temperatura $\Delta T = T_s - T_\infty$;
- ❖ dal modulo della accelerazione di gravità, g ;
- dal coefficiente di dilatazione cubica del fluido, β .

Il coefficiente β , che sarà definito nel seguito, vedremo che è correlato alla variazione del volume specifico $V_s = \frac{V}{m}$, e quindi alla densità ρ del fluido stesso, quando il fluido è investito da un flusso di calore a pressione costante.

Ricordiamo che la variazione ΔV di un volume V_0 di fluido a pressione costante è proporzionale a V_0 e a ΔT ed è espressa da: $\Delta V = \beta V_0 \Delta T$, da cui $\beta = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta T} [K^{-1}]$.

In forma differenziale il coefficiente β è definito dalle seguenti relazioni:

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dT} \right)_p = - \frac{1}{\rho} \left(\frac{d\rho}{dT} \right)_p. (1)$$

Per un gas ideale $\beta = \frac{1}{T} [K^{-1}]$. Quanto maggiore è il valore di β , tanto più pronunciata è, a parità di altre condizioni, la convezione naturale. Prendiamo in considerazione il volume elementare di fluido in fig. 3.

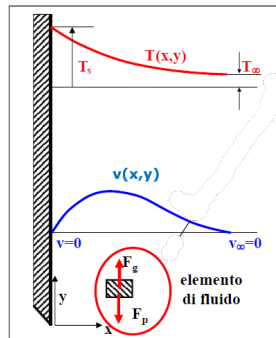


Figura 3. Forze agenti sull'elemento di fluido.

Fonte. Fisica tecnica università politecnica delle Marche, prof. Paroncini.

Le forze in gioco sono:

I. il peso $F_g = mg$

II. la forza $F_p = \rho_{\text{elem}} \cdot g \cdot V_{\text{elem}}$.

La risultante R di queste due forze è:

$$R = F_g - F_p = \rho_{\text{fluido}} \cdot g \cdot V_{\text{fluido}} - \rho_{\text{elem}} \cdot g \cdot V_{\text{elem}}. \text{ Quindi:}$$

$$R = (\rho_{\text{fluido}} - \rho_{\text{elem}}) \cdot g \cdot V_{\text{elem}} = \Delta\rho \cdot g. \quad (2)$$

dove $\Delta\rho$ è la variazione di densità.

L'andamento del moto è determinata, quindi, dalla risultante tra la forza di galleggiamento e la forza peso. Il moto è verso l'alto o il basso a seconda che il fluido lambisca un corpo a temperatura maggiore o minore. Il moto tende pertanto ad avvenire in direzione verticale. Se $\Delta\rho = 0$ allora $R = 0$ e il fluido scende con velocità uniforme e rettilinea.

In forma differenziale il coefficiente β è definito dalle seguenti relazioni:

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dT} \right)_p = - \frac{1}{\rho} \left(\frac{d\rho}{dT} \right)_p. \quad (3)$$

Integrando $-\frac{1}{\rho} \left(\frac{d\rho}{dT} \right)_p = \beta$ si ottiene:

$$\Delta\rho = -\beta \cdot \rho \cdot \Delta T. \quad (4)$$

Allo scopo di comprendere a livello fenomenologico la **convezione naturale** consideriamo le due figure seguenti.

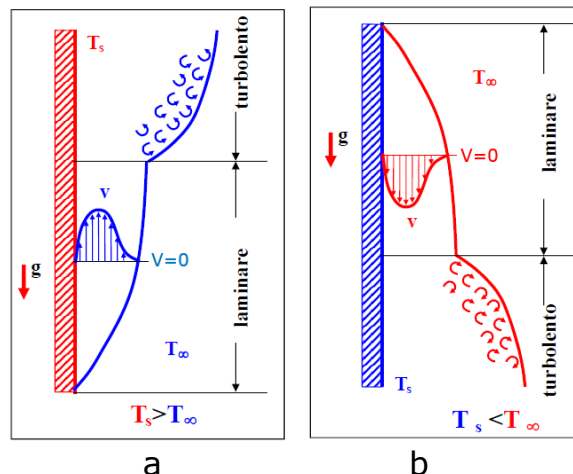


Figura 3.

Nella fig. 34° la temperatura T_s della lastra verticale è maggiore della temperatura del fluido indisturbato, T_∞ . Fluisce calore dalla lastra al fluido. Strato laminare inferiore e strato turbolento superiore. Nella fig. 34b $T_s < T_\infty$. Il fluido trasferisce calore alla lastra. Strato laminare superiore e strato turbolento inferiore.

Fonte. Fisica tecnica università politecnica delle Marche, prof. Paroncini.

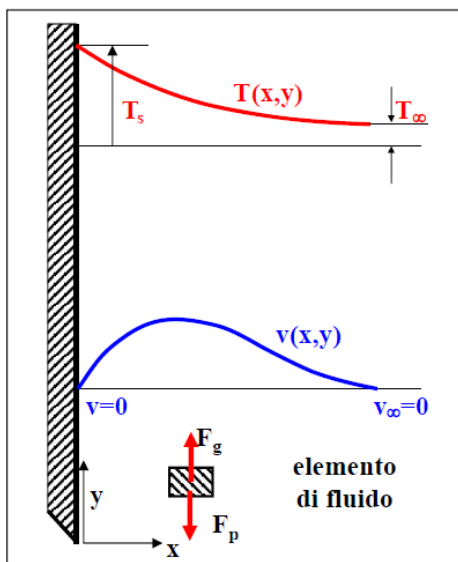
In (a) si osserva che la velocità del fluido è nulla all'interno dello strato limite laminare sia nella porzione di fluido a contatto della lastra sia nella parte di fluido all'estremità opposta. Al di fuori dello strato limite il campo di moto non risente della presenza della lastra. Se la lastra è sufficientemente estesa nella direzione del flusso, il regime di moto, inizialmente laminare per gli effetti viscosi presenti, diventa instabile e passa a turbolento. Quest'ultimo è caratterizzato dalla presenza di vortici che causano mescolamenti estesi delle particelle di fluido.

All'interno dello strato limite la velocità è nulla a contatto della lastra, ed è nulla all'estremità opposta dello strato limite. Al di fuori dello strato limite il campo di

moto non risente della presenza della lastra. Se la lastra è sufficientemente estesa nella direzione del flusso, il regime di moto, inizialmente laminare per gli effetti viscosi presenti, diventa instabile e passa a turbolento, caratterizzato dalla presenza di vortici che causano mescolamenti estesi, delle particelle.

In (b) il flusso di calore va dal fluido alla lastra. Oltre lo strato limite termico laminare il campo di temperatura non risente della presenza della lastra. Lo strato limite termico turbolento si manifesta per gli effetti viscosi ed è caratterizzato da vortici dovuti ai mescolamenti delle particelle di fluido. Abbiamo dimostrato, quindi, che il motore dello scambio termico nella **convezione naturale** è la differenza di temperatura. Il movimento di materia si origina per effetto del solo campo di temperatura esistente fra zone diverse di un sistema termico. Nel caso della piastra piana verticale di materiale conduttore sopra esaminato per effetto della temperatura T_s una certa quantità di energia termica passa per conduzione dalla piastra al fluido che si scalda rispetto alla temperatura iniziale T_∞ e pertanto si dilata. L'effetto della dilatazione è una diminuzione di densità del fluido caldo rispetto a quello freddo. Si genera, pertanto, per effetto della forza di gravità che agisce sempre verso il basso, un alleggerimento termico che fa spostare il fluido caldo verso l'alto e quello freddo verso il basso. Si attiva, quindi, un moto rotatorio orario che è il flusso convettivo in senso stretto. Il moto rotatorio orario è generato dalla forza di gravità che sposta più in basso il fluido freddo rispetto a quello caldo. Questo spostandosi porta con sé la maggiore energia interna dovuta alla maggiore temperatura e pertanto si ha il trasferimento di calore dalla piastra al fluido freddo come effetto finale della trasmissione di calore. È bene ricordare che nella convezione naturale il movimento del fluido avviene per il solo effetto della forza di gravità sugli strati di fluido a diversa densità.

A. Numero di Grashof e numero di Rayleigh



Convezione naturale

$$R = (\rho_{\text{fluido}} - \rho_{\text{elem}}) \cdot g \cdot V_{\text{elem}}$$

$$\Delta\rho = -\beta \cdot \rho \cdot \Delta T.$$

$$R \propto \Delta\rho \propto \Delta T$$

$$R = (\rho_{\text{fluido}} - \rho_{\text{elem}}) \cdot g \cdot V_{\text{elem}}$$

$$R = \Delta\rho \cdot g \cdot V_{\text{elem}}$$

$$R = (-\beta \cdot g \cdot \Delta T) \rho \cdot V_{\text{elem}}$$

Fonte. Fisica tecnica università politecnica delle Marche, prof. Paroncini.

Nella convezione naturale non si prende in considerazione la velocità ma il prodotto di questi tre fattori:

$$g \cdot \beta \cdot \Delta T$$

che esprime una forza di galleggiamento.

Al numero di Reynolds

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot L}{\mu} \quad (5)$$

che caratterizza i diversi fluidi nella convezione forzata, si sostituisce il numero di Grashof, definito dal seguente rapporto:

$$Gr = \frac{\text{Forze di galleggiamento}}{\text{Forze viscosive}}$$

Sostituendo le espressioni analitiche delle forze di galleggiamento e viscosive si ha:

$$Gr = \frac{(g \cdot \beta \cdot \Delta T) L^3}{\mu^2} \quad (6)$$

dove, oltre alle grandezze definite in precedenza, compaiono

- β è il coefficiente di dilatazione termica del fluido,
- g è l'accelerazione di gravità;
- μ è la viscosità del fluido;
- T_s temperatura della parete;
- T_∞ temperatura del fluido imperturbato (a sufficiente distanza dalla parete);
- $\Delta T = T_s - T_\infty$.
- L è la dimensione lineare caratteristica della superficie, area o diametro.

Con considerazioni analoghe a quelle già viste nella convezione forzata, la relazione per il calcolo del numero di Nusselt, che è necessario per ottenere il coefficiente di scambio termico convettivo, sarà del tipo:

$$Nu = f(Gr, Pr). \quad (7)$$

La cui espressione analitica è:

$$Nu = a \cdot Gr^b \cdot Pr^c \quad (8)$$

Osserviamo che per la natura stessa della convezione naturale, il coefficiente di scambio dipende quindi anche dalla temperatura della parete, il che rende il fenomeno non più linearmente dipendente da ΔT e obbliga in molti casi ad una soluzione iterativa del problema. Una tipica correlazione di scambio termico in convezione naturale, valida per piastre orizzontali e per $104 < Pr \cdot Gr < 10^7$, ha la forma:

$$Nu = 0.54 (Gr \cdot Pr^{1/4}). \quad (9)$$

Notiamo che le velocità associate alla convezione naturale sono di norma molto basse, superando raramente i 2 m/s.

I valori di del **coefficiente h** di **convezione termica** sono pertanto, di norma, molto più bassi di quelli riscontrabili nella **convezione forzata**.

Un altro prodotto adimensionale molto usato nella convezione naturale è il numero di Rayleigh definito qui:

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{\rho^2 \cdot (g \cdot \beta \cdot \Delta T) L^3}{\mu^2} \cdot \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda} = \frac{c_p \cdot \rho^2 \cdot (g \cdot \beta \cdot \Delta T) L^3}{\mu \lambda} \quad (10)$$

Il legame sperimentale tra Ra ed Nu è espresso dalla relazione.

$$Nu = a_1 \cdot Ra^{b_1} \quad (11)$$

B. Forza di trascinamento: attrito

Il coefficiente di attrito $C_{f,x}$ analogamente al coefficiente di scambio termico convettivo h varia con la distanza x dal bordo di attacco. Il valore medio $\overline{C_f}$ si calcola con l'integrale seguente:

$$\overline{C_f} = \int_{x=0}^{x=L} C_{f,x} dx \quad (12)$$

Noto $\overline{C_f}$ si può calcolare la forza di trascinamento

$$F_t = A \cdot \rho \cdot \frac{V_\infty^2}{2}. \quad (13)$$

Dove A è l'area della lastra piana, ρ la densità e v_∞ è la velocità di impatto. Consideriamo i casi: flusso laminare, flusso turbolento e flusso laminare e turbolento:

I. Flusso laminare: $Re_c \cong 5 \cdot 10^5$.

Se $Re < Re_c$ per tutta la lastra allora il moto laminare si estende per tutta la sua lunghezza L e il numero di Reynolds verrà indicato con Re_L . Se invece il moto laminare si estende per una lunghezza $x < L$ il numero di Reynolds verrà indicato con Re_x . In questo caso si considera la temperatura media della lastra e risulta:

- $\overline{C_f} = 1,328 \cdot Re_L^{-1/2}$;
- $\overline{Nu} = 0,664 \cdot Re_L^{1/2} \cdot Pr^{1/3}$.

Quest'ultima è valida per $Re < Re_c$ e $Pr \geq 0.6$.

II. Flusso turbolento: $Re \geq Re_c$.

- $\overline{C_f} = 1,328 \cdot Re_L^{-1/5}$, che è valida per $5 \cdot 10^5 < Re_L < 10^7$
- $\overline{Nu} = 0,037 \cdot Re_L^{4/5} \cdot Pr^{1/3}$, che è valida per $\begin{cases} 5 \cdot 10^5 < Re_L < 10^7 \\ 0,6 \leq Pr \leq 60 \end{cases}$.

III. Flusso laminare e turbolento: $Re_c = 5 \cdot 10^5$.

In questo caso la lunghezza della lastra piana risulta tale da produrre un flusso turbolento senza, però poter trascurare la parte interessata da flusso laminare. I valori medi del coefficiente di attrito e del numero di Nusselt si ottengono per somma della integrazione della parte di flusso laminare più la parte del flusso turbolento.

I valori medi valgono per l'intera lunghezza L della lastra.

- $\overline{C_f} = 0,074 \cdot Re_L^{-1/5} - 1742 Re_L$, che è valida per $5 \cdot 10^5 < Re_L < 10^7$
- $\overline{Nu} = (0,037 \cdot Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3}$, che è valida per $\begin{cases} 5 \cdot 10^5 < Re_L < 10^7 \\ 0,6 \leq Pr \leq 60 \end{cases}$.

C. Lastra piana a flusso termico costante

In questo caso la lastra piana non è a temperatura costante ma è sottoposta a un flusso termico uniforme. I numeri di Nusselt sono dati dalle correlazioni:

- Moto laminare: $\overline{Nu} = 0,453 \cdot Re_L^{1/2} \cdot Pr^{1/3}$
- Moto **turbolento**: $\overline{Nu} = 0,0308 \cdot Re_L^{0.8} \cdot Pr^{1/3}$.

La procedura da adottare nei casi esaminati di convezione forzata consiste dei seguenti passi:

- Determinare la temperatura media T_m per valutare le proprietà termofisiche del fluido;
- Determinare le proprietà termofisiche del fluido a T_m ;
- Determinare il Re_L e confrontarlo con il Re_c in modo da stabilire il regime di moto;
- Trovare le correlazioni adatte; ρ
- Determinare i valori medi del **coefficiente di attrito** e del **numero di Nusselt**;
- Determinare il flusso termico specifico o il flusso termico scambiato per convezione e la forza di trascinamento.

Esempio

Un olio lubrificante non usato alla temperatura di 30°C, scorre con $v_\infty = 3 \text{ m/s}$ sopra una lastra piana lunga $L = 6 \text{ m}$ e larga $b = 1 \text{ m}$ e la cui temperatura è di 80°C. Calcolare il flusso termico scambiato e la forza di trascinamento.

- $T_m = \frac{(30+80)^\circ\text{C}}{2} = 55^\circ\text{C}$
- $\rho = 867 \text{ Kg/m}^3$
- $\lambda = 0,141 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$
- $\nu = 1,234 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$
- $Pr = 1505$.

5 Irraggiamento termico

Nella trasmissione del calore per irraggiamento, il calore è trasportato dalle onde elettromagnetiche, caratterizzate dalla frequenza ν [Hertz] e dalla lunghezza d'onda λ [μm], legate alla velocità c [ms^{-1}] di propagazione nel mezzo dalla relazione $\lambda = \frac{c}{\nu}$.

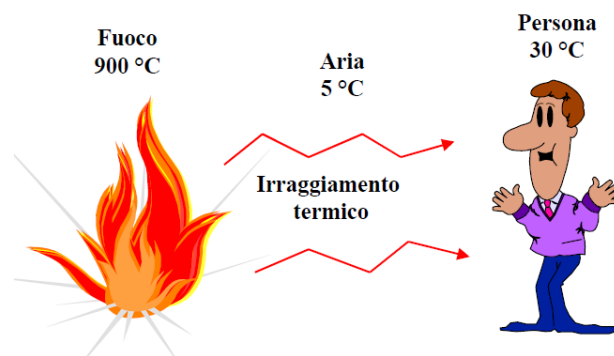


Figura 1. Illustrazione dell'irraggiamento termico. Fonte Wikipedia.org.

Le onde elettromagnetiche emesse dai corpi viaggiano alla stessa velocità c di propagazione della luce nel mezzo che attraversano e sono caratterizzate dalla frequenza f , la cui unità di misura è Hz e rappresenta il numero di cicli nell'unità di tempo, dalla lunghezza d'onda λ , generalmente misurata in μm che rappresenta la distanza percorsa in un periodo.

La radiazione può essere vista anche come la propagazione di fotoni o quanti, di energia $e = h\nu$, essendo h

Le onde elettromagnetiche sono emesse ed assorbite da tutti i corpi - solidi, liquidi o gassosi- come risultato di cambiamenti nella configurazione elettronica degli atomi di cui sono composti.

La **radiazione termica** è localizzata principalmente nelle lunghezze d'onda dell'infrarosso (IR).

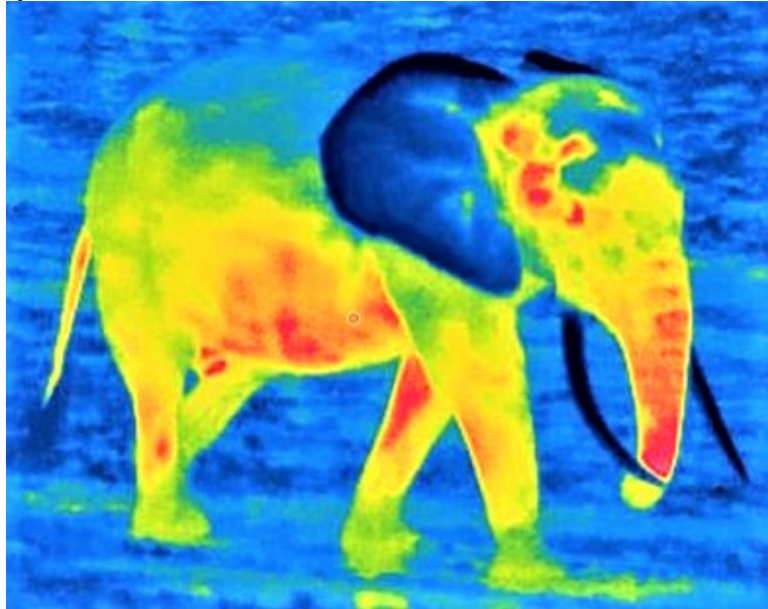


Figura 2. Fotografia di un elefante nell'infrarosso.

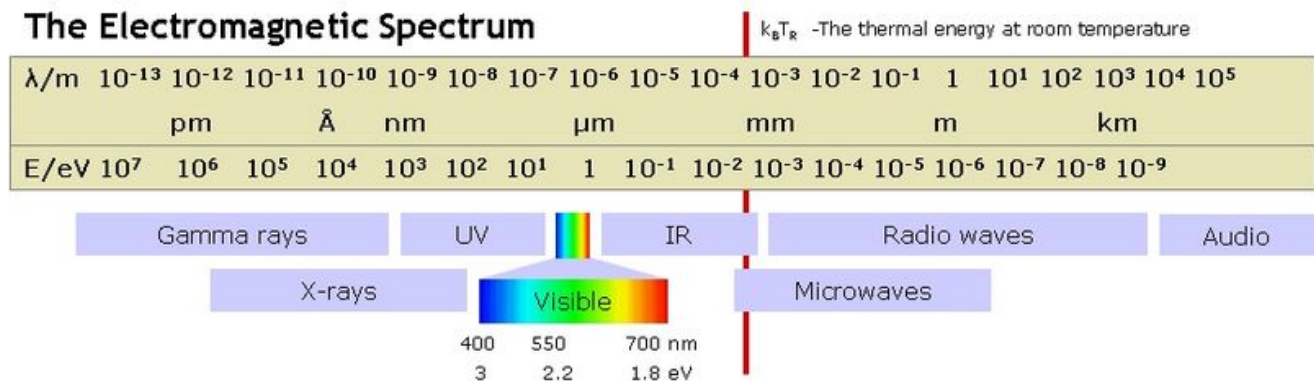


Figura 2. Spettro elettromagnetico. Fonte wikipedia.org.

Nonostante ciò, se un corpo viene riscaldato a temperatura sufficiente, esso emette una frazione significativa di energia anche alle lunghezze d'onda dello spettro visibile (sole, filamento delle lampadine). Come già abbiamo accennato, poiché le onde elettromagnetiche si propagano anche nel vuoto, questa è l'unica modalità di trasmissione di calore possibile nel vuoto stesso.

A. Potere emissivo

Un corpo nero è un perfetto assorbitore ed emettitore di radiazione cioè assorbe tutta la radiazione incidente, indipendentemente dalla lunghezza d'onda o dalla direzione, ed emette la massima potenza termica radiante per unità di area, detta potere emissivo (totale) del corpo nero (E_n) data dalla legge di Stefan-Boltzmann (1879), la quale afferma che ogni corpo alla temperatura T emette una quantità di

energia proporzionale alla quarta potenza della sua temperatura assoluta. In simboli è espressa dalla relazione:

$$E_n = \sigma T^4 \quad (1)$$

dove $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ è la costante di Stefan-Boltzmann e T è la temperatura assoluta della superficie (in Kelvin).

Si può dimostrare che, data una certa temperatura, *il corpo nero presenta la massima emissione per radiazione*. Un corpo reale alla stessa temperatura presenta un potere emissivo:

$$E = \varepsilon \sigma T^4 \quad (2)$$

dove ε (epsilon) è un parametro caratteristico della superficie, detto *emissività*, il cui valore è compreso tra 0 ed 1.

La legge di Stefan-Boltzmann fornisce il potere emissivo totale del corpo nero E_n , che è la somma della radiazione emessa su tutte le lunghezze d'onda. Talvolta, però, serve il potere emissivo monocromatico o spettrale del corpo nero, che è la potenza radiante emessa dal corpo nero alla temperatura assoluta T per unità di area superficiale e per unità di lunghezza d'onda nell'intorno della lunghezza d'onda λ .

$$E_{n\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 [e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1]} \quad (3)$$

- $C_1 = 2\pi h c_0^2 = 3.742 W \cdot \frac{\mu m^4}{m^2}$
- $C_2 = \frac{h c_0}{k} = 1.439 \cdot 10^4 \mu K$
- $h = 6.625 \cdot 10^{-34} J \cdot s$
- $k = 1.3805 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$

La relazione per il potere emissivo monocromatico del corpo nero $E_{n\lambda}$ è detta legge di distribuzione di Planck:

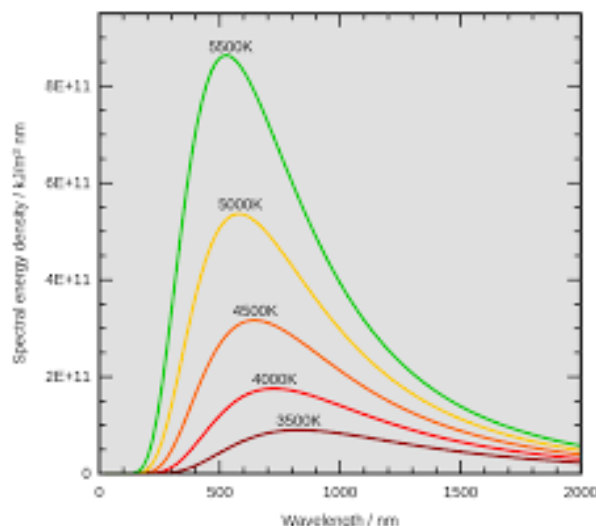


Figura 3. Legge di distribuzione di Planck. Fonte wikipedia.org.

L'oggetto di studio dell'irraggiamento è la radiazione termica, cioè l'energia elettromagnetica emessa dai corpi solidi e dai fluidi, liquidi e gas, qualunque sia la loro temperatura, come si ricava dalla legge (1).

B. Irradiazione

La radiazione incidente su di una superficie per unità di area e di tempo è detta *irradiazione* e si indica generalmente con G [W/m²].

Quando la radiazione incide su di una superficie, una parte di essa è assorbita, una parte è riflessa e la restante parte, se c'è, viene trasmessa. La somma delle frazioni di radiazione assorbita (**a**), riflessa (**r**) e trasmessa (**t**) è unitaria:

$$a + r + t = 1 \quad (1)$$

dove

- **a** è chiamato coefficiente di assorbimento;
- **r** è il coefficiente di riflessione;
- **t** è il coefficiente di trasparenza.

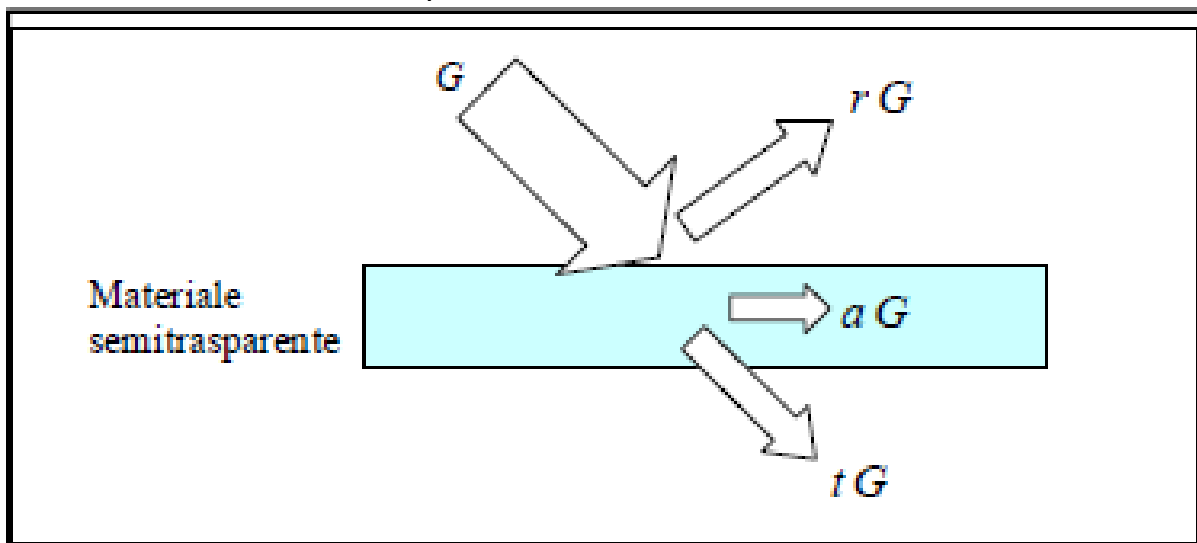


Figura 4. Frazioni dell'irradiazione G incidente su materiale semitrasparente.

Per il principio di conservazione dell'energia si ha:

$$E_{\text{inc}} = E_{\text{rifl}} + E_{\text{ass}} + E_{\text{trasm}} \quad (2)$$
$$a + r + t = 1$$

Poiché nelle applicazioni si preferisce parlare di frazione di energia riflessa, assorbita e trasmessa, è opportuno utilizzare l'espressione:

$$\frac{E_{\text{inc}}}{E_{\text{inc}}} = \frac{E_{\text{rifl}}}{E_{\text{inc}}} + \frac{E_{\text{ass}}}{E_{\text{inc}}} + \frac{E_{\text{trasm}}}{E_{\text{inc}}} \quad (3)$$

Il principio di conservazione vale, ovviamente, anche per la potenza termica $\dot{Q}$.

Nei corpi opachi il coefficiente di trasparenza è nullo, **a=0**. Un fenomeno che avviene frequentemente per spessori modesti di materiali solidi. In questo caso la radiazione può essere solo assorbita o riflessa.

La legge di Kirchhoff asserisce che per tutti i corpi si ha **$\epsilon = a$** . Un corpo emette solo le radiazioni che riesce ad assorbire. Per una particolare classe di corpi detti **corpi grigi**, il coefficiente di assorbimento **a**, e quindi anche la emissività, è indipendente dalla lunghezza d'onda.

Lo scambio netto di calore per irraggiamento tra due corpi, diciamo X e Y, è il risultato del **bilancio** tra la **radiazione emessa** da X, che viene **assorbita** da Y, e viceversa. La sua determinazione coinvolge la valutazione dei cosiddetti **fattori di vista**, che dipendono puramente dalle proprietà geometriche delle superfici coinvolte, e dalla conoscenza delle caratteristiche di assorbimento o di riflessione

(proprietà radiative) di X e di Y. Ad esempio, se consideriamo una persona in una stanza, i fattori di vista stabiliscono la correlazione tra la persona, la forma, le dimensioni (area) e la distanza tra la persona stessa e le superfici degli oggetti della stanza, pareti comprese. La somma tra i fattori di vista tra la persona e le superfici della stanza è pari a 1. Lo scambio termico radiativo che ha luogo tra due superfici è fortemente influenzato dal fattore di vista tra la i-esima, superficie emettente, e la j-esima superficie (persona), nonché dalla emissività delle superfici stesse. Scelte due superfici **i** e **j**, il fattore di vista tra la superficie **i** e la superficie **j**, denotato con $F_{i \rightarrow j}$, è la frazione della radiazione emessa dalla superficie **i** che incide direttamente sulla superficie **j**. I fattori di vista, per particolari geometrie, sono riportati in forma analitica, in tabelle o in forma grafica. Una volta introdotti i fattori di vista, nel caso di due corpi neri (**i** e **j**) risulta immediato il calcolo della potenza termica netta trasmessa per irraggiamento, data dalla relazione:

$$\dot{Q} = F_{i \rightarrow j} \sigma A_i (T_i^4 - T_j^4) \quad [\text{W}] \quad A_i F_{i \rightarrow j} = A_j F_{j \rightarrow i}$$

Osserviamo che nel caso di superfici non nere il calcolo risulta notevolmente più complesso. Una classe di superfici non nere particolarmente utili nelle applicazioni pratiche sono le **superfici grigie**, le cui **proprietà radiative** sono **indipendenti** dalla **lunghezza d'onda**, le **superfici diffondenti**, che hanno **proprietà radiative indipendenti** dalla **direzione**, e le **superfici opache**, per le quali il coefficiente di trasparenza è nullo, $\tau=0$.

Ad esempio, nel caso semplice di un corpo relativamente piccolo a temperatura T_1 contenuto in una grande cavità a temperatura T_2 , è il caso del filamento di una lampadina contenuto in una stanza, la potenza termica scambiata per irraggiamento è dato da:

$$\dot{Q}_1 = \varepsilon_1 A_1 (T_1^4 - T_2^4) \quad [\text{W}]$$

È possibile ricondurre in forma approssimata la legge precedente ad una lineare:

$$\dot{Q}_1 = \alpha_R A_1 (T_1 - T_2)$$

dove $\alpha_R = \varepsilon_1 \sigma (T_1 + T_2) (T_1^2 + T_2^2)$ dipende ovviamente dalla temperatura. Nei casi più semplici, questa dipendenza può essere trascurata.

La resistenza termica per irraggiamento in questo caso semplificato vale quindi:

$$R_T = \frac{1}{\alpha_R A_1}$$

Nella tabella 1 sono sintetizzate le modalità di trasmissione del calore.

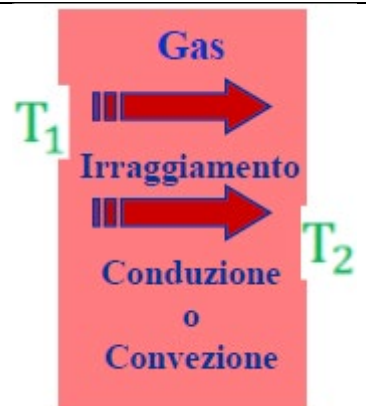
Modalità di trasmissione del calore	
	Solidi opachi Trasmissione del calore solo per conduzione
	Solidi semitrasparenti Trasmissione del calore per conduzione ed irraggiamento
	Fluido in quiete Trasmissione del calore per conduzione ed eventualmente per irraggiamento
	Fluido in movimento Trasmissione del calore per convezione ed irraggiamento
	Vuoto Trasmissione del calore solo per irraggiamento

Tabella 1

5.5 Gradiente geotermico

La Terra è un pianeta dinamico perché è dotata di gradienti che ne controllano i fenomeni fisici e chimici, regolando i processi della Terra fluida, atmosfera e oceani, della Terra solida, crosta e mantello. Un **gradiente** indica una variazione positiva o negativa di un qualsiasi parametro fisico, come la temperatura, la densità, o chimico, come la salinità.

I vulcani attivi e il vulcanismo secondario, come le sorgenti termali, i soffioni e i geyser, provano l'esistenza di un flusso di calore endogeno che fluisce dall'interno verso la superficie e l'atmosfera della Terra.

All'interno della Terra si osserva un aumento della temperatura in funzione della profondità. Il **rapporto tra la variazione della temperatura e la variazione della profondità** è chiamato **gradiente geotermico**.

La curva rappresentativa dell'aumento della temperatura in funzione della profondità è chiamata **geoterma**.

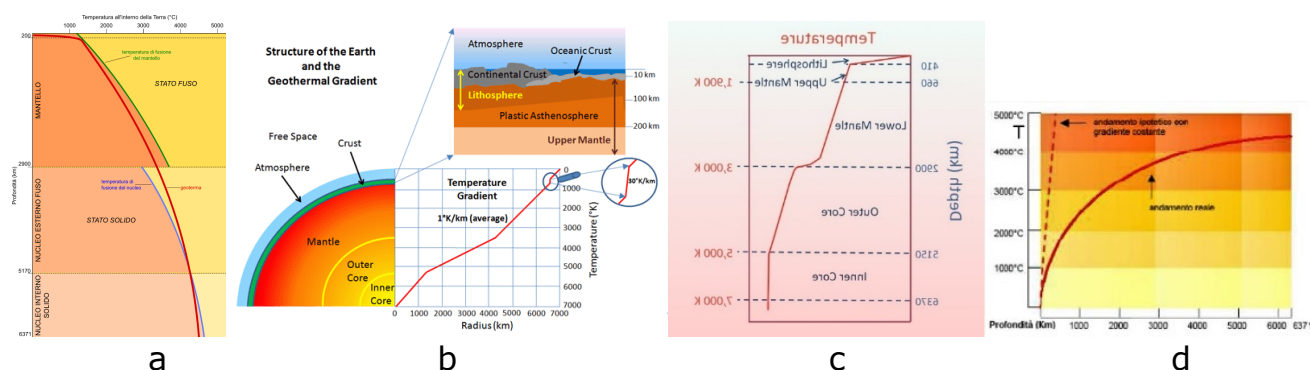


Figura 1. (a) Andamento della geoterma. (b) Gradiente geotermico e struttura della Terra. (c). Profilo schematico delle temperature stimate per i gusci concentrici della Terra. (d). Andamento reale e ipotetico. Fonte: Wikipedia.

L'andamento della geoterma fornisce le seguenti informazioni:

1. la **litosfera** ha una temperatura inferiore a quella di fusione e perciò è rigida;
2. l'**astenosfera** si presenta plastica perché la temperatura è prossima al punto di fusione;
3. la restante parte del **mantello** è solida perché la curva di fusione sta al di sopra della geoterma;
4. il **nucleo esterno** ha, invece, una temperatura superiore a quella di fusione e perciò è fluido;
5. il **nucleo interno** ha la geoterma nuovamente sotto il punto di fusione e quindi è allo stato solido;
6. Il nucleo interno è allo stato solido.

La Terra è un corpo caldo in equilibrio dinamico. Il sistema geotermico terrestre scambia il calore generato all'interno del pianeta con l'esterno. Il **gradiente geotermico**, cioè il tasso di variazione della temperatura con la profondità, diminuisce all'aumentare della profondità. È espresso in gradi centigradi, ogni 100 metri di profondità. Ha un valore medio di circa 3°C/100 metri, ma può variare anche notevolmente da località a località, con punte di 0,6°C/100 m e 14°C/100 m, a causa di particolari fenomeni geologici. Il **grado geotermico** è definito anche come il numero di metri che bisogna scendere sotto la superficie terrestre per avere l'aumento di 1°C. Il grado geotermico è in media circa 39 m. La sismologia ci informa che le onde trasversali attraversano tutto il mantello ma non il nucleo esterno che è fluido, ma ricompaiono nel nucleo interno solido. Questi dati e la composizione mineralogica ci permettono di dedurre che la temperatura del centro della Terra non può superare i 6000°C. A tale temperatura, le rocce dovrebbero fondere ma, a causa dell'elevatissima pressione, ciò non avviene.

Il nucleo esterno, liquido, è composto principalmente da ferro (20%) e nichel ed è caratterizzato da una temperatura di 3000 °C, una densità di 9,3 g/cm³ e una pressione di 140 GPa. Il nucleo interno è invece solido, composto quasi esclusivamente di ferro, ha una temperatura attorno ai 5400°C/6000 °C, una densità di 13 g/cm³ e una pressione di 330–360 GPa.

Nella litosfera il calore si trasmette per conduzione, mentre questo viene trasportato dal nucleo alla base della litosfera attraverso la convezione che avviene nel mantello inferiore. La distribuzione della temperatura all'interno della litosfera

è dovuta principalmente alla generazione di calore innescata dal decadimento degli isotopi radioattivi intrappolati in essa, e al flusso di calore che risale dal mantello sublitosferico. Il flusso di calore superficiale non è uniforme sulla superficie terrestre. Il **flusso di calore** è la quantità di energia termica che si allontana dalla Terra per **unità di** area nell'**unità di** tempo. L'**unità di misura** è l'HFU (Heat Flow Unit), equivalente a 42 milliwatt per metro quadro [42 mW/m^2] nel S.I.

Le aree a flusso maggiore sono quelle oceaniche, in particolare le dorsali, dove il mantello caldo viene a diretto contatto con l'acqua del mare. Il maggior flusso è anche giustificato dal fatto che la litosfera oceanica ha uno spessore inferiore ai 10 km, mentre quella continentale ha uno spessore medio maggiore di un centinaio di chilometri. Nelle aree continentali il flusso maggiore si ha nelle zone tettonicamente giovani. Alla stessa profondità il **gradiente geotermico** non ha lo stesso valore perché è determinato da due componenti: dal **gradiente geotermico orizzontale** che dipende dalla profondità e dal **gradiente geotermico verticale** che è originato dai moti convettivi nel mantello.

La crosta ha un gradiente termico medio di circa 30°C/km nei primi 10 km, 3°C ogni 100 m nella parte superficiale della crosta terrestre, poi scende a 15°C/km e a 8°C/km nella crosta superiore e inferiore. La **Moho** è il limite tra crosta e mantello e ha una temperatura stimata tra 450°C e 700°C .

La **litosfera** ha alla sua base una temperatura di circa 1300°C e poggia sull'**astenosfera**. Nel mantello, fino a 2890 km, il gradiente termico medio è inferiore a 1°C/km . Al centro della Terra la temperatura T massima stimata è di circa 6000°C .

In fig.2 è riportata una mappa del flusso di calore globale della Terra.

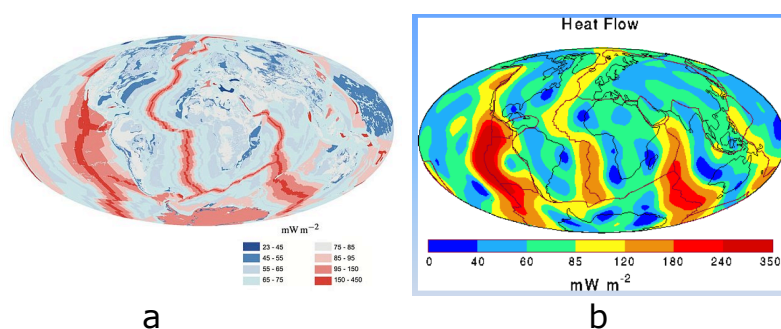


Figura 2. Distribuzione del flusso di calore nelle diverse regioni della Terra. I flussi di calore più alti sono presenti lungo le dorsali oceaniche. I valori più bassi si riscontrano nelle zone più interne e più antiche delle placche litosferiche. Valori bassi del flusso di calore si registrano lungo le fosse oceaniche. Negli archi vulcanici ad esse associati i valori risultano più alti.

(a). (Crediti: J. H. Davies and D. R. Davies/[Creative Commons 3.0](#)). (b) International Heat Flow Commission (IHFC) dello a. IASPEI/IUGG.[25]

Nella Terra solida i tre meccanismi di trasporto del calore, che sono attivi a profondità crescenti, sono la convezione idrotermale, la conduzione, tipica delle rocce solide, e la convezione, caratteristica delle rocce plastiche del mantello.

La circolazione idrotermale si sviluppa attraverso fratture e pori che la pressione chiude quando si raggiungono profondità superiori a 10 km. Questo meccanismo è di poca importanza alla scala litosferica ma gioca a ruolo cruciale negli ambienti poco profondi dove si effettuano le misurazioni del flusso di calore. La conduzione

domina regioni fredde e non deformabili in tempi geologici. Si può vedere qui il forte collegamento tra processi termici e meccanici. A profondità adeguate, la temperatura è abbastanza alta per provocare deformazioni significative nelle rocce, per cui prevale il trasferimento di calore per convezione. Nelle aree vulcaniche attive si deve tenere conto di un altro meccanismo di trasporto del calore: la risalita del magma.

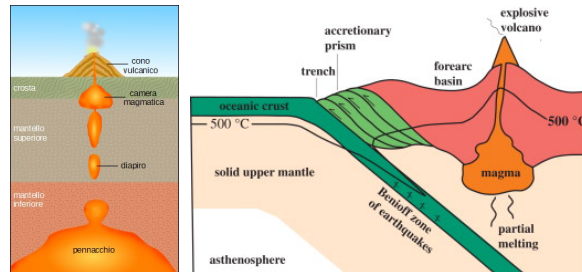


Figura 3. Meccanismi e fasi di un'eruzione associati al trasporto di calore verso la superficie terrestre. Fonte G.M.P.E.

Le forze interne che innescano il movimento del magma alla camera magmatica e da questa alla superficie terrestre sono:

- un aumento di temperatura o una diminuzione della pressione litostatica;
- una diminuzione di densità provocata dall'infiltrazione di acqua o di gas;
- la cristallizzazione frazionata associata alla solidificazione dei minerali basici a maggiore densità, che produce un alleggerimento della massa fusa.

Ad esempio, se si suppone che l'aumento della temperatura degli strati poco profondi della crosta sia dovuta alla conduzione allora la temperatura può essere calcolata utilizzando la formula di conduzione del calore in regime stazionario unidimensionale come segue

$$T_z = T_0 + qD\lambda - A\lambda D.(1)$$

Dove T_z è la temperatura (°C) alla profondità z (m), T_0 e q sono, rispettivamente, la temperatura e il flusso di calore [mW/m^2] alla sommità dello strato, D è lo spessore dello strato [km], λ è la conducibilità termica della roccia [$\text{W/m}\lambda$] nello strato calcolato e A tasso di produzione di calore della roccia ($\mu\text{W/m}^3$).

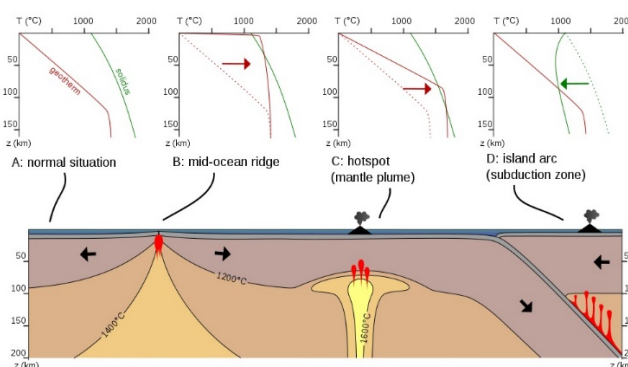


Figura 4. (a) Andamento della geotermia rispetto alla profondità in situazione normale. (b). Profilo della geotermia in corrispondenza della dorsale oceanica. (c). Andamento della geotermia in corrispondenza di un'isola vulcanica (punto caldo) caratterizzato dalla presenza di pennacchi e camere magmatiche profondi. (d). Zona di subduzione dell'arco vulcanico dell'Islanda. Fonte. Wikicommons.

Un modello termico semplice spiega che quando la placca in raffreddamento si sposta orizzontalmente la conduzione del calore è in prevalenza verticale.

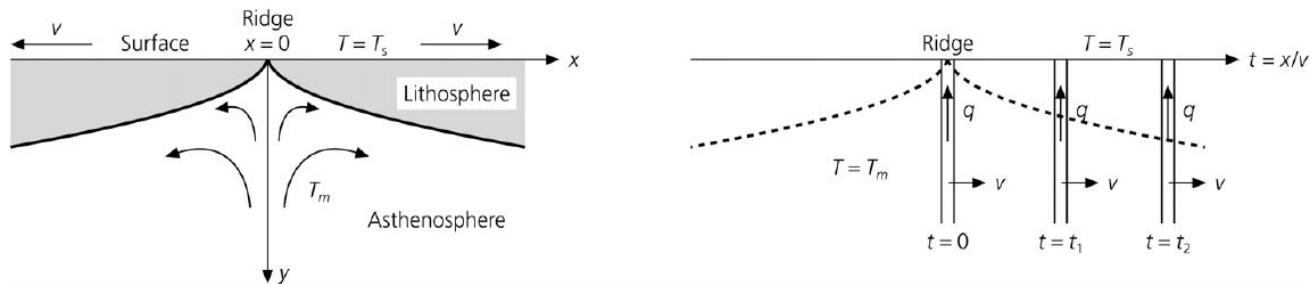


Figura 5. Modello del raffreddamento delle due placche oceaniche che si allontanano dalla dorsale con velocità v . Andamento della temperatura all'interfaccia tra litosfera e astenosfera in funzione della distanza dalla dorsale oceanica. Spostamento di un punto caldo nel tempo. Posizioni di un hot spot in tempi t_1 e t_2 : $t_1 = x_1/v$ e $t_2 = x_2/v$. Fonte Carol Stein University of Illinois at Chicago Seth Stein Northwestern University.

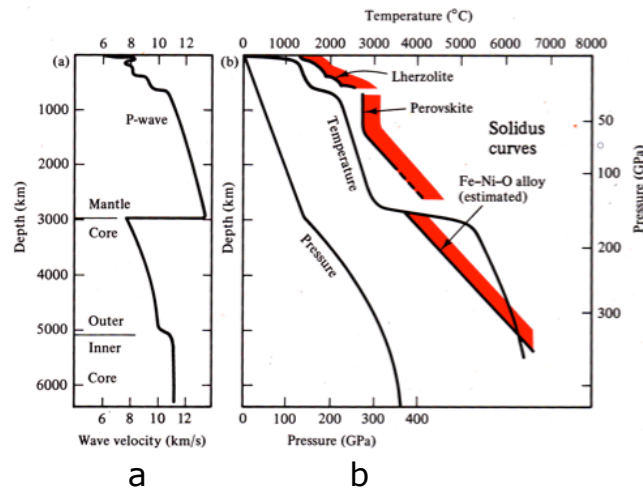


Figura 6.
(a) Profilo della velocità delle onde P nel mantello e nel nucleo della Terra.
(b). Variazione della temperatura e della pressione con la profondità e curve di solidificazione per le leghe di Fe-Ni-O del nucleo. Fonte. Wikipedia.org.

A. Un modello esplicativo del gradiente geotermico.

Il calore viene portato alla base della litosfera oceanica e continentale per **convezione** nel mantello sottostante. Il profilo verticale della temperatura deve essere diviso in due parti: una parte superiore dove la propagazione del calore avviene per conduzione e uno strato limite convettivo inferiore. In regime stazionario e in assenza di costituenti che producono calore, il flusso di calore è costante nella parte superiore entrambi conduttiva: ciò implica un gradiente di temperatura e una conducibilità termica costanti. Al contrario, il gradiente di temperatura non è costante ma variabile nello strato limite convettivo e tende progressivamente al valore nel mantello sottostante. Volendo definire in maniera formale il comportamento termico della litosfera è opportuno considerare tre diverse profondità schematizzate in fig.1. Il limite più superficiale, h_1 , corrisponde al confine inferiore, quello della parte superiore conduttiva, che chiameremo litosfera termica. Il limite più profondo, h_3 , corrisponde al limite inferiore dello strato limite termico. Questo confine può anche essere considerato il passaggio dal

regime termico conduttivo della litosfera a quello del mantello completamente convettivo. La profondità intermedia, h_3 , è stata ottenuta per estrapolazione verso il basso del profilo conduttivo geotermico alla temperatura isoentropica per il mantello convettivo.

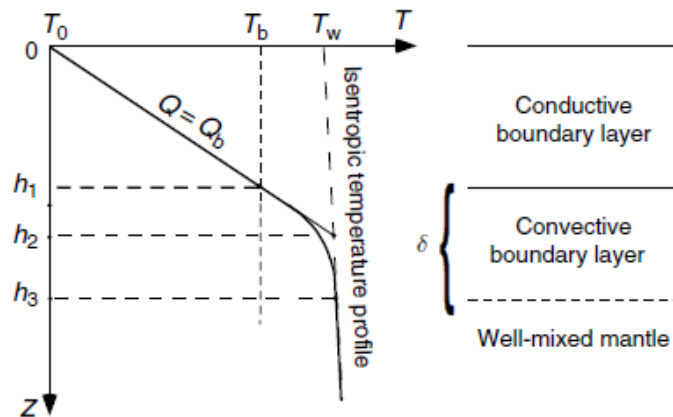


Figura 7. Struttura schematica dello strato limite termico della parte superiore del mantello convettivo terrestre. Fonte. Heat Flow and Thermal Structure of the Lithosphere:

C. Jaupart, Institut de Physique du Globe de Paris, Paris, France J.-C. Mareschal, GEOTOP-UQAM-McGill, Montreal, QC, Canada.

Lo strato limite è diviso in due parti: nella parte superiore rigida di spessore h_1 , il trasferimento di calore avviene per conduzione; nella parte inferiore instabile di spessore $\delta = h_3 - h_1$ il calore viene portato alla base della parte superiore per convezione. Il profilo verticale ottenuto per estrapolazione verso il basso dei dati di temperatura superficiale interseca il profilo isoentropico della zona a profondità h_2 . T_b è la temperatura alla base della parte superiore conduttiva, che è significativamente più piccola della temperatura T_w della zona del mantello ben miscelata. La differenza di temperatura ipotizzata tra la base e la sommità dello strato limite instabile di spessore $\delta = h_3 - h_1$ è uguale a $T_w - T_b$.

In condizioni stazionarie un modello che spiega il flusso di calore sulla superficie della Terra è dato da:

$$\dot{Q}_0 = \dot{Q}_{cr} + \dot{Q}_{lit} + \dot{Q}_b \quad (2)$$

dove $\dot{Q}_{cr}$ e $\dot{Q}_{lit}$ sono, rispettivamente, i contributi delle fonti di calore della crosta e del mantello litosferico, e $\dot{Q}_b$ è il flusso di calore alla base della litosfera. Negli oceani, si può ignorare il primo dei due con errore trascurabile e il flusso di calore superficiale è una misura diretta del flusso di calore basale.

Da un punto di vista fisico, si devono introdurre tre temperature: T_o , la temperatura misurata sulla superficie, il limite superiore, che, per tutte gli scopi pratici, può essere considerata fissa e uguale a 0°C ; T_b , la temperatura stimata alla base della litosfera; T_w , la temperatura stimata del limite convettivo del mantello superiore. In regime stazionario e in assenza di fonti di calore, si ha:

$$Q_0 = Q_b + \lambda \frac{T_b - T_o}{h_1} \quad (3)$$

L'equazione di chiusura che mette in relazione questo flusso con la differenza di temperatura $T_w - T_b$ tra la base e la sommità dello strato limite convettivo è la seguente:

$$Q_b = B(T_w - T_b) \quad (4)$$

dove B è un coefficiente di scambio termico introdotto da determinare per via indiretta per tenere conto del trasferimento di calore totale, sia per conduzione che per convezione. Il coefficiente B ha le dimensioni di $[\frac{\text{Joule}}{\text{K}}]$ in S.I.

I valori della temperatura dipendono da diverse combinazioni di parametri: la densità, il tipo di roccia e la tessitura. L'attendibilità del modello è controllata confrontando i valori stimati con le misure effettuate nei pozzi per la ricerca di petrolio e gas molto profondi che superano i 10 km (12376 metri) di profondità. La temperatura esatta dei gusci sferici, fino al centro del nucleo, può essere valutata solo applicando metodi indiretti. I geofisici utilizzano dati sismologici che confrontano con dati petrologici sperimentali per determinare la temperatura nelle profondità del globo. È quindi possibile localizzare le profondità dei principali cambiamenti di fase mineralogica. Inoltre, poiché è abbastanza facile stimare la pressione che viene esercitata ad una data profondità, è possibile determinarne l'esatta temperatura. I geofisici concordano sul fatto che, ad eccezione dei trasferimenti di fluidi idrotermali, la maggior parte del trasferimento di calore nella litosfera avviene per conduzione. Nell'astenosfera e nel nucleo esterno, gli alti numeri di Rayleigh ($\geq 10^7$) suggeriscono che la convezione sia il meccanismo dominante. La forma dell'evoluzione della temperatura nel globo terrestre e le modalità di trasmissione del calore nel mantello e nel nucleo esterno sono mostrate in fig.3.

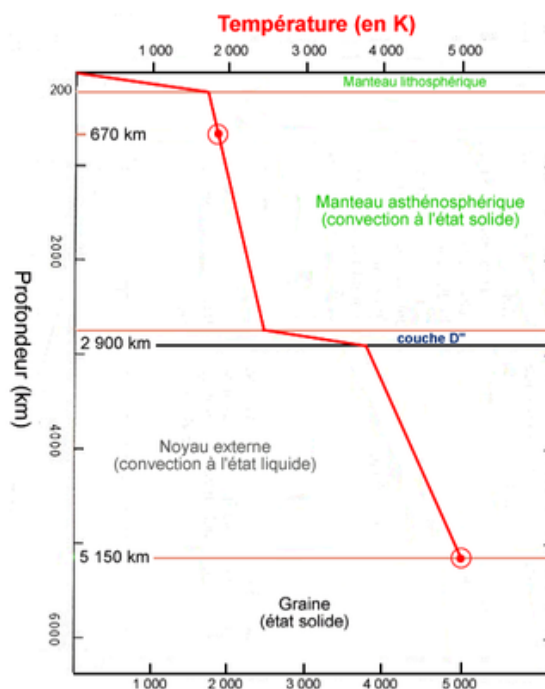


Figura. 3. Andamento della temperatura in funzione della profondità.

Crediti: <http://planet-terre.ens-lyon.fr/planetterre>.

Questa curva presenta 4 tipi di gradienti termici dT/dz (pendenze) che sono correlati ai meccanismi di trasferimento del calore:

- nel mantello litosferico il gradiente termico nelle rocce non plastiche è debole e prevale la conduzione lenta;
- nel mantello astenosferico si hanno forti gradienti termici legati a intensi processi di diffusione del calore alimentati dalla convezione;
- nella zona di discontinuità di Gutenberg di spessore D'' , la curva è quasi distesa, cioè la pendenza è relativamente bassa e il gradiente termico è basso;

d. il gradiente termico nel nucleo esterno non è elevato perché meccanismi convettivi di materia fusa rendono omogenea la temperatura.

Il flusso di calore conduttivo, $\dot{Q}$, è correlato al gradiente geotermico dalla seguente equazione:

$$\dot{Q} = \lambda \frac{dT}{dz} .(5)$$

Nella (5) λ è la conducibilità termica, che per le rocce varia da circa 1,8 a 5 $[\frac{W}{m K}]$: per la maggior parte delle rocce ignee e metamorfiche λ cade in un intervallo più ristretto, cioè tra 2,0 e 2,5 $[\frac{W}{m K}]$. Nei cratoni continentali più vecchi e stabili, il gradiente geotermico può arrivare fino a 10°C per km⁻¹, mentre nelle regioni vulcaniche attive può superare i 100°C per km⁻¹. Un tipico gradiente geotermico di ≈25°C per km⁻¹ fornisce un flusso di calore conduttivo di circa 60 $\frac{mW}{m^2 K}$.

Riepilogando possiamo dire che:

- l'energia si dissipa in superficie ed origina il flusso geotermico misurabile;
- il flusso geotermico non è uniforme sulla superficie del globo: è molto alto sopra le dorsali oceaniche;
- il flusso geotermico è più basso a livello di fosse e zone di subduzione;
- più la discontinuità di Mohorovičić, che separa la crosta terrestre dal sottostante mantello terrestre, è prossima alla superficie, maggiore sarà il flusso;
- la temperatura all'interno della Terra aumenta con la profondità, ma non uniformemente.

5.6 Le sorgenti del calore endogeno della Terra.

Le principali fonti del calore interno della Terra sono di seguito descritte.

1. Calore primordiale

Il calore primordiale prodotto e accumulato all'interno della Terra durante la sua formazione, circa 4.6 miliardi di anni fa. La Terra iniziò a prendere forma dall'accrescimento di polvere e di frammenti di meteoriti che si scontrarono e si aggregarono. L'energia cinetica di quelle violente collisioni si trasformò in energia termica. Si stima che durante l'accrescimento del globo siano stati prodotti in termini assoluti circa $23 \times 10^{13} W$, pari a circa il 20-24% del calore interno totale. Questo calore è dovuto alla trasformazione dell'energia potenziale dei piccoli corpi in calore e quindi agli impatti tra questi corpi (conversione dell'energia cinetica). Successivamente avviene una nuova trasformazione dell'energia potenziale, questa volta coinvolgendo i planetesimi.

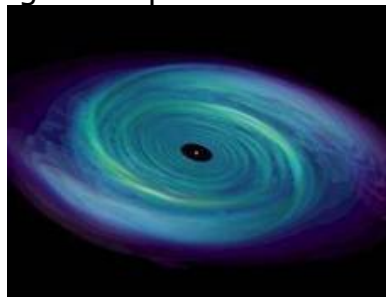


Figura.1. Illustrazione dell'accrescimento della Terra. Fonte: <http://www.astro.phy.ulaval.ca>.

2. Il calore di differenziazione

Durante il processo di accrezione del nostro pianeta, la quantità di calore generata dagli elementi radioattivi era molto maggiore rispetto ad oggi. Si stima che sia stata 10 o 100 quella attuale, tanto che il calore di accrescimento più quello di disintegrazione radioattiva determinò un notevole incremento di temperatura, che superò quella di fusione del Ferro, uguale a 1.538 °C. Ciò provocò una fusione totale della Terra che innescò, come abbiamo già detto, una **zonazione chimica**: i minerali allo stato liquido, omogeneamente mescolati, erano separati grazie all'azione delle forze gravitazionali. La forza di gravità agiva in maniera tale da suddividere le sostanze dalle caratteristiche fisiche simili secondo diversi livelli di profondità. I metalli pesanti più densi si concentravano nel nucleo, mentre quelli meno densi si accumulavano nei gusci più superficiali. Le stratificazioni successive diedero origine alla crosta terrestre e ai continenti primordiali del geoide in formazione con al centro un nucleo metallico, che aveva una temperatura superiore a quella di fusione del ferro. Ciò indusse un trasferimento di calore e di materia mediante correnti di convezione che portò alla formazione del nucleo interno solido e a quello esterno, composto da ferro (Fe) liquido e da elementi più leggeri, come zolfo (S), ossigeno (O) e silicio (Si), che risalivano verso l'esterno per differenza di densità, causando moti convettivi. All'interfaccia solido-liquido veniva formandosi un composto eutettico, cioè una miscela di sostanze con punto di fusione più basso di quello dei singoli elementi chimici componenti. La progressiva cristallizzazione del nucleo esterno accompagnata dal rilascio di calore verso l'esterno alimentò successivamente i movimenti convettivi nel mantello e nella crosta, composta da rocce silicatiche formate da minerali aventi un punto di fusione e densità più bassi. Si stima che questo calore di origine gravitazionale, motore dell'accrescimento, del differenziamento e dei processi sopra descritti, si diffuse dal centro alla crosta nei primi 500 milioni di anni di vita della Terra. il calore di differenziazione di fase rilasciato durante il cambiamento di stato dei materiali terrestri profondi, a livello del nucleo, dovuto ai meccanismi di cristallizzazione del nucleo esterno liquido in un solido che produce $0.47 \times 10^{13} \text{ W}$.

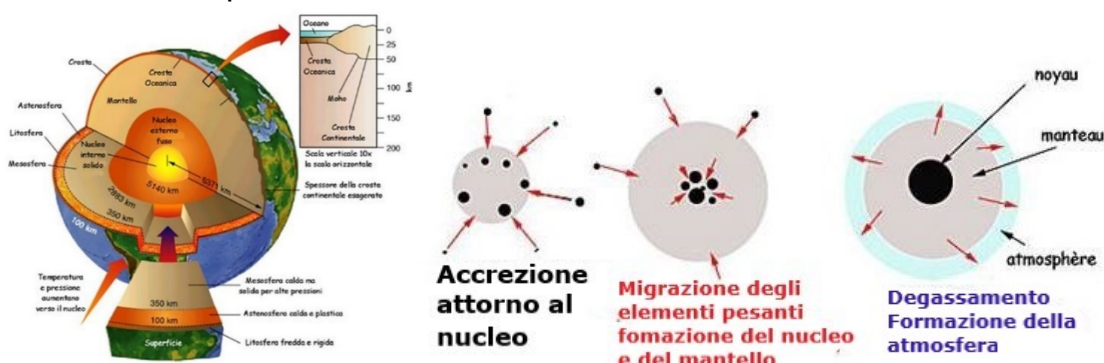


Figura.2. Formazione e processi di differenziazione del Geoide. Fonte wikipedia.org.

La variazione della temperatura media T della Terra in funzione del tempo t data dall'equilibrio tra il calore prodotto e quello disperso in superficie è:

$$Mc \frac{dT}{dt} = MH - \Delta q. \quad (1)$$

dove M è la massa della Terra, A è la sua superficie, c è il calore specifico, q

è il flusso di calore medio e H è il tasso medio di produzione di calore radioattivo. Il flusso di calore utilizzato è una media di quello proveniente dal mantello, pari circa 72 mWm^{-2} . La stima è stata ottenuta rimuovendo il 17% circa di calore che si ritiene prodotto dalla radioattività nella crosta continentale.

3. Il calore radiogenico

L'origine principale del flusso geotermico della Terra deriva dal **decadimento radioattivo** degli **isotopi** di alcuni elementi, quali l'uranio-238, $^{238}_{92}\text{U}$, l'uranio-235, $^{235}_{92}\text{U}$, il torio-232, $^{232}_{90}\text{Th}$, e il potassio-40, $^{40}_{19}\text{K}$, presenti nelle rocce della crosta terrestre e del mantello superiore, da cui i vulcani attingono continuamente magma. Il decadimento degli elementi radioattivi avviene con l'emissione di particelle α , nuclei di elio, ^4_2He , particelle β , elettroni o positroni, e fotoni γ , che sono assorbite dal materiale circostante, che si riscalda.

Si stima che il 60% del calore che fluisce dall'interno della Terra verso la superficie provenga dal decadimento radioattivo. In fig.3 sono graficati i contributi al flusso di calore di ciascuno dei nuclidi suddetti e al flusso il totale.

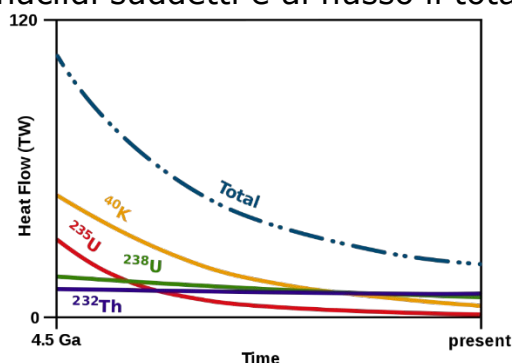


Figura 3. Nuclidi radioattivi naturali che contribuiscono al flusso di calore della Terra in Terawatt. $1\text{TW} = 10^{12}\text{W} = 10^{12}\text{J} \cdot \text{s}^{-1}$

In tab.1 sono riportati i principali isotopi radioattivi produttori di calore.

I PRINCIPALI NUCLIDI PRODUTTORI DEL CALORE INTERNO DELLA TERRA			
Nuclide	Rilascio di calore [W/kg nuclide]	Concentrazione media del mantello [kg nuclide/kg mantello]	Rilascio di calore [W/kg mantello]
^{238}U	9.46×10^{-5}	30.8×10^{-9}	2.91×10^{-12}
^{235}U	56.9×10^{-5}	0.22×10^{-9}	0.125×10^{-12}
^{232}Th	2.64×10^{-5}	124×10^{-9}	3.27×10^{-12}
^{40}K	2.92×10^{-5}	36.9×10^{-9}	1.08×10^{-12}

Tabella 1.

Figura 4. Contributi del rilascio di calore in [W/kg nuclide]. La concentrazione media di ciascuno di essi è misurata dal rapporto tra un kg di nuclide e un kg di roccia del mantello espresso da [kg nuclide/kg roccia mantello]. Nell'ultima colonna la quantità di calore in [W/kg] rilasciato dal mantello.

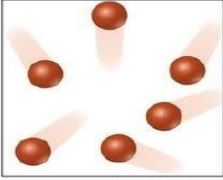
Dalle misure di flusso di calore eseguite in superficie si stima che la potenza termica erogata nelle aree continentali è: $\dot{Q}_C = 13 \text{ TW}$. Mentre nelle aree oceaniche è: $\dot{Q}_O = 31.3 \text{ TW}$. La potenza totale, data dalla somma di questi due contributi è: $\dot{Q}_{\text{Tot}} = 44.3 \text{ TW}$.

6 Radioattività naturale e decadimenti radioattivi

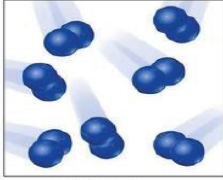
La materia è tutto ciò che ha massa e occupa spazio. La materia ha proprietà fisiche e proprietà chimiche che possono essere osservate e misurate senza alterare la composizione del sistema materiale.

MATERIA

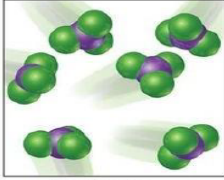
Tutto ciò che ha massa e occupa spazio



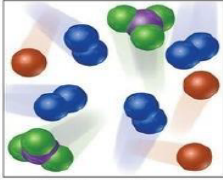
(a) Atoms of an element



(b) Molecules of an element



(c) Molecules of a compound



(d) Mixture of elements and a compound

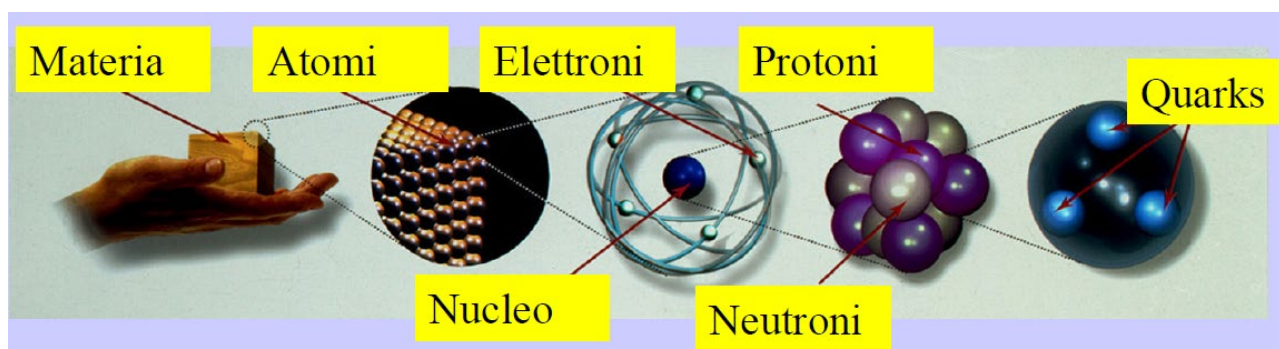
Elements are composed of only one kind of atom.

Compounds must have at least two kinds of atoms.

Elemento. Una sostanza che non può essere scomposta in sostanze più semplici: consiste di atomi o molecole.

Composti. Sono formati da almeno due tipi diversi di atomi.

Gli elementi chimici sono sostanze pure che non possono essere decomposte in altre sostanze più semplici, hanno una propria identità fisica e chimica e sono costituite da atomi tutti uguali.



Gli elementi, i loro nomi ed i loro simboli sono riassunti nella tavola periodica. Sono noti 112 elementi e quindi 112 tipi diversi di atomi. Una particella più piccola di un elemento che conserva le proprietà chimiche dell'elemento stesso.

Tavola Periodica degli elementi

The periodic table shows elements from Hydrogen (H) to Oganesson (Og). It is color-coded by groups: Alkali Metals (yellow), Alkaline Earth Metals (orange), Transition Metals (pink), Metalloids/Non-metals (light green), Halogens (dark green), Noble Gases (light blue), and Lanthanides/Actinides (purple). Annotations include 'Metalli Alcalini', 'Metalli Alcalino-Terrosi', 'Lantanidi', 'Attridi', 'Elementi di Transizione', 'Metalloidi / Non Metalli', 'Alogeni', 'Gas Nobili', 'Numero Atomico', 'Simbolo', 'Temp. Fusione (°C)', 'Temp. Ebollizione (°C)', 'Stato (Standard)', 'Stato di Ossidazione', 'Stato di Aggregazione a 20°C', 'SOLIDO', 'LIQUIDO', 'GASSOSO', 'ARTIFICIALE', 'Serie dei Lantanidi', and 'Serie degli Attinidi'.

La **radioattività** è un fenomeno naturale, presente ovunque: nelle Stelle, nei pianeti, nella Terra e nei nostri stessi corpi.

Il nucleo dell'atomo è composto da protoni, con carica elettrica positiva e da neutroni, con carica nulla. Il nucleo dell'atomo è composto da protoni, con carica elettrica positiva e da neutroni, con carica nulla. L'atomo è elettricamente neutro: il nucleo è circondato da elettroni, con carica negativa, uguali in numero ai protoni, con carica positiva, presenti nel nucleo.

La struttura dell'atomo è la stessa per tutti gli elementi chimici noti. È solo il numero dei **protoni** e dei **neutroni** del nucleo atomico che cambia da un elemento all'altro. Il numero totale di protoni nel nucleo è chiamato "**numero atomico**" e si indica con la lettera **Z**. L'elemento chimico con 8 protoni è l'ossigeno (O), quello con 26 protoni è il ferro, quello con 79 protoni è l'oro, quello con 92 protoni è l'uranio. Poiché in un nucleo di una data specie possono essere presenti anche **N** neutroni, la somma **A=N+Z** è chiamata **numero di massa**. I nuclei con lo stesso valore di **Z**, ma diverso valore di **A**, sono chiamati **isotopi**. Un nuclide con numero atomico **Z** e numero di massa **A** si denota col simbolo A_ZX . Il termine nuclide non è **sinonimo** del termine isotopo, che è un qualsiasi membro di un insieme di nuclidi avente lo stesso numero atomico ma diverso numero di massa. Nella tavola 1 sono riportati i simboli che si utilizzano in chimica nucleare per indicare il numero atomico e il numero di massa del protone, del neutrone, dell'elettrone, del positrone e di una particella α .

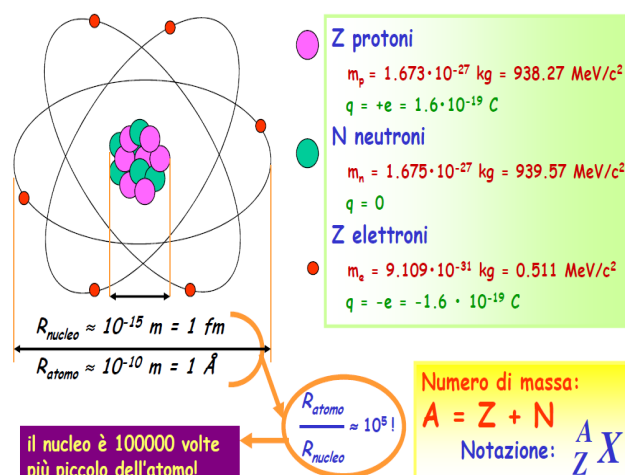


Figura 1. Struttura e costituenti dell'atomo.

Un nuclide o isotopo è denotato dal simbolo A_ZX dove A indica il numero di massa e Z il numero atomico. In tabella 1, sono rappresentati i simboli usati comunemente per indicare il tipo di nucleone nelle reazioni nucleari.

NUCLIDE A_ZX				
Numero di massa	A	Numero di protoni + Numero di neutroni		
Numero atomico	Z	Numero di protoni nel nucleo		
protone	neutrone	elettrone	positrone	particella α
1_1p or 1_1H	1_0n	${}^0_{-1}e$ or ${}^0_{-1}\beta$	${}^0_{+1}e$ or ${}^0_{+1}\beta$	4_2He or ${}^4_2\alpha$
A=1	A=1	A=1	A=0	A=4
Z=1	Z=0	Z=-1	Z=+1	Z=2

Tavola 1.

Gli isotopi naturali dell'idrogeno e del carbonio sono ripotati in fig.2.

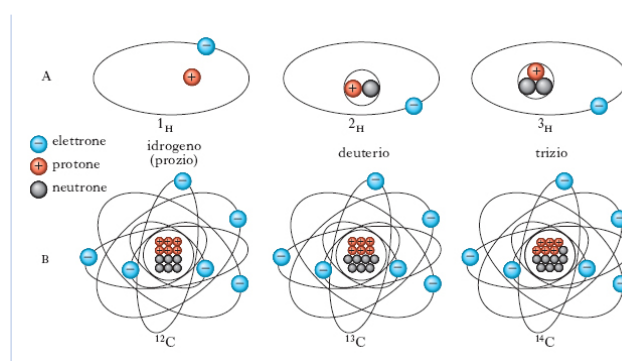


Figura2. A. Isotopi naturali dell'idrogeno: 1_1H , idrogeno comune; 2_1H , deuterio, idrogeno pesante; 3_1H , trizio, idrogeno radioattivo.

B. Isotopi naturali del carbonio: ${}^{12}_6C$ carbonio comune, carbonio ${}^{13}_6C$ e carbonio radioattivo, ${}^{14}_6C$. Fonte. [www. treccani.it](http://www.treccani.it).

In natura sono presenti **2700 isotopi stabili** e circa **100** isotopi instabili a causa di un eccesso di protoni e/o di neutroni. I radionuclidi **artificiali** sono quelli preparati dall'uomo. Il primo **isotopo radioattivo artificiale** fu prodotto nel 1934

da Irène Joliot-Curie⁶, che irradiò dei fogli di alluminio con particelle α . Da quest'anno ebbe inizio l'impiego della radioattività su larga scala nel lavoro scientifico. Quasi tutti gli isotopi artificiali sono instabili. L'instabilità provoca la **trasformazione spontanea** in altri isotopi stabili associata all'emissione di particelle. Gli isotopi instabili sono detti **isotopi radioattivi**.

Il decadimento radioattivo è un processo nel quale i nuclei degli atomi di sostanze radioattive si disintegrano con emissione di radiazione corpuscolare, elettromagnetica e radiazioni. In altre parole, i decadimenti radioattivi si spiegano in termini di transizioni tra una struttura nucleare meno legata ad una più legata, con rilascio di energia. In natura esistono tre tipi principali di decadimento radioattivo che si differenziano per il tipo di particella emessa nella disintegrazione: decadimento **alfa** (α), decadimento **beta** (β), e decadimento **gamma** (γ).



Figura3. (a). Illustrazione dei principali tipi di decadimento radioattivo.
(b) Energia prodotta: le particelle alfa sono bloccate dalla pelle; le particelle beta da un foglio di alluminio di 1 cm di spessore; i fotoni gamma da una lastra di piombo spessa da 2,5-5 cm.

Fonte. Wikipedia.org.

6.1 Il decadimento alfa

Il decadimento alfa consiste nell'emissione da parte di un nucleo padre di una particella formata da due protoni e due neutroni, che formano un nucleo di elio, ${}^4_2\text{He}$. Il nucleo figlio ha un numero atomico **Z** inferiore di due unità rispetto al nucleo padre e un numero di massa **A** inferiore di quattro unità.

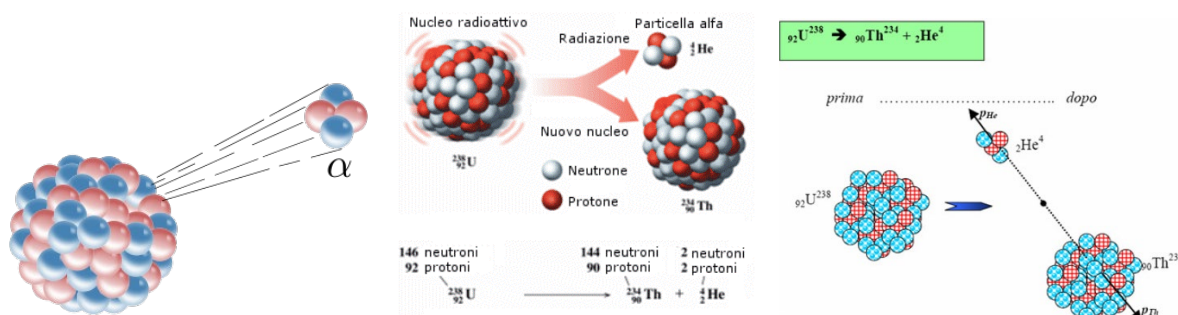


Figura 1. L'isotopo dell'uranio ${}^{238}_{92}\text{U}$ con $A=238$ e $Z=92$, si trasforma nel nucleo dell'elemento con numero di massa 234, avente due protoni e due neutroni in meno. Si tratta del torio-234, ${}^{234}_{90}\text{Th}$.

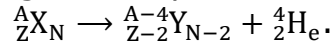
Fonte.Wikipedia.org.

Dopo un decadimento alfa, il nuclide padre, ${}^A_Z\text{X}$, emette una particella α , un nucleo di elio con 2 protoni e 2 neutroni, trasformandosi in un nucleo figlio, con numero atomico ($Z-2$) e numero di massa ($A-4$), in simboli ${}^{A-4}_{Z-2}\text{X}$.

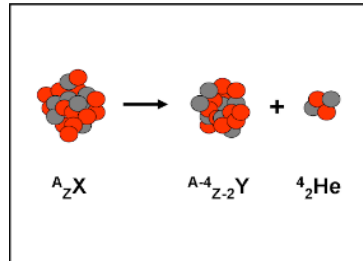
⁶ Irène Joliot-Curie è la figlia dei coniugi Curie, Pierre Curie (Parigi, 15/05/1859 - Parigi, 19/04/1906) e Maria Salomea Skłodowska (Varsavia, 7 novembre 1867 - Passy, 4 luglio 1934), insigniti del Premio Nobel per la Fisica del 1903 per i loro studi sulla radiazione spontanea, ovvero sulla radioattività naturale.

Le particelle alfa, per la loro natura, sono poco penetranti e possono essere completamente bloccate da un semplice foglio di carta.

Il decadimento alfa si manifesta con maggiore probabilità nei nuclei pesanti. Un decadimento alfa di nuclide padre instabile A_ZX_N che decade in un nuclide figlio più stabile è rappresentato dalla seguente equazione:



Essa è illustrata nello schema qui sotto:

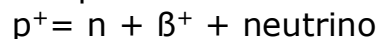


dove il nuclide figlio Y ha numero atomico (Z-2) e numero di massa (A-4).

Fonte. wikipedia.org.

6.2 Il decadimento beta

Il modo di decadimento dominante dei nuclei atomici è il decadimento beta, un processo che trasforma un neutrone in un protone e viceversa, secondo le reazioni:



Una particella beta è un elettrone o positrone ad alta velocità che fuoriesce da un nucleo in disintegrazione. Consideriamo i due casi:

1) Decadimento beta negativo

La carica unitaria è negativa (β^-) e si ha la reazione:



La fig.1 illustra il decadimento beta-meno del ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ in ${}^{40}_{21}\text{K}$ con emissione di un elettrone e di un antineutrino elettronico, $\bar{\nu}$.

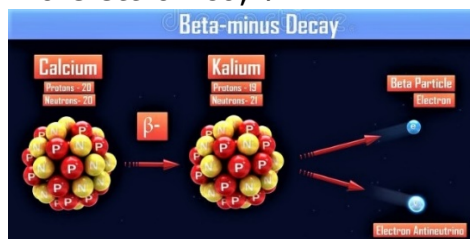


Figura 1. Decadimento beta-meno. Fonte.Wikipedia.org.

L'energia liberata dalla trasformazione del neutrone in protone diviene energia cinetica dell'elettrone (β^-) e dell'antineutrino, particella priva di massa, che vengono espulsi dal nucleo e, ad eccezione dei β emittenti puri, rimane in parte nel nucleo provocandone l'eccitazione e la conseguente diseccitazione con emissione di un fotone gamma, γ .

L'energia della particella β^- e dell'antineutrino è imprevedibile e si distribuisce in uno spettro continuo di valori secondo una modalità probabilistica, mentre quella del fotone gamma è caratteristica per ogni radionuclide e può assumere solo livelli discreti di energia.

Il decadimento beta negativo provoca una **transizione isobara** (isobarica): il numero **Z** aumenta di una unità e l'atomo si trasforma in un elemento chimico differente, situato a destra nella tavola di Mendelejev mentre resta invariato il numero **A**, come in $^{20}_{20}\text{Ca}$ e $^{20}_{21}\text{K}$.

L'energia liberata dalla trasformazione del neutrone in protone diviene energia cinetica dell'elettrone (β^-) e dell'antineutrino, una particella priva di massa, che vengono espulsi dal nucleo e, ad eccezione dei β emittenti puri, rimane in parte nel nucleo provocandone l'eccitazione e la conseguente diseccitazione con emissione di un fotone gamma, γ .

L'energia della particella β^- e dell'antineutrino è imprevedibile e si distribuisce in uno spettro continuo di valori secondo una modalità probabilistica, mentre quella del fotone gamma è caratteristica per ogni radionuclide e può assumere solo livelli discreti di energia. Le particelle β^- possono ionizzare il mezzo attraversato provocando l'allontanamento di elettroni dalla sfera di influenza nucleare per repulsione elettrostatica, a spese della loro energia cinetica, in media 34 eV per ogni evento di ionizzazione in aria. Poiché hanno dimensioni molto più piccole e sono elettricamente meno cariche delle particelle alfa, hanno una più bassa densità di ionizzazione e potere penetrante circa 1000 volte quello di una particella alfa di pari energia.

Il range medio di una particella β^- può arrivare fino ad alcuni metri in aria e fino ad alcuni millimetri nei tessuti molli.

La ionizzazione specifica in aria è pari a 42 ionizzazioni/cm per una radiazione di con energia $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$.

Le particelle β^- possono interagire con i campi elettrici nucleari, subendo una deviazione della traiettoria e una riduzione dell'energia cinetica, con la contemporanea produzione di un fotone "X" di *Bremsstrahlung* (**frenamento**). L'energia dei fotoni di frenamento corrisponde alla perdita di energia cinetica della particella β^- e si distribuisce in uno spettro continuo esteso tra 0 e l'energia della radiazione β^- incidente, come in figura.

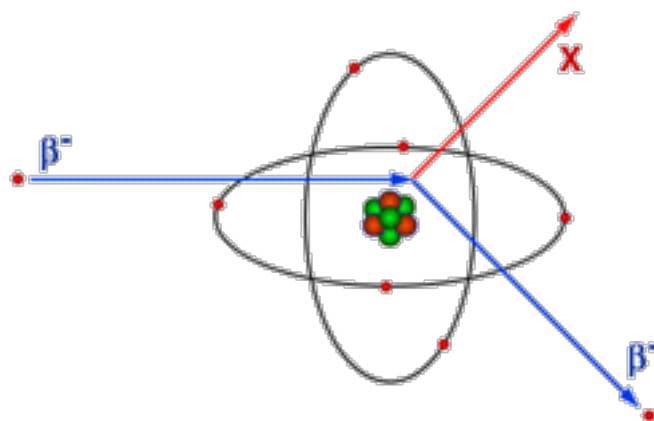


Figura 2. Produzione di fotoni X di frenamento. Fonte.Wikipedia.org.

Osserviamo che la produzione di radiazioni X è maggiore nel caso in cui le radiazioni β^- attraversano materiali con alta densità. È questo il motivo per cui la schermatura di *radioemettitori* β^- emittenti è prodotta utilizzando materiali plastici con basso Z. Nei quali non si producono fotoni X di frenamento che, essendo molto più penetranti ed energetici, sarebbero di più difficile schermatura.

2) Decadimento beta positivo

Quando il nucleo è instabile per difetto di neutroni, un protone in eccesso emette una particella β^+ , chiamata **positrone**, e si trasforma in neutrone secondo la formula:

$$p^+ = n + \beta^+ + \text{neutrino}$$

Il decadimento β^+ è più probabile rispetto alla cattura elettronica per gli elementi con basso numero atomico.

Il decadimento β^+ provoca una **transizione isobarica**: il numero **Z** si riduce di una unità e l'atomo si trasforma in un elemento chimico differente, situato a sinistra nella tavola di Mendeleev, mentre resta invariato **A**.

Il decadimento β^+ è più probabile rispetto alla cattura elettronica per gli elementi con basso numero atomico.

Il decadimento β^+ provoca una **transizione isobarica**: il numero atomico Z si riduce di una unità e l'atomo si trasforma in un elemento chimico differente, che ha numero atomico Z-1, mentre resta invariato A; è situato alla sua sinistra nella tavola di Mendeleev.

La fig.2 rappresenta il decadimento β^+ di $^{26}_{30}\text{Fe}$ in $^{25}_{31}\text{Mn}$ con emissione di un positrone e di un antineutrino elettronico, $\bar{\nu}$.

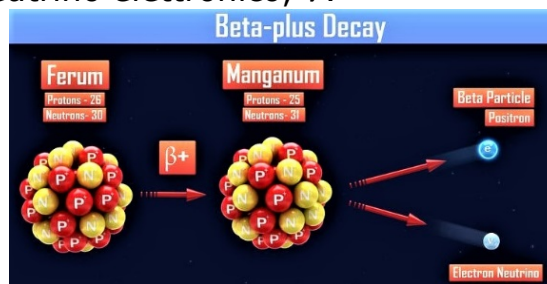


Figura 2. Decadimento beta-più. Fonte.Wikipedia.org.

La fig.3 rappresenta in (a) gli orbitali e il decadimento beta-meno di un nuclide qualsiasi. In (b) sono riportati due esempi di decadimento beta: il decadimento beta-meno di $^{14}_6\text{C}$ in $^{14}_7\text{N}$ con emissione di un elettrone e un antineutrino elettronico, $\bar{\nu}$; il decadimento beta-più di $^{10}_4\text{C}$ in $^{10}_5\text{B}$ con emissione di un positrone e di un neutrino elettronico, $\bar{\nu}$.

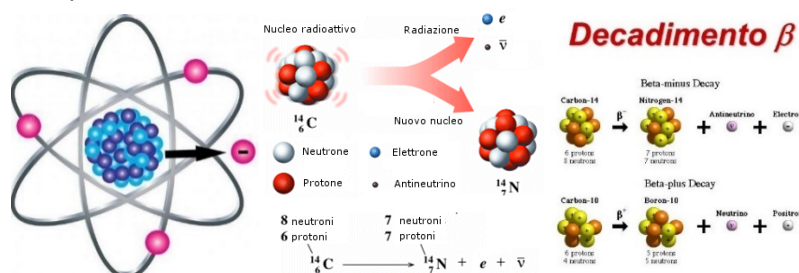


Figura 3. Decadimenti beta-meno e beta-più. Fonte.Wikipedia.org.

Anche le particelle β^+ possono **ionizzare** il mezzo attraversato causando l'allontanamento di elettroni dalla sfera di influenza nucleare elettrostatica, per **attrazione** a spese della loro energia cinetica, in media 34 eV, per ogni evento di ionizzazione in aria. Il potere penetrante è uguale a quello delle particelle β^- .

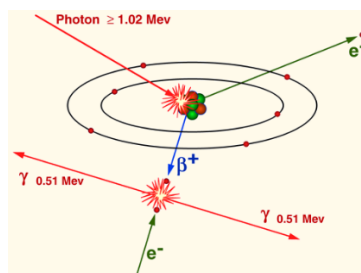


Figura 4. Annichilazione β^+ -elettrone con formazione di 2 fotoni γ opposti.

Fonte. Fisica delle radiazioni: NUCMED unipd.it.

Le particelle β^+ dopo circa 10^{-9} secondi vanno incontro ad **annichilazione**, interagendo con un elettrone. Le due particelle scompaiono e la loro massa è trasformata in 2 fotoni gamma di 0.511 MeV, emessi in direzioni opposte.

6.3 Il decadimento per cattura elettronica (EC)

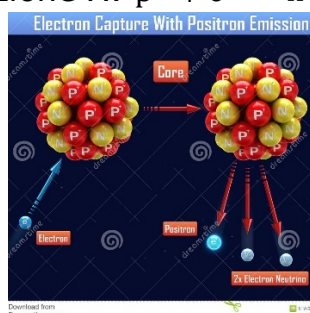
La **cattura elettronica** accade quando un nucleo assorbe uno dei suoi elettroni Orbitanti, e^- , trasformando un protone, p^+ , del nucleo in un neutrone, n . Come risultato si ottiene l'emissione di un neutrino elettronico, ν_e . Questo processo è strettamente collegato con il decadimento β . Nonostante non sia un decadimento radioattivo, esso è un processo fondamentale per la trasmutazione di alcuni nuclei instabili che non possono decadere con un normale processo β .

La **cattura elettronica** avviene se la differenza di energia tra l'atomo iniziale e quello finale è minore di 1,022 MeV. A queste condizioni il decadimento β^+ è impossibile, perciò la cattura elettronica rimane l'unica modalità di trasmutazione che possa stabilizzare il nucleo atomico.

Esempi di cattura elettronica sono sotto riportati:

- ${}_{13}^{26}\text{Al} + e^- \rightarrow {}_{12}^{26}\text{Mg} + \nu_e$
- ${}_{28}^{59}\text{Rb} + e^- \rightarrow {}_{27}^{59}\text{Co} + \nu_e$
- ${}_{37}^{83}\text{Rb} + e^- \rightarrow {}_{36}^{83}\text{Kr} + \nu_e$
- ${}_{53}^{123}\text{I} + e^- \rightarrow {}_{52}^{123}\text{Te} + \nu_e$

L'esistenza del neutrino elettronico in questo processo ha risolto il problema delle leggi di conservazione. L'esistenza di questa particella fu ipotizzata da Pauli nel 1931 il quale pensò che questa particella di difficile rivelazione avrebbe potuto portare con sé il momento angolare, la quantità di moto e l'energia che mancavano nella semplice somma fatta sugli elettroni prodotti da questo processo. Osserviamo che quando un protone cattura un elettrone orbitale, appartenente allo strato K più interno, si trasforma in un neutrone con sviluppo di energia elettromagnetica, cioè di radiazione X: $p^+ + e^- \rightarrow n + \text{raggi X}$.

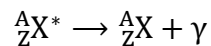


La cattura elettronica con l'emissione di positrone.

6.4 Il decadimento gamma (γ)

I raggi γ sono radiazioni elettromagnetiche la cui lunghezza d'onda è minore rispetto a quella dei raggi X. Le radiazioni gamma derivano da una trasformazione del nucleo dell'atomo ed è spesso accompagnata da emissione di particelle α e β . La radiazione γ da sola, non comporta cambiamenti né di A né di Z. Ha basso potere ionizzante ma elevato potere di penetrazione.

Nel decadimento gamma il nucleo non si trasforma ma passa a uno stato di energia inferiore emettendo un fotone γ . Ad esempio, il nucleo di un atomo A_ZX può trovarsi in uno stato eccitato ${}^A_ZX^*$ e decadere allo stato fondamentale, o a uno stato di energia più bassa, emettendo radiazione elettromagnetica γ :



Le differenze tra i livelli di energia tra i nuclei sono comprese solitamente nell'intervallo $0.1 \div 10$ MeV.

La radiazione gamma si accompagna spesso a quella α o β . Al contrario delle radiazioni α e β , le radiazioni γ sono molto energetiche e penetranti. Per bloccarle occorrono materiali ad elevata densità come il piombo.

Il decadimento gamma consiste nell'emissione di radiazione elettromagnetica ad alta frequenza. Si può verificare quando un isotopo esiste in due diverse forme, chiamate **isomeri nucleari**, che hanno numero atomico e numero di massa identici, ma differente energia. L'emissione di raggi gamma accompagna la transizione dell'isomero di alta energia a quello di energia minore. Nella fig.1 sono illustrati i decadimenti gamma del disprosio ${}^{152}_{66}\text{Dy}$ e del bario ${}^{137}_{56}\text{Ba}$.

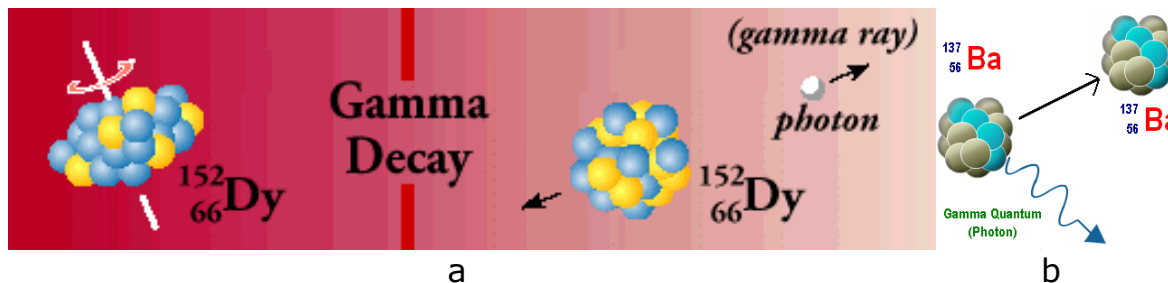


Figura 1. Emissione di un fotone γ dagli atomi eccitati di disprosio e di bario.

Fonte. Wikipedia.org.

Il decadimento gamma si può verificare in combinazione con un decadimento alfa o beta, per consentire la diseccitazione del nucleo figlio.

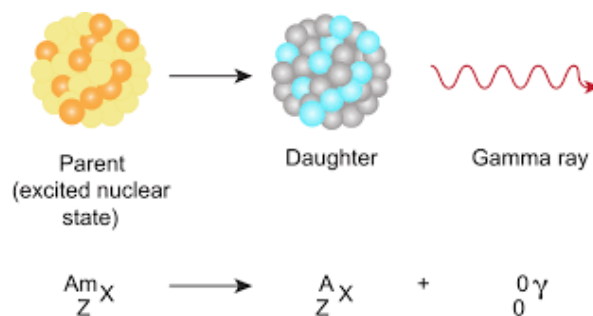


Figura 2. Un nucleo padre eccitato decade nel nucleo figlio mediante emissione di radiazione gamma. Fonte. Wikipedia.org.

6.5 Bilanciamento di un'equazione nucleare

In una equazione nucleare bilanciata sono validi i due seguenti principi di conservazione:

a. Conservazione del numero di massa, A:

a₁. La somma del numero di protoni e del numero dei neutroni nei **prodotti** deve uguagliare la somma del numero di protoni e del numero dei neutroni nei **reagenti**;

a₂. La somma dei numeri di massa dei reagenti è uguale alla somma dei numeri di massa dei prodotti.

Esempio 1. ${}^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{138}_{55}\text{Cs} + {}^{96}_{37}\text{Rb} + 2 {}^1_0\text{n}$.

La somma dei numeri di massa è data dagli apici: $235 + 1 = 236 = 138 + 96 + 2 \times 1 = 236$.

b. Conservazione del numero atomico Z o della carica nucleare:

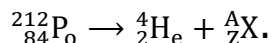
b₁. La somma dei protoni dei reagenti deve uguagliare la somma dei protoni dei prodotti;

b₂. La somma delle cariche nucleari nei prodotti deve uguagliare la somma delle cariche nucleari nei reagenti.

Esempio 2. ${}^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{138}_{55}\text{Cs} + {}^{96}_{37}\text{Rb} + 2 {}^1_0\text{n}$.

La somma delle cariche nucleari è data dai pedici: $92 + 0 = 92 = 55 + 37 + 0 = 92$.

Esempio 3. Il polonio 212, ${}^{212}_{84}\text{Po}$, decade emettendo una particella α , ${}^4_2\text{He}$. Scrivere l'equazione nucleare bilanciata del decadimento. La risposta si trova determinando il nuclide figlio incognito, che denotiamo con ${}^A_Z\text{X}$. La reazione è:



Applicando il principio di conservazione della massa otteniamo:

- $212 = 4 + A$; da cui $A = 212 - 4 = 208$.

Applicando il principio di conservazione della carica elettrica ricaviamo:

- $84 = 2 + Z$; da cui $Z = 84 - 2 = 82$.

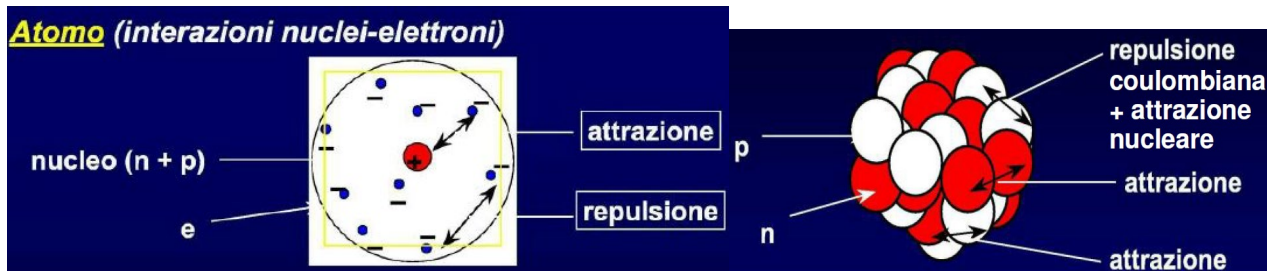
L'equazione bilanciata è quindi: ${}^{212}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^{208}_{82}\text{Pb}$.

Il nuclide prodotto nel decadimento può essere instabile oppure stabile.

Il decadimento alfa è tipico dei radionuclidi che presentano un eccesso di protoni rispetto ai neutroni. Con la perdita di due protoni l'elemento indietreggia di due posizioni nella tavola periodica degli elementi: il **numero di neutroni** passa da N a N-2 e il **numero di protoni** da Z a Z-2.

6.6 Le forze agenti all'interno del nucleo

All'interno del nucleo le interazioni tra neutroni sono solo attrattive, mentre le forze di interazione tra i protoni sono sia attrattive (interazioni nucleare forti) sia repulsive (interazione elettrostatica) come illustra la figura qui sotto.



Nella tabella sono elencate le quattro forze fondamentali della natura unitamente all'intensità relativa, alle particelle che mediano la forza e al range di azione.

Forze fondamentali della natura			
Tipo di forza	Intensità relativa⁷	Mediatori	Range
Gravitazionale	10^{-38}	Gluone	$\sim \frac{1}{r^2} \quad \infty$
Elettromagnetica	10^{-2}	Fotone	$\sim \frac{1}{r^2} \quad \infty$
Nucleare debole	10^{-6}	$W^{\pm} e Z^0$	10^{-18} m
Nucleare forte	1	Gravitone	10^{-15} m

Tabella 1.

La forza nucleare forte è attrattiva a corto range ($\sim 1 \text{ fm}$), ma è repulsiva a range ancora minori per evitare il collasso dei nucleoni l'uno nell'altro. È uguale per p-p, p-n, n-n. Inoltre si osserva che quando un nucleo contiene troppi o pochi neutroni, cioè non si trova nella valle di stabilità (pag. 77) non è stabile.

Ricordiamo alcune nozioni importanti.

- ogni protone ha una carica di $1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- tra i protoni presenti nel nucleo si esercitano forze di repulsione elettrostatiche molto intense;
- la forza di repulsione Coulombiana vale:

$$F_E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q^2}{r^2} = 91 \cdot 10^9 \cdot \frac{2.56 \cdot 10^{-38}}{10^{-30}} \text{ N} = 230 \text{ N}$$

- questa forza di repulsione dovrebbe rendere impossibile l'aggregazione di più di un protone nel nucleo;
- i protoni e i neutroni sono sollecitati dalla forza gravitazionale attrattiva a debole intensità:

$$F_G = -G \frac{m_p \cdot m_p}{r^2} = -6.67 \cdot 10^{-11} \frac{(1.67 \cdot 10^{-27})^2}{(10^{-15})^2} = -2 \cdot 10^{-34} \text{ N}$$

- se tra i nucleoni si manifestassero solo queste due forze i protoni dovrebbero respingersi violentemente e distruggere o impedire la formazione dei nuclei atomici;

⁷ Si confrontano le intensità rispetto alla intensità dell'interazione tra due protoni del nucleo.

- ma tra i nucleoni- protoni e neutroni- si manifesta una intensa forza attrattiva, la **forza nucleare forte**, molto più intensa della forza coulombiana, che agisce tra i protoni, tra i neutroni e tra protoni e neutroni;
- la forza nucleare forte, il cui raggio di azione è di 10^{-15}m , molto breve, prevale sulla repulsione elettrostatica, che ha, invece, un raggio di azione infinito: quindi è il "collante" che lega insieme protoni e neutroni nel nucleo;
- ma, si sa, il nucleo non è sempre stabile: diventa instabile quando ci sono troppi o pochi neutroni: ad esempio il trizio, ${}^3_1\text{H}$, con 2 neutroni e 1 protone è instabile, così come non è stabile ${}^5_2\text{H}$, che ha 2 protoni e 3 neutroni;
- se nel nucleo aumenta il numero di protoni aumenta Z e aumenta la forza repulsiva coulombiana a scapito della stabilità, quindi deve aumentare il numero di neutroni, A , in valore assoluto e in percentuale presenti nel nucleo.
- la forza nucleare forte non spiega le modalità dei decadimenti nucleari: la forza responsabile dei decadimenti β è la forza nucleare debole, 1.000.000 volte **meno intensa** della **forza** forte.

Osserviamo che la forza nucleare p-p, p-n, n-n ha la stessa intensità. Per cui il rapporto tra i numeri di protoni e di neutroni nel nucleo non dovrebbe influenzarne la stabilità, eccetto che per la repulsione elettrostatica tra i protoni. Ma in natura si riscontra sperimentalmente che esistono solo i **nuclei leggeri**, aventi $Z < 20$ e con $N \cong Z$ e **nuclei pesanti**, con $Z > 20$ e con $N > Z$.

I nuclei prodotti artificialmente decadono spontaneamente dopo un certo tempo, emettendo particelle, o trasformandosi in altre specie, o disintegrandosi in nuclei più piccoli. I grafici sperimentali seguente sono stati ottenuti registrando sull'asse delle ordinate il numero dei neutroni N e in ascissa il numero dei protoni Z .

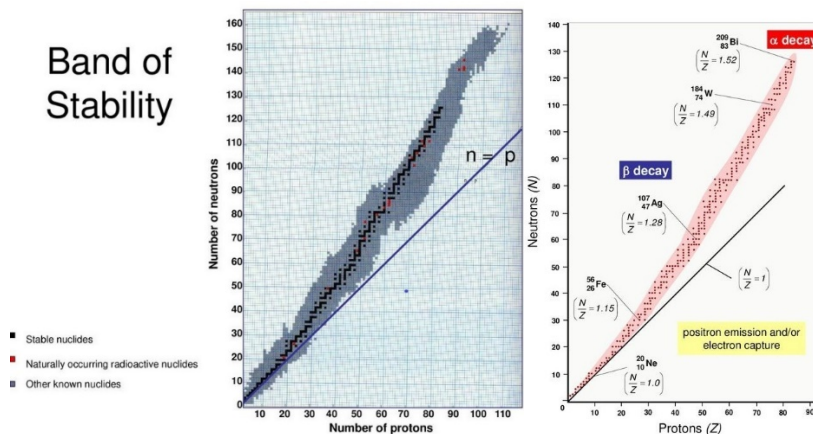


Figura 1. Grafici sperimentali di N rispetto a Z dei nuclei atomici. (a). La striscia al di sopra della retta $n=p$, è nota come banda di stabilità: i nuclidi segnati in rosso sono isotopi radioattivi naturali, quelli in blu sono artificiali. (b). Oltre la retta $N=Z$ scendendo dall'alto in basso diminuisce (N/Z) e si tende verso isotopi stabili. Fonte. Wikipedia.org.

Il bismuto-209, con $(N/Z) = 1.52$, e il wolframio-184 (tungsteno) con $(N/Z) = 1.28$ decadono emettendo una particella alfa, così come i nuclidi fino all'argento-107, che, con $(N/Z) = 1.28$, decade emettendo una particella beta come il ferro-56, per il quale $(N/Z) = 1.15$. Si nota che per Z fino a 20 i nuclidi stabili possiedono uguale numero di protoni e neutroni. Invece, per $Z > 20$ tutti i nuclidi conosciuti, sia stabili che instabili, possiedono più neutroni che protoni. I nuclei stabili sono situati nella

‘fascia di stabilità’, nuclei instabili tenderanno a portarsi sulla curva di stabilità modificando il numero di protoni e neutroni. I nuclei instabili hanno un eccesso o un difetto di neutroni.

È possibile prevedere il tipo di disintegrazione dei nuclei instabili osservando il grafico qui sotto, in cui il numero di massa A è segnato sull’asse delle ordinate e Z su quello delle ascisse.

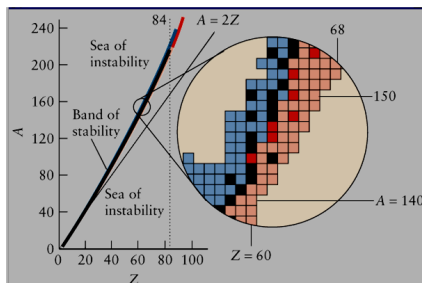


Figura 2. I nuclei stabili sono indicati dai quadratini neri. I nuclei beta-emittenti sono rappresentati da quelli blu. I nuclei alfa-emittenti sono quelli in rosso. I nuclei in rosa decadono emettendo positroni oppure per cattura elettronica. Fonte. Wikipedia.org.

I nuclei sopra la banda di stabilità sono ricchi di **neutroni**: per rientrare nella banda di stabilità espellono una particella β^- ($Z+1$). Quelli sotto la banda di stabilità sono ricchi di **protoni**. Si possono spostare verso la banda di stabilità decadendo secondo due possibilità:

- espellendo un positrone, il numero atomico cambia da Z a $Z-1$;
- oppure catturando un elettrone, il numero atomico varia da Z a $Z-1$.

I nuclidi con $Z > 83$ possono alleggerirsi emettendo protoni e neutroni attraverso disintegrazioni α .

6.7 Energia di legame nucleare

Ricordiamo che una particella α è formata da due protoni e due neutroni.

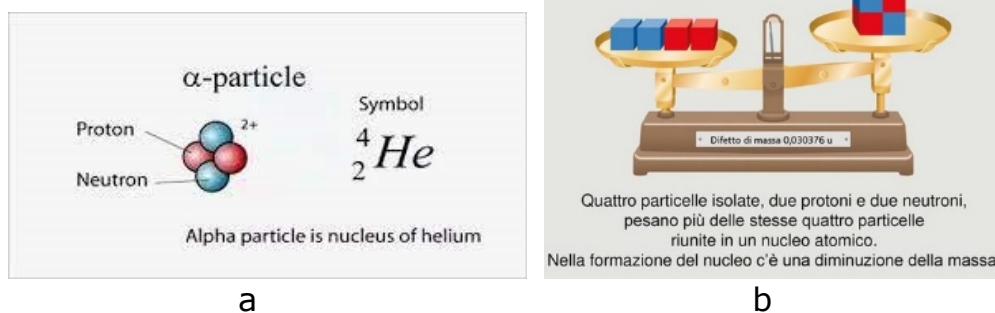


Figura 1.

(a). La particella α è un nucleo di elio. (b). La massa dei due protoni e dei due neutroni isolati è maggiore della massa delle stesse particelle legate nel nucleo dell’elio. Fonte. Wikipedia.org.

La massa del nucleo dell’elio non è uguale alla somma delle masse dei nucleoni $m_\alpha \neq 2m_p + 2m_n$. Questa proprietà è vera in generale, quindi:

- $M_{\text{nucleo}} \neq Zm_p + Nm_n$;
- $M_{\text{atomo}} \neq M_{\text{nucleo}} + Zm_e = Zm_p + Nm_n + Zm_e$.

Le differenze di massa sono spiegate dalla teoria della relatività speciale. Le particelle alfa, tutti i nuclei stabili contenenti più di un nucleone, hanno una massa minore della somma delle masse dei singoli nucleoni e dei singoli elettroni. Questo difetto di massa si riscontra sperimentalmente. I nuclei hanno una **massa minore** della somma delle masse dei **nucleoni quando sono liberi**. Il nucleo è uno stato legato con energia negativa, equivalente alla diminuzione di massa dei suoi componenti. La diminuzione della massa di un nucleo e degli elettroni di un atomo, rispetto a quella dei suoi componenti, corrisponde a una riduzione della loro energia, secondo l'equazione di Einstein: $E = mc^2$. La quale esprime l'equivalenza tra massa ed energia: **la massa, quindi, è una forma di energia**.

Questa energia o massa mancante è chiamata **energia di legame del nucleo**, che è così definita:

«L'energia di legame è l'energia minima necessaria per smontare o rompere il nucleo di un atomo nella sua parte costituente. Ciò è particolarmente pertinente agli elementi subatomici nei nuclei atomici, agli elettroni legati ai nuclei dell'atomo».

In altre parole, l'energia di legame è l'energia ($E_{\text{est}} > 0$) necessaria che un sistema esterno deve fornire al nucleo per separare tutti i nucleoni e gli elettroni dall'atomo. Gli elettroni sono legati all'atomo dalla forza coulombiana attrattiva, mentre i nucleoni sono legati nel nucleo dalla forza nucleare forte, pure attrattiva. In termini di energia equivalgono a una situazione di minor energia potenziale che si manifesta come minor massa.

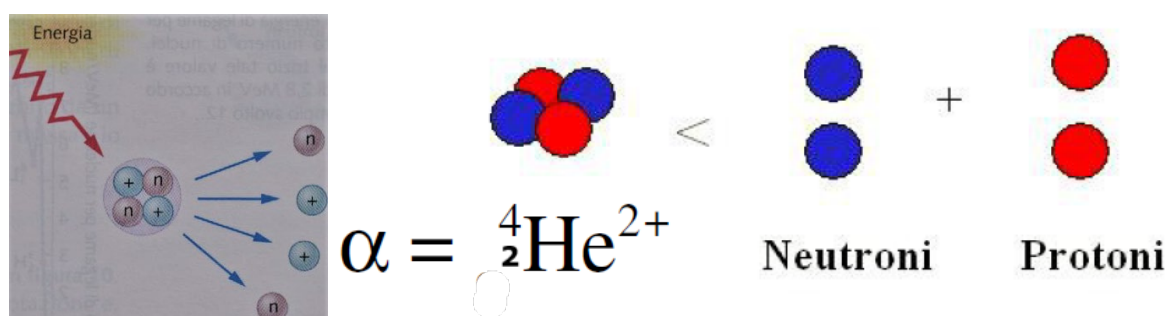
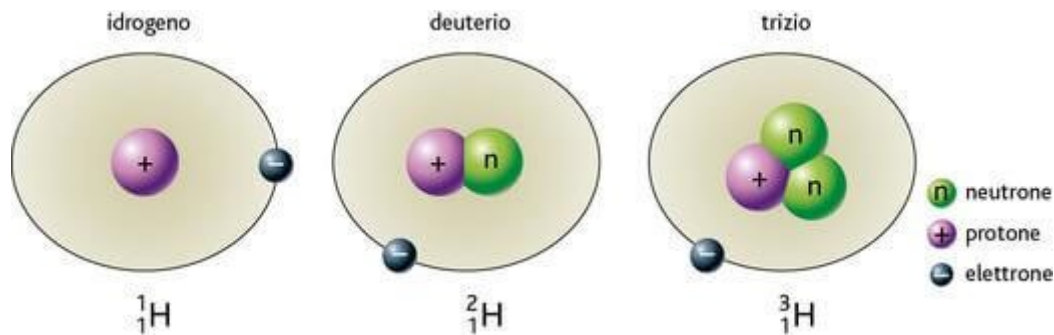


Figura 2. La separazione dei singoli nucleoni di una particella α e di un nucleo avviene se un sistema esterno compie un lavoro, fornendo una quantità di energia pari almeno all'energia di legame che mantiene stabile il nucleo stesso. Fonte. Wikipedia.org.

Valuteremo, ora, l'entità dei difetti di massa sperimentalmente verificato sia per i nucleoni che per gli elettroni legati. I difetti di massa sono equivalenti, rispettivamente, all'energia di legame dei nucleoni e degli elettroni atomici.

Calcoliamo, ad esempio, l'energia di legame del deuterio, che, come il trizio, è un isotopo dell'idrogeno.



Secondo la fisica classica la massa M_D del deuterio $D = {}^2_1\text{H}$ dovrebbe essere:

- $M_D^{\text{sum}} = m_p + m_n + m_e = 2.01649 \text{ amu}.$

Dove l'acronimo amu denota l'unità di massa atomica definita da:

$$1 \text{ amu} = m({}^{12}_6\text{C}) = \frac{1}{12} \frac{12}{N_A} = 1.6610^{-24} \text{ g}_m.$$

La misura sperimentale della massa del deuterio dà invece: $M_D = 2.01410 \text{ amu}.$

La differenza di massa vale:

$$\Delta m = M_D - M_D^{\text{sum}} = (2.01410 - 2.01649) \text{ amu} = -0.00239 \text{ amu}.$$

In fisica nucleare le masse si misurano in unità Mev/c^2 . Ad esempio, le masse del protone e del neutrone espresse in Mev/c^2 hanno i valori seguenti:

- $m_p \cdot c^2 = (1.673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}) \cdot (3.0 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 1.5 \cdot 10^{-10} \text{ J} = 938.27 \text{ MeV}.$
- $\frac{m_p \cdot c^2}{c^2} = m_p = 938.27 \text{ Mev}/c^2;$
- $m_n \cdot c^2 = (1.675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}) \cdot (3.0 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 939.57 \text{ MeV}.$
- $m_n = 939.57 \text{ Mev}/c^2$

La differenza Δm è equivalente all'energia di legame (Binding energy), che lega il protone **p** e il neutrone **n** nel nucleo del deuterio. Denotando con B.E. l'energia di legame p-n si ha:

$$\text{B.E} = \Delta m \cdot c^2 = -2.22 \text{ MeV} . (1)$$

Si osserva sperimentalmente che la massa di un nucleo $M(A,Z)$ è minore della somma delle masse dei protoni (m_p) e neutroni (m_n) che lo compongono. La differenza di massa rappresenta una verifica dell'equivalenza massa-energia. L'espressione che generalizza questa legge ai nuclei atomici è:

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - M(A,Z) (2)$$

Da cui si ricava, ovviamente, $M(A,Z) < Zm_p + (A - Z)m_n$.

La differenza di massa è pari all'energia di legame che tiene legati i nucleoni dalla forza nucleare forte, che è attrattiva a corto raggio, pari a $1 \text{ femto} = 10^{-15} \text{ m}.$

$$(\text{B.E.}/c^2) = (M(A,Z) - Zm_p - (A - Z)m_n)/c^2. (3)$$

Dove m_p ed m_n sono le masse a riposo del protone e del neutrone, e B.E. è l'energia di legame del nucleo, che è negativa. Per "strappare" un elettrone dall'atomo occorre fornire energia, così come occorre fornire energia al nucleo per "togliere" un nucleone. Il fatto che la massa del nucleo sia minore delle sue componenti garantisce la stabilità del nucleo stesso.

Una grandezza importante in fisica nucleare è l'energia media di legame per nucleone che dà informazioni più in dettaglio della stabilità di un nucleo. È definita dalla seguente relazione, in cui A è il numero di massa:

$$\frac{B}{A} = -\frac{B.E.}{A} = -\frac{[(Zm_p - (A-Z)m_n) - M(A,Z)/c^2]}{A}. \quad (4)$$

Calcoliamo, ad esempio, le energie di legame degli elettroni, $(B.E.)_e$ e del nucleo, $(B.E.)_A$. Le masse dell'atomo e del nucleo si possono esprimere con le relazioni seguenti:

$$\blacksquare M_{\text{atomo}} = M_{\text{nucleo}} + Zm_e - (B.E.)_e$$

$$\blacksquare M_{\text{nucleo}} = M_{\text{atomo}} - Zm_e + (B.E.)_e = M_{\text{atomo}} - (Zm_e - (B.E.)_e) = Zm_p + Nm_n - (B.E.)_A.$$

L'energia di legame del nucleo è data da:

$$\blacksquare (B.E.)_A = (Zm_p + Nm_n - M_{\text{nucleo}}) \cdot c^2. \quad (5).$$

Calcoliamo, come esempio, l'energia di legame dell'ossigeno-17, $^{17}_8\text{O}$, formato da 8 protoni e da 9 neutroni. Si ha:

$$\blacksquare M_{O_{17}} = 8m_p + 8m_e + 9m_n = (15966.37 \text{ MeV})/c^2.$$

La misura sperimentale della massa dell'ossigeno-17 è:

$$\blacksquare M_{O_{17}} = (15843.93 \text{ MeV})/c^2.$$

L'energia di legame di $^{17}_8\text{O}$ è quindi:

$$\blacksquare (B.E.)_A = (15843.93 - 15966.37) \text{ MeV}/c^2 = 122.44 \text{ MeV}.$$

Dividendo per $A=17$ l'energia di legame **media** per nucleone è, invece:

$$\frac{(B.E.)_A}{A} = \frac{122.44 \text{ MeV}}{17} = 7.20 \text{ MeV} \quad (3)$$

La fig.2 mostra l'andamento della curva sperimentale dell'energia di legame per nucleone in funzione del numero di massa, A .

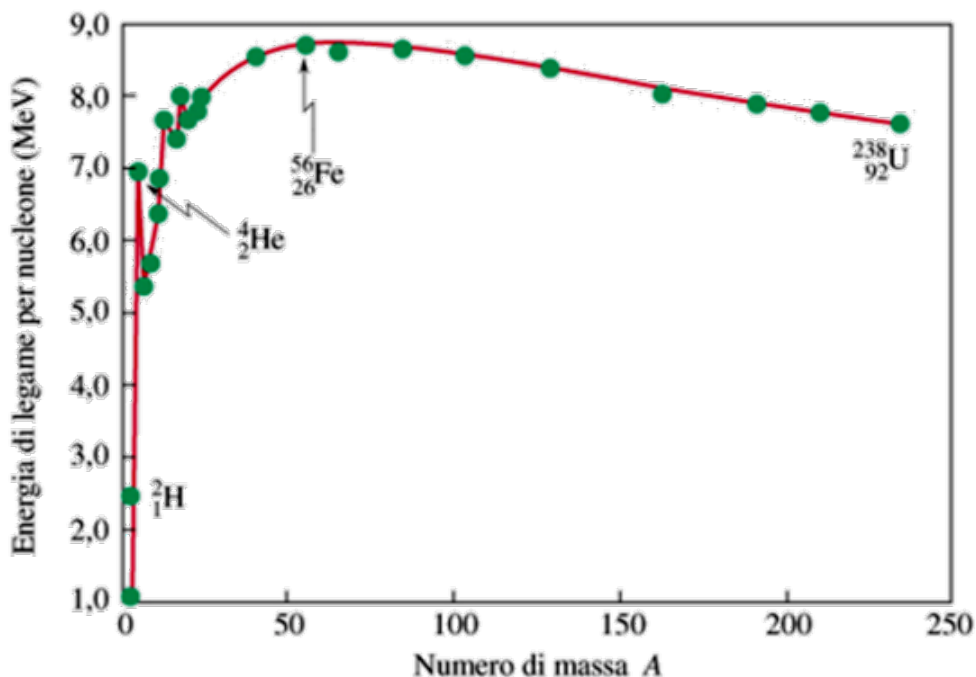


Figura 3. Curva dell'energia di legame media per nucleone. Fonte.Wikipedia.org.

L'energia di legame netta di un nucleo è data dalla differenza tra l'attrazione nucleare meno l'energia distruttiva della forza elettrica. La curva aumenta rapidamente fino ai 7 MeV dell'elio, ^4_2He . Quando i nuclei diventano più pesanti dell'elio, che è molto stabile e mostra uno stretto picco isolato di 7 MeV, la loro energia di legame netta per nucleone cresce sempre più lentamente, raggiungendo il suo picco a 8.8 MeV con il ferro, $^{56}_{26}\text{Fe}$. Aumentando il numero di massa l'energia di legame nucleare totale cresce ancora, ma l'energia distruttiva totale delle forze elettriche tra i protoni positivi cresce anch'essa e, dopo il ferro la

seconda ha il sopravvento sulla prima. A questo punto entra in gioco l'interazione nucleare debole che, riducendo l'energia distruttiva, permette che il numero di neutroni superi quello dei protoni. Si può dire che isotopo ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ è il nucleo con il legame più efficiente, con il valore di 8.8 MeV. La curva poi decresce lentamente fino all'uranio-238, ${}^{238}_{92}\text{U}$. Tra i nuclei più pesanti, contenenti 200 o più nucleoni, le forze elettriche possono essere così destabilizzanti che vengono espulsi interi pezzi del nucleo, come le particelle alfa, o vengono espulsi elettroni o positroni. Un isotopo stabile è il nichel-62, ${}^{62}_{28}\text{Ni}$, che con 8,7945 MeV ha la più alta energia di legame per nucleone di qualsiasi nuclide noto.

Si osserva per via sperimentale che quando il numero di neutroni o protoni presenti nel **nucleo** è uguale ai numeri 2, 8, 20, 28, 50, 82 e 126, detti "**numeri magici**", i **nuclei** sono particolarmente stabili: hanno valori massimi di energia di legame e, quindi, sono fortemente legati. Al contrario, i **nuclei** con uno o due protoni e/o neutroni in più risultano poco legati.

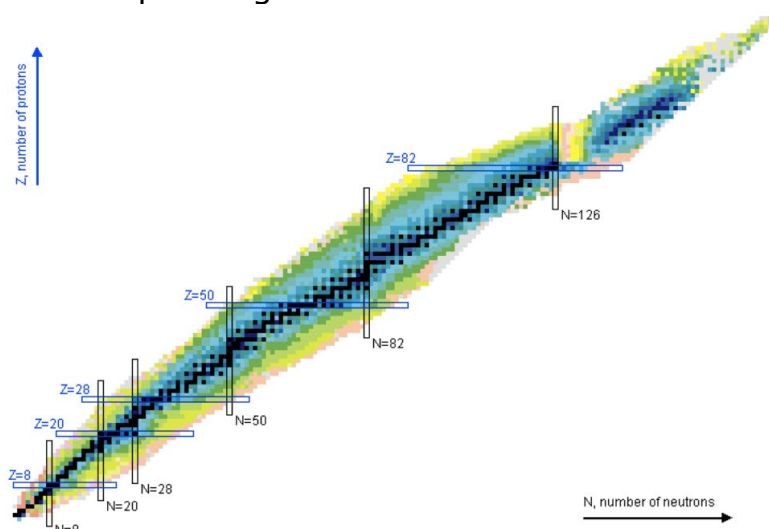


Figura 4. Notare i numeri magici 8, 20, 28, 50, 82 e 126 che corrispondono ad elementi molto stabili della valle di stabilità. Fonte: <http://www2.fisica.unimi.it>

La spiegazione di questa proprietà, così come l'esistenza dei numeri magici, è fornita dal modello a guscio (shell) del nucleo. La seguente formula semiempirica per la massa nucleare dell'energia di legame fu proposta nel 1935 da C. F. von Weizsäcker e H. Bethe, ma è usata ancora oggi:

$$B.E.(A, Z) = a_1 \cdot A + a_2 \cdot A^{2/3} + a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_4 \frac{(N-Z)^2}{A} \mp a_5 \cdot A^{-3/4}.$$

Dove:

- il termine $a_1 = 15.723 \text{ MeV}$ è conosciuto come *termine di volume*, ed è proporzionale al volume del nucleo: esso non dipende da Z ed è dovuto all'interazione nucleare forte agente sui nucleoni, che ha un piccolo raggio d'azione, ed un singolo nucleone interagisce significativamente solo con i nucleoni vicini.
- il termine $a_2 = 17.804 \text{ MeV}$, noto come *termine di superficie*, è una correzione al termine di volume, ed anch'esso dipende dall'interazione forte. La correzione è stata introdotta perché i nucleoni sulla superficie del nucleo, rispetto a quelli all'interno, hanno meno nucleoni vicini con i quali interagire.
- il termine $a_3 = 0.7103 \text{ MeV}$ è detto termine elettrostatico, ed è dato dall'interazione elettrostatica che agisce tra i protoni del nucleo. Intuitivamente

si può rappresentare il nucleo mediante una sfera con densità di carica uniforme: l'energia potenziale di tale distribuzione è

- il termine $a_4 = 23.69 \text{ MeV}$ tiene conto del fatto che i nuclei sono più stabili quando $N \sim Z$, ossia se c'è simmetria fra protoni e neutroni: descrive la valle di stabilità e tiene conto del principio di esclusione di Pauli: due particelle con $s=1/2$ non possono avere gli stessi numeri quantici.
- il termine $a_5 = 33.6 \text{ MeV}$ tiene conto del pairing (accoppiamento) degli spin:
 - è nullo per A dispari;
 - è negativo quando N e Z sono pari: nuclei pari-pari;
 - è positivo quando N e Z sono dispari: nei nuclei dispari-dispari spin e momento magnetico sono determinati dal nucleone "spaiato" e sono a loro volta meno stabili.

In fig.5 è riportata la curva dell'energia di legame media per nucleone ottenuta ponendo $a_1 = 14.00 \text{ MeV}$, $a_2 = 13.0 \text{ MeV}$, $a_3 = 0.0585 \text{ MeV}$, $a_4 = 19.3 \text{ MeV}$.

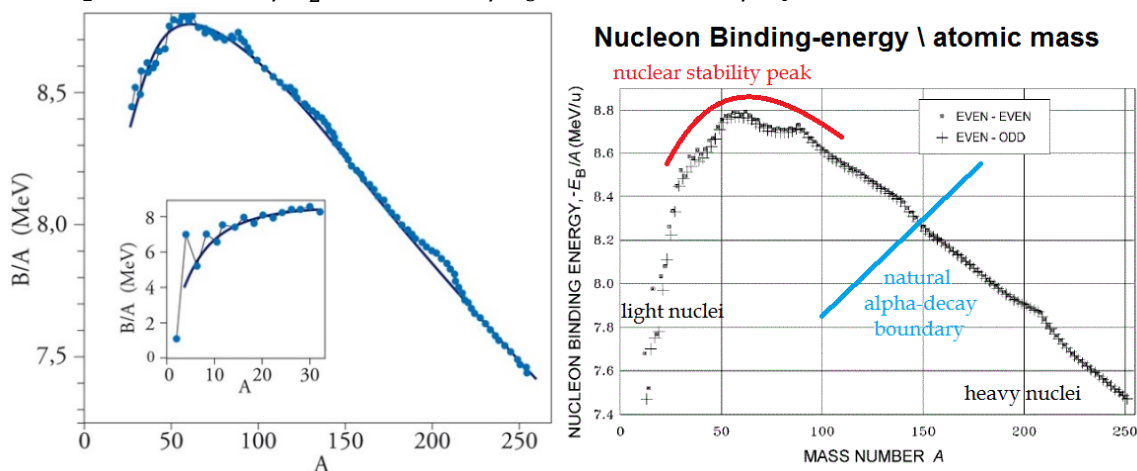


Figura. 5. Energia di legame per nucleone. I nuclei più stabili sono quelli del picco (curva rossa). Quelli troppo pesanti (oltre la linea blu) subiscono decadimenti alfa spontanei, fino al raggiungimento della linea di demarcazione per l'emissione alfa. Fonti. www.treccani.it; wikipedia.org.

6.8 La ripartizione dell'energia tra i prodotti del decadimento radioattivo

I decadimenti radioattivi sono spiegabili in termini di transizioni tra una struttura nucleare meno legata ad una più legata, con rilascio di energia. Qui di seguito presenteremo le principali caratteristiche di questo processo come:

- Le condizioni che rendono possibile il decadimento spontaneo (Q-valore);
- La condizione di equilibrio secolare per catene di decadimenti;
- La Fenomenologia della radioattività naturale.

Abbiamo sottolineato che la forza nucleare forte tiene coesi i protoni e i neutroni nei nuclei atomici, mentre la forza elettrica agente sui protoni tende, invece, a separarli. Un nucleo tende, quindi, a rimanere stabile se il **rapporto** tra il **numero dei neutroni** e quello dei **protoni** è pari a uno o poco superiore all'unità. Se il rapporto è maggiore di 1,5 è instabile e tende ad emettere delle radiazioni per stabilizzarsi. La stabilità di un nucleo dipende anche dal numero atomico Z . Il massimo di stabilità si raggiunge quando $20 \leq Z \leq 30$.

L'energia associata alle emissioni di radiazioni si misura in Elettronvolt (eV). 1 eV è pari all'energia che una carica elettrica unitaria, ad esempio un elettrone,

acquista quando viene accelerata da una differenza di potenziale di un Volt: $1\text{eV} = 1,6 \times 10^{-19}\text{J}$, uguale $3,8 \times 10^{-14}\text{ cal}$.

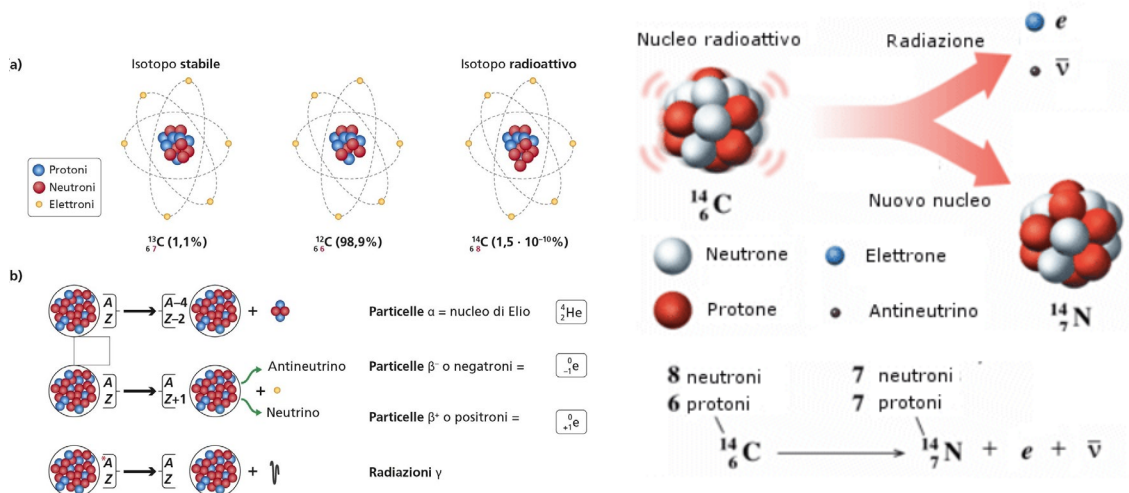


Figura 5. Isotopi ed emissione. (a) Struttura schematica dell'atomo di carbonio e dei suoi relativi isotopi, stabile e radioattivo. Fonte. Wikipedia.org.

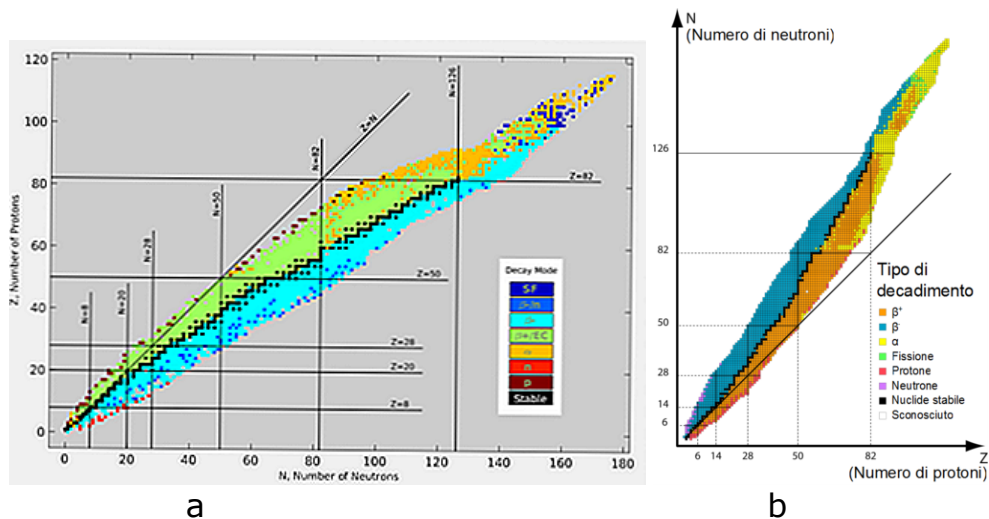


Figura 6. (a). Grafico dei nuclidi per tipo di decadimento. I quadrati neri sono nuclidi stabili. I nuclidi con neutroni o protoni eccessivi sono instabili rispetto al decadimento β^- (azzurro/blu) o β^+ (verde). I nuclidi ad alto numero atomico decadono per emissione alfa (arancione) o per fissione spontanea (blu scuro). I quadrati neri tra queste regioni rappresentano i nuclidi stabili, nota come valle di stabilità. (b). La linea ininterrotta che passa sotto molti dei nuclidi rappresenta la posizione teorica sul grafico dei nuclidi per i quali il numero dei protoni è lo stesso del numero dei neutroni. Gli elementi con più di 20 protoni, per essere stabili, devono avere un numero di neutroni superiore a quello dei protoni.

In natura esistono circa 270 nuclei stabili e circa 1000 nuclei instabili. Sono stati prodotti artificialmente circa 1500 nuclei instabili. a radioattività naturale fu scoperta da A.H. Becquerel che osservò le trasmutazioni degli atomi e la radiazione con energia dell'ordine del MeV di differente carica e grado di penetrazione nei materiali.

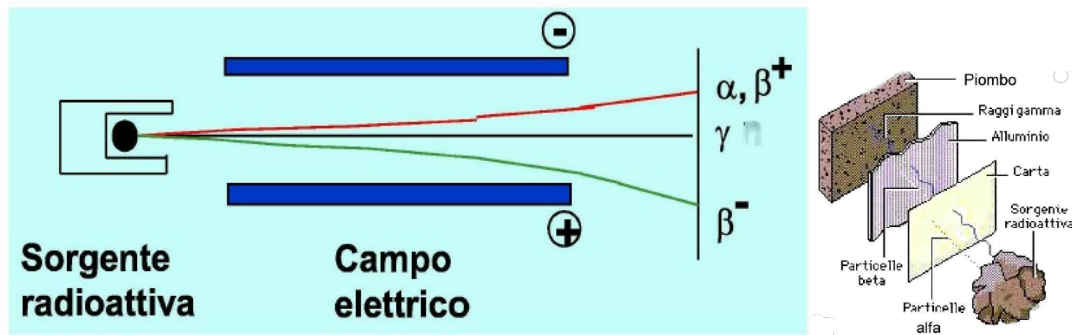


Figura 6. Campione radioattivo in blocco di piombo immerso in un campo e in un campo elettrico. Emissione di particelle α , β e γ . Fonte. www.treccani.it.

- α , nuclei di ${}^4_2\text{He}$, $m=3726 \text{ MeV}/c^2$, $q=+2$, $p\sim 200 \text{ MeV}/c$
- β , elettroni, $m=0.511 \text{ MeV}/c^2$, $q=-1$, $p\sim 1 \text{ MeV}/c$
- γ , fotoni, $m=0 \text{ MeV}/c^2$, $q=0$, $p\sim 1 \text{ MeV}/c$

N.B. **q** indica la **carica elettrica**; **p** denota la **quantità di moto**.

6.9 Energia di disintegrazione dei decadimenti radioattivi (Q-value)

Consideriamo un nucleo padre P che decade in due nuclei figli D_1 e D_2 . Per il **principio di** conservazione dell'energia abbiamo:

$$M_P c^2 = M_{D_1} c^2 + T_{D_1} + M_{D_2} c^2 + T_{D_2}. \quad (1)$$

Dove M_P denota la massa a riposo del nucleo padre; M_{D_1} e M_{D_2} denotano le masse dei nuclei figli; c denota la velocità della luce; T_{D_1} e T_{D_2} indicano le energie cinetiche dei prodotti del decadimento.

Definiamo l'energia di disintegrazione, Q , come la differenza tra le masse del nucleo padre e dei frammenti:

$$Q = M_P c^2 - M_{D_1} c^2 - M_{D_2} c^2. \quad (2)$$

Q è l'energia a disposizione come energia cinetica dei frammenti.

Il decadimento è possibile se $Q > 0$.

1. Decadimenti α : ${}^A_Z X_N \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y_{N-2} + {}^4_2 \text{He}$

▪ Conservazione dell'energia:

- $E_X = E_Y + E_\alpha$
- $M_X = M_Y + T_Y + T_\alpha + M_\alpha$
- $Q = M_X - M_Y - M_\alpha = T_Y + T_\alpha$
- $Q = M(A, Z) - M(A-4, Z-2) - M_\alpha$.

2. Decadimenti β

- β^- : $Q = M(A, Z) c^2 - M(A, Z+1) c^2 - m_e c^2$;
- β^+ : $Q = M(A, Z) c^2 - M(A, Z-1) c^2 - m_e c^2$;
- EC: $Q = M(A, Z) c^2 - M(A, Z-1) c^2 + m_e c^2$;

dove EC sta per "Cattura elettronica".

3. Energia cinetica nei decadimenti radioattivi

Consideriamo il decadimento di un nucleo padre, P , in quiete. Svilupperemo solo le trasformazioni di energia del nucleo padre instabile che decade nel nucleo figlio emettendo una particella α : $P \rightarrow D + \alpha$.

Applicando principio di conservazione della quantità di moto otteniamo:

$$M_{\alpha} v_{\alpha} + M_D v_D = 0 \quad (3)$$

Da essa si ottiene che $p_{\alpha} = M_{\alpha} v_{\alpha} = M_D v_D = p_D$, in modulo. Quindi $p_{\alpha} = p_D$, avendo indicato con p_{α} la quantità di moto della particella α e con p_D la quantità di moto del nucleo figlio. Considerando la relazione $Q = T_D + T_{\alpha}$, che definisce l'energia cinetica dei frammenti, otteniamo univocamente le energie cinetiche della particella α e del nucleo figlio. Esprimendo, infatti, i momenti in funzione dell'energia cinetica T , otteniamo:

- $\sqrt{m_{\alpha}^2 + p_{\alpha}^2} = m_{\alpha} + T_{\alpha}$;
- $m_{\alpha}^2 + p_{\alpha}^2 = m_{\alpha}^2 + 2m_{\alpha}T_{\alpha} + T_{\alpha}^2$ da cui si ha: $p_{\alpha}^2 = 2m_{\alpha}T_{\alpha} + T_{\alpha}^2$ e $p_D^2 = 2m_D T_D + T_D^2$;
- $2m_D T_D + T_D^2 = 2m_{\alpha}T_{\alpha} + T_{\alpha}^2$.

Sfruttiamo la relazione:

$$T_{\alpha}^2 - T_D^2 = (T_{\alpha} + T_D)(T_{\alpha} - T_D) = Q(T_{\alpha} - T_D).$$

Tenendo, ora, conto che $Q = T_{\alpha} + T_D$, si ottiene:

$$2m_D T_D + Q T_D = 2m_{\alpha} T_{\alpha} + Q T_{\alpha}. \quad (4)$$

Dividendo per T_{α} ricaviamo:

$$\frac{T_D}{T_{\alpha}} = \frac{2m_{\alpha} + Q}{2m_D + Q}. \quad (5)$$

Da questa ricaviamo le energie cinetiche della particella alfa e del nucleo figlio in funzione di Q :

$$T_{\alpha} = Q \frac{2m_D + Q}{2(m_D + m_{\alpha} + Q)}. \quad (6)$$

$$T_D = Q \frac{2m_{\alpha} + Q}{2(m_D + m_{\alpha} + Q)}. \quad (7)$$

Poiché $m_{\alpha} \ll m_D$ il nucleo si porta una frazione piccola, **O**, di Q : **O** = 10^{-2} per i decadimenti α e **O** = $(10^{-4} - 10^{-5})$ per i decadimenti β e γ .

Volendo esprimere T_{α} in funzione del numero atomico A avremo:

$$T_{\alpha} = \frac{m_D}{m_{\alpha} + m_D} Q \approx \frac{A-4}{A} Q. \quad (8)$$

La quale ci dice che lo spettro energetico è formato da una sola riga.

Le stesse considerazioni valgono anche per i decadimenti β .

7. Legge dei decadimenti radioattivi

Il decadimento radioattivo naturale è un processo fisico puramente casuale.

La probabilità di decadimento nell'unità di tempo è costante: non dipende dal tempo ed è una proprietà della specie nucleare e del tipo di decadimento **alfa**, **beta** o **gamma**. In altri termini non dipende dalla storia passata dell'atomo ma rimane sempre la stessa in ogni istante della vita di un elemento radioattivo.

Il calcolo di questa probabilità viene fatto eseguendo misure su campioni di sostanze radioattive che contengono in ogni caso un numero grandissimo di atomi. Il valore della probabilità di decadimento radioattivo sarà, quindi, sempre determinato **statisticamente**.

Consideriamo un campione di atomi di un determinato isotopo radioattivo costituito da un numero N_0 molto grande di atomi al tempo $t=0$, ad esempio $^{235}_{92}\text{U}$. Dopo un intervallo di tempo Δt un certo numero di atomi $N(t)$ è decaduto e, il numero N_0 di atomi all'istante $t=0$ è variato di una quantità $N(t) - N_0 = -\Delta N$ in quanto $N_0 > N(t)$. Qualunque sia la natura dell'isotopo, il numero di atomi decaduti è proporzionale al numero N_0 di atomi instabili presenti e all'intervallo di tempo Δt . In simboli si ha:

$$-\Delta N \propto \Delta t. (1)$$

$$\Delta N \propto N_0. (2)$$

Se denotiamo con λ la costante di proporzionalità allora vale la legge:

$$-\Delta N = \lambda \cdot N_0 \cdot \Delta t. (3)$$

Risolviendo rispetto a λ otteniamo: $\lambda = \frac{-\Delta N}{N_0 \cdot \Delta t} (4)$

La costante λ è detta **costante di decadimento**, che è una caratteristica dell'elemento radioattivo considerato.

Allo scopo di definire un modello matematico continuo del decadimento radioattivo naturale sia $N(t)$ il numero di atomi all'istante t e siano $N(t + \Delta t)$ quelli che decadono dopo Δt . La probabilità che l'atomo decada in un intervallo Δt è:

$$\frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{N(t)} = \lambda \Delta t. (5)$$

Notiamo che il rapporto al primo termine dell'uguaglianza esprime una frequenza relativa e il secondo termine esprime, quindi, la nozione di probabilità statistica. Il numeratore della (6) esprime il decremento tra il numero degli atomi decaduti al tempo t e il numero di quelli decaduti al tempo $t + \Delta t$. Il denominatore rappresenta il numero totale dei nuclei decaduti. L'equazione è valida per ogni Δt . La (6) può essere, ovviamente, riscritta anche in questa forma:

$$\frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{\Delta t} = \lambda N(t). (6)$$

Dove il primo termine è l'opposto di un rapporto incrementale.

Applicando l'operazione di limite ai due membri ai lati dell'uguaglianza otteniamo:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \lambda N(t) = \lambda N. (7)$$

Il limite di sinistra è $-\frac{dN(t)}{dt}$, l'opposto della derivata della funzione $N(t)$, supposta continua, rispetto al tempo. Il limite di destra vale $\lambda N(t)$, perché λ e N sono costanti. Si ha pertanto:

$$-N'(t) = \lambda \cdot N(t). (8)$$

$$-\frac{dN(t)}{dt} = \lambda \cdot N(t) (9)$$

Dove:

- $N(t)$ è il numero di atomi radioattivi al tempo t nel campione;
- λ è la **costante di decadimento**: ha le dimensioni dell'inverso di un tempo [t^{-1}] e rappresenta la **probabilità** che un nucleo decada nell'unità di tempo.

Dalla (9) dividendo per $N(t)$ si ottiene:

$$\frac{N'(t)}{N(t)} = \frac{dN(t)}{N(t) dt} = -\lambda. (10)$$

La (10) è una equazione differenziale del primo ordine. Separando le variabili si ottiene:

$$\frac{dN(t)}{N(t)} = -\lambda dt. \quad (11)$$

Integrando i due termini della (11) l'uguaglianza rimane e si ottiene:

$$\int_0^N \frac{dN(t)}{N(t)} = -\lambda \int_0^t dt \quad (12)$$

$$\ln N(t) = -\lambda t + c \quad (13)$$

Prendendo l'esponenziale dei due membri ai lati dell'uguaglianza della (13) otteniamo:

$$N(t) = N_0 e^c \cdot e^{-\lambda t} \quad (14)$$

La quale per $t=0$ dà: $N(0) = N_0 e^c e^{-\lambda \cdot 0} = N_0 e^c$ da cui $e^c = 1$ e $c=0$. Si ha, quindi:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (15)$$

Se al tempo $t=0$ sono presenti N_0 atomi instabili nel campione, allora dopo un tempo t ne sono sopravvissuti $N(t) < N_0$.

Se è noto $N(t)$ oggi si può determinare il valore N_0 nel passato riscrivendo la (15) come $N(t) = \frac{N_0}{e^{-\lambda t}}$ e ricavando:

$$N_0 = N(t) \cdot e^{\lambda t}. \quad (16)$$

Ad esempio, il rubidio-87 radioattivo decade secondo la legge ${}^{87}_{37}\text{Rb}(t) = {}^{87}_{37}\text{Rb}_0 \cdot e^{-\lambda t}$. Se si conosce la concentrazione di ${}^{87}_{38}\text{Rb}$ oggi possiamo ricavare quale era la concentrazione a $t=0$, nel passato, attraverso la relazione:

$${}^{87}_{38}\text{Rb}_0 = {}^{87}_{38}\text{Rb}(\text{ora}) \cdot e^{\lambda t}.$$

L'equazione (15) esprime il tasso di decadimento della "popolazione" costituita dagli N_0 atomi radioattivi presenti nel campione. Il decadimento radioattivo è un processo casuale. La probabilità di decadimento nell'unità di tempo è costante, non dipende dal tempo, ed è una proprietà della specie nucleare radioattiva instabile. In una sostanza contenente N nuclei la probabilità di decadimento del singolo nucleo in un intervallo di tempo infinitesimo dt non dipende da N ed è espressa da λ/dt . La **costante λ** , si misura in $[s^{-1}]$ ed è una caratteristica del nuclide che decade. Se un nuclide ha più di un modo di decadimento, allora λ è la somma delle costanti di decadimento di ciascun modo. In simboli si ha:

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n.$$

La radioattività è un processo statisticamente casuale e la probabilità che un nucleo decada in un dato momento è la stessa per tutti i nuclei di ogni nuclide radioattivo.

È importante sottolineare che il decadimento di un nucleo radioattivo, qualsiasi sia il processo, $\alpha, \beta^+, \beta^-, \gamma, EC, \dots$ è un fenomeno quantistico che non può essere previsto da nessuna legge fisica. È un fenomeno del tutto **casuale**. L'istante esatto in un singolo nucleo decadrà è assolutamente possibile conoscerlo. La statistica su un grande numero di nuclei fornisce, tuttavia, le leggi precise per il decadimento. La relazione $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ descrive tutti i processi di decadimento ed è, quindi, una **legge statistico-probabilistica**. Una analogia "classica" efficace è il lancio di una moneta o il gioco a dadi. Nel lancio, in media, l'evento "testa" esce una volta su due, mentre nel lancio del dado il "cinque" esce, in media, una volta su sei, ma non possiamo conoscere quale sarà il risultato del prossimo lancio. Ad esempio, nel decadimento α , possiamo immaginare che i 2 protoni e i 2 neutroni dell'elio si

muovano molto velocemente verso la superficie del nucleo un gran numero di volte al secondo e “provando” ogni volta a saltar fuori. La probabilità di “riuscirci” è però molto bassa.

La funzione $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ è decrescente: $N(t)$ e N_0 sono positivi e denotano i numeri degli atomi radioattivi naturali non ancora decaduti. Più precisamente, N_0 denota il numero di nuclei non decaduti al tempo $t_0=0$, mentre $N(t)$ indica il numero di nuclei rimanenti o non ancora decaduti al tempo $t > t_0$. Poiché $N(t)$ e N_0 sono positivi la (14) ha significato fisico solo per il ramo del primo quadrante del grafico cartesiano riportato in fig. 4:

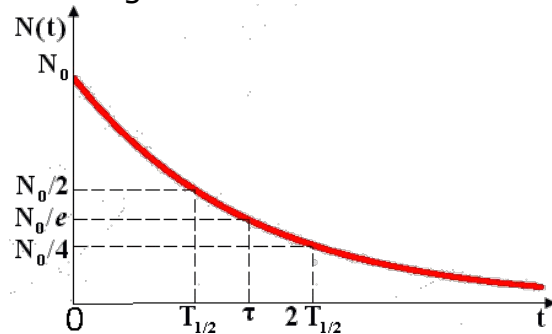


Figura 4. Andamento decrescente della funzione esponenziale $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.

Il grafico rappresenta il numero $N(t)$ di atomi del campione che non hanno subito un decadimento radioattivo. La curva tende a zero asintoticamente. La velocità di decadimento è costante. Fonte.Wikipedia.org.

Il grafico di fig. 5 esprime il rapporto $\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$ in funzione di differenti valori della

costante λ .

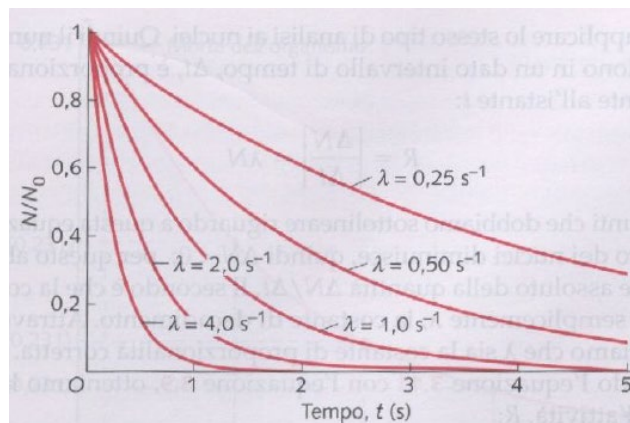


Figura 5. Curve del rapporto N/N_0 in funzione del tempo per valori differenti della costante di decadimento λ . Fonte.Wikipedia.org.

Il grafico evidenzia che maggiore è il valore della costante di decadimento λ più velocemente la popolazione di un insieme di nuclei radioattivi diminuisce. Il valore di λ raddoppia da una curva all'altra spostandosi verso il basso.

7.1. Tempo di dimezzamento e vita media

Supponiamo di voler conoscere l'intervallo di tempo $\Delta t = t - t_0$ necessario perché il numero originario di atomi del nuclide genitore o padre si riduca della metà, cioè che il numero dei nuclei padre passi da N_0 a $N_0/2$. Ponendo nella $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ $N(t) = N_0/2$ si ottiene:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t}$$

Dividendo per N_0 e prendendo il logaritmo naturale di entrambi i membri dell'equazione precedente, ricaviamo:

$$e^{-\lambda t} = \frac{1}{2}, \quad e^{\lambda t} = 2, \quad \lambda t = \ln 2.$$

Quindi:

$$t = T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}. \quad (1)$$

Questa è la definizione dell'emivita o tempo di dimezzamento, $T_{1/2}$.

Osserviamo che quanto più è grande il valore di λ tanto più è breve il tempo di dimezzamento, $T_{1/2}$.

Il tempo di dimezzamento o **emivita**, $T_{1/2}$, è un parametro importante e caratteristico di una specie nucleare radioattiva. È il tempo necessario per ridurre alla metà il numero dei nuclei che si trasformano durante il decadimento dell'isotopo rispetto al valore iniziale. Per ogni $T_{1/2}$ trascorso si ha:

$$N_0 \rightarrow N_0/2 \rightarrow N_0/4 \rightarrow N_0/8 \rightarrow N_0/16 \rightarrow \dots$$

Nella figura 4 sono indicati in ascissa il tempo di dimezzamento $T_{1/2}$, cioè il tempo dopo il quale il numero iniziale di atomi si è ridotto alla metà e **vita media τ** , che è un altro parametro caratteristico di un nuclide in decadimento, che è definita dal seguente rapporto:

$$\tau = \frac{\int_0^\infty t dN}{\int_0^\infty dN} = \frac{\int_0^\infty t e^{-\lambda t} dt}{\int_0^\infty e^{-\lambda t} dt} = \frac{1}{\lambda}. \quad (2)$$

Da $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, dopo un certo tempo $\tau = \frac{1}{\lambda}$, si ottiene:

$$N(\tau) = N_0 e^{-\lambda \tau} = N_0 e^{-\lambda/\lambda} = N_0 e^{-1} = N_0 \cdot \frac{1}{e} = 0.37 \cdot N_0.$$

Questo risultato ci dice che dopo un intervallo di tempo pari alla vita media τ , rimangono il 37% di nuclidi che devono ancora decadere, oppure che è decaduto il 63% dei nuclidi.

Il numero dei nuclidi non decaduti dopo un tempo $T_{1/2}$ è indipendente dal numero iniziale, cioè non dipende dall'istante in cui si inizia a misurare la percentuale dei nuclei decaduti del nuclide radioattivo sotto osservazione.

Abbiamo sottolineato che la legge di decadimento è una relazione statistico-probabilistica. Ciò significa che sperimentalmente si misurano le percentuali di decadimento in determinati intervalli di tempo dei nuclidi radioattivi che hanno interesse in campi diversi.

In fig.6 è riportata la curva di decadimento di un generico isotopo padre che si trasforma nell'isotopo figlio in funzione del tempo di dimezzamento $T_{1/2}$.

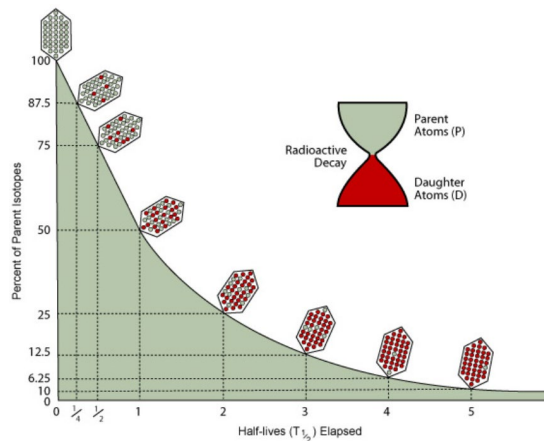


Figura.6. Curva esponenziale del decadimento radioattivo. In ascissa l'unità di misura del tempo trascorso è espressa in tempi di dimezzamento $T_{1/2}$. In ordinate sono segnate le percentuali de nuclei genitori decaduti e la crescita corrispondente dei nuclei figli. Fonte.Wikipedia.org.

La curva consente di confrontare il decremento percentuale dei nuclei genitori della sostanza radioattiva e l'incremento percentuale dei nuclei figli rispetto a $T_{1/2}$, un parametro caratteristico del radioisotopo.

Il tempo di dimezzamento varia da frazioni di secondi a miliardi di anni: ad esempio, il fermio-255, $^{255}_{100}\text{Fm}$, si dimezza in circa 3 ore, il radio-226, $^{226}_{88}\text{Ra}$, in 1600 anni, mentre il torio-232, $^{232}_{90}\text{Th}$, ha una emivita di 14,05 miliardi di anni.

In letteratura si parla spesso di nuclide padre o genitore, P, e di nuclide figlio, D, per denotare rispettivamente, il nuclide o isotopo radioattivo di un elemento chimico instabile che decade producendo un altro nuclide. Quindi, secondo questa terminologia il decadimento del genitore produce un nuclide figlio, che può essere a sua volta radioattivo, radiogenico o stabile. Il numero dei nuclidi figlio, D, prodotto dopo il tempo t è dato dalla differenza tra il numero iniziale, N_0 , dei nuclidi genitori, e il numero rimanente $N(t)$:

$$D = N_0 - N(t) \quad (3)$$

Al fine di determinare la relazione matematica esistente tra i termini della (3) risolviamo la $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ rispetto a N_0 ottenendo:

- $N_0 = N(t) e^{\lambda t}$
- $D = N(t) \cdot e^{\lambda t} - N(t)$, e, infine:

$$D = N(t) \cdot (e^{\lambda t} - 1). \quad (4)$$

La (4), che utilizzeremo in seguito, esprime la crescita esponenziale del numero dei nuclidi figlio prodotti dal decadimento nel tempo dei nuclidi padre.

7.2. Attività radioattiva

Una specie chimica radioattiva contiene quasi sempre un numero grande di isotopi radioattivi. Per cui risulta più utile conoscere il numero di nuclei che decadono nell'unità di tempo, piuttosto che il numero totale di nuclei radioattivi presenti nella sorgente. Le radiazioni emesse dai nuclei nel corso del decadimento sono

tanto più intense quanto maggiore è la rapidità con cui i nuclei decadono.

La **attività** di una sorgente è definita come il numero medio di nuclei che decadono nell'unità di tempo ed è legata alla pericolosità della sorgente radioattiva. La definizione formale dell'**attività radioattiva** è:

$$A(t) = -\frac{dN}{dt} \quad (1)$$

Il segno meno significa che i nuclidi diminuiscono.

L'analisi del decadimento radioattivo come fenomeno probabilistico ci ha consentito di dimostrare che il numero di nuclei che decadono in un secondo è espresso dal prodotto: $\lambda N(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = A(t)$. Quindi, l'attività radioattiva è proporzionale al numero dei nuclidi che si disintegrano e alla costante λ . Dalla definizione della attività si ricava la relazione:

$$A(t) = \lambda \cdot N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \quad (2)$$

Ponendo $\lambda N_0 = A_0$ si ottiene:

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \quad (3).$$

Dividendo per A_0 e prendendo il logaritmo naturale di entrambi i termini ai lati della (3) si ricava il tempo t , misurato rispetto a tempo iniziale $t=0$. Si ha:

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right) &= -\lambda t \\ t &= -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right) \quad (4) \end{aligned}$$

Note A_0 , $A(t)$ e λ si può calcolare l'intervallo temporale $\Delta t = t - t_0$, ossia l'età assoluta di un campione che contiene un isotopo instabile.

L'attività di un nuclide radiogenico decresce nel tempo con la stessa legge esponenziale del decadimento di un isotopo radioattivo. Nel sistema S.I. l'unità di misura dell'attività radioattiva è il Becquerel, che esprime il numero di nuclei che decadono in un secondo, ed è definito da:

$$1\text{Bq} = \frac{1 \text{ decadimento}}{\text{secondo}} [\text{s}^{-1}]$$

. Ponendo $t = T_{1/2}$ in $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ si ottiene:

$$N(T_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

Prendendo il logaritmo ed eseguendo semplici passaggi si ottiene:

- $e^{-\lambda T_{1/2}} = \frac{1}{2}$, da cui si ricava: $\frac{1}{2} = \frac{1}{e^{\lambda T_{1/2}}}$; $e^{\lambda T_{1/2}} = 2$. Quindi:
- $\lambda T_{1/2} = \ln(2)$; $T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \tau \cdot \ln(2)$;

Ad esempio, la vita media del carbonio-14 (vedi tab.1 pag. 95) che ha $T_{1/2} = 5730$ anni è:

$$\diamond \quad \tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T_{1/2}}{\ln(2)} = \frac{5730}{0.693} = 8268 \text{ anni.}$$

Ricordando che $\lambda = \left[\left(\frac{\Delta N}{\Delta t}\right)/N\right] = \frac{1}{\tau}$ abbiamo conferma del fatto che il processo di decadimento radioattivo "non ha memoria", per cui è un processo stocastico markoviano.

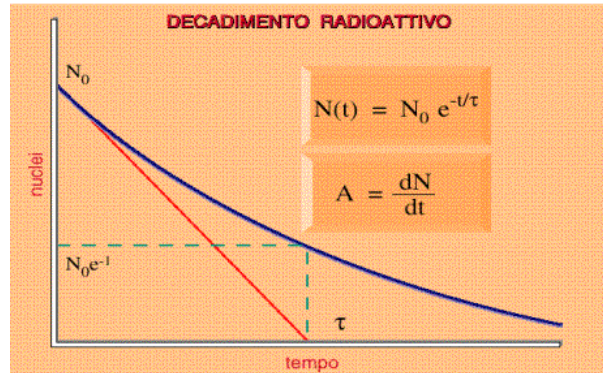
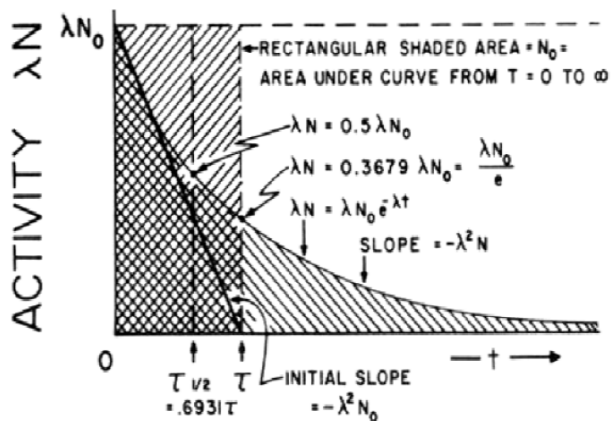


Figura.7. Il valore della vita media τ è dato dall'intersezione dell'asse dei tempi e la retta tangente alla curva nel punto iniziale, la cui pendenza è $m = -\lambda^2 N_0$. Fonte wikipedia.org.

Nella fig. 8 è graficata la curva esponenziale decrescente dell'attività radioattiva $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$ rispetto al tempo di dimezzamento $T = T_{1/2}$ di un campione di nuclidi radioattivi.

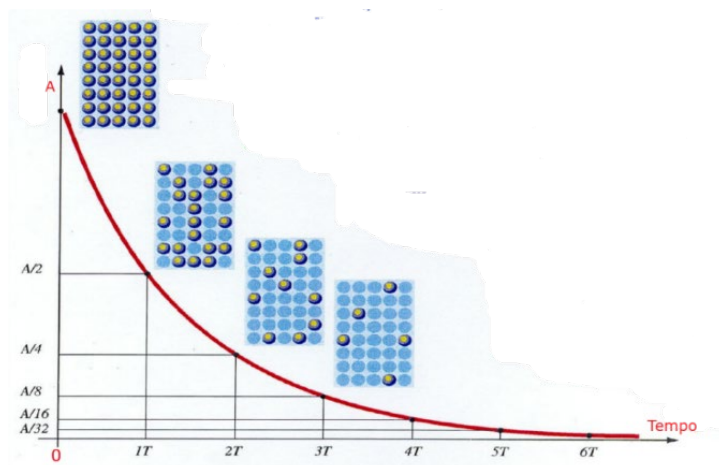


Figura.8. Tasso di decadimento radioattivo di un campione che contiene 40 nuclidi radioattivi. $A(t=0) = A_0 e^{-\lambda \cdot 0} = 40$. $N_0 = A_0 \lambda^{-1}$.

Le misure sono state eseguite in $t=0$, $t_1 = T_{1/2}$, $t_2 = 2T_{1/2}$ e $t_3 = 3T_{1/2}$.
Ad esempio, sia $N_0 = 800$ atomi, $T_{1/2} = 20h$ e $\lambda = 300 a^{-1}$.

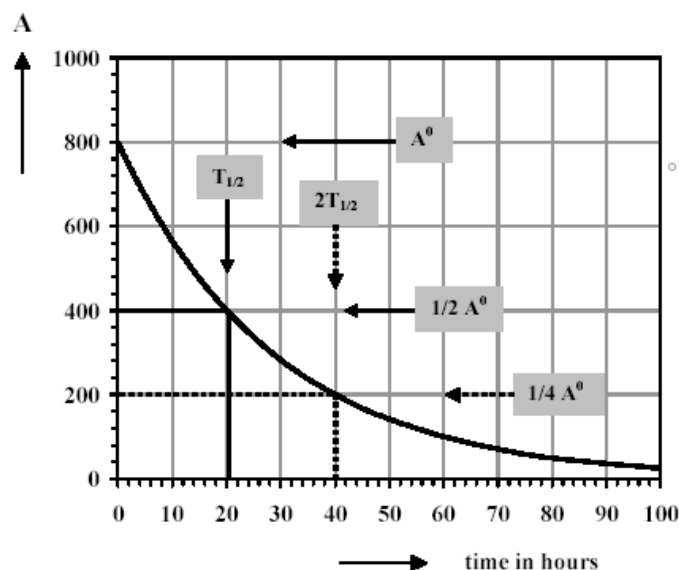


Figura.9. Tasso di decadimento di un campione di 800 atomi radioattivi. Dopo ogni successiva emivita di 20 ore il numero di nuclei radioattivi si dimezza. L'attività radioattiva diminuisce con legge $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$.

Fonte. Wikipedia.org.

Il **tempo di dimezzamento** $T_{1/2}$ e la **vita media** τ sono parametri importanti e caratteristici del decadimento di un nuclide. Possono variare da frazioni di secondo a miliardi di anni. La vita media τ di alcune particelle e di alcuni atomi è riportata nella tab.1.

Tempi dimezzamento di alcune particelle e di alcuni atomi	
Particella o atomo	$\tau / T_{1/2}$
n (neutrone)	$\tau = 15$ minuti
p (protone)	$\tau > 10^{32}$ anni
e (elettrone)	$\tau =$ infinita
μ (muone)	$\tau = 2.19 \times 10^{-6}$ secondi
Trizio	$T_{1/2} = 12.3$ anni
Carbonio-14	$T_{1/2} = 5.73 \times 10^3$ anni
Carbonio-15	$T_{1/2} = 2,4$ secondi
Iodio-131	$T_{1/2} = 8.05$ giorni
Cobalto-60	$T_{1/2} = 5.26$ anni
U-238 ($^{238}_{92}\text{U}$)	$T_{1/2} = 4.5 \times 10^9$ anni
U-235 ($^{235}_{92}\text{U}$)	$T_{1/2} = 7.1 \times 10^8$ anni
Potassio-40 ($^{40}_{19}\text{K}$)	$T_{1/2} = 1.8 \times 10^9$ anni
Torio-232 ($^{232}_{90}\text{Th}$)	$T_{1/2} = 14.1 \times 10^9$ anni
Cesio-137 ($^{137}_{55}\text{Cs}$)	$T_{1/2} = 30,17$ anni

Tabella 1

7.3. Famiglie radioattive naturali

Abbiamo già detto che un nuclide radioattivo emette radiazioni α , β e γ spontaneamente, ossia senza alcuno apporto di energia dall'esterno. La sequenza dei radioisotopi prodotti a partire dal capostipite prende il nome di **famiglia radioattiva**. L'ultimo discendente di una famiglia radioattiva è un **isotopo stabile**.

Un nucleo radioattivo può decadere dando origine ad un nucleo stabile oppure ad un nucleo instabile, il quale a sua volta decade in un altro nucleo instabile. Ciò

accade nel caso dell'U-238, dell'U-235 e del Th-232, i quali sono i tre radioisotopi naturali più comuni.

Attualmente esistono quattro famiglie radioattive naturali che prendono il nome dal capostipite della catena. Sono:

- I. la famiglia del $^{238}_{90}\text{Th}$: termina con il $^{208}_{82}\text{Pb}$ con $T_{1/2} = 1.4 \cdot 10^{10}$ anni;
- II. la famiglia del uranio $^{238}_{92}\text{U}$: termina con $^{206}_{82}\text{Pb}$ con $T_{1/2} = 4.5 \cdot 10^9$ anni;
- III. la famiglia $^{235}_{92}\text{U}$: termina con $^{207}_{82}\text{Pb}$ con $T_{1/2} = 7.13 \cdot 10^8$ anni;

La quarta famiglia naturale $^{237}_{93}\text{Pb}$ è già estinta: $T_{1/2} = 351$ anni.

Le tre famiglie sono anche chiamate serie $4n$ ($n > 51$) ($^{232}_{89}\text{Th}$), serie $4n+3$ ($n > 50$) ($^{235}_{92}\text{U}$), serie $4n+2$ ($^{238}_{92}\text{U}$), in quanto il numero di massa di ogni termine di una serie si può esprimere mediante la corrispondente formula $A=Z+N$.

La più nota di esse è quella dell'**uranio-238** e arriva al **piombo-206** (stabile) attraverso una successione di 14 decadimenti.

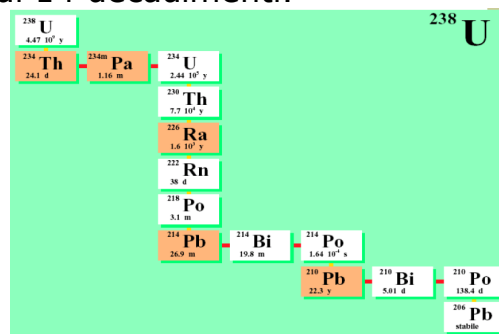


Figura.1. Serie di decadimento di $^{238}_{92}\text{U}$ in $^{206}_{82}\text{Pb}$.

Fonte. Prof. Paolo Randaccio – paolo.randaccio@ca.infn.it.

I discendenti stabili dei tre radioisotopi citati sono rispettivamente Pb-206, Pb-207 e Pb-208. La famiglia radioattiva Uranio-238 è riportata nella fig. 8.

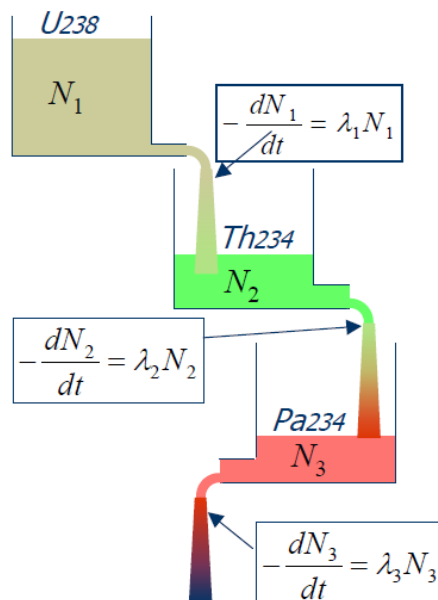


Figura.2. Fonte. paolo.randaccio@ca.infn.it.

Una famiglia radioattiva può essere immaginata come una serie di serbatoi ciascuno dei quali si svuota mentre riempie il successivo. La velocità di svuotamento ($-dN/dt$) dipende dal livello nel serbatoio (N_i) e dalle dimensioni della valvola di scarico (λ).

Quando si raggiungono le condizioni di equilibrio le velocità di svuotamento di tutti i serbatoi sono uguali.

La velocità di decadimento di un radioisotopo (analoga alla velocità di svuotamento del serbatoio) è chiamata Attività e dipende dalla costante di decadimento λ .

Isotopo	Dec	$T_{1/2}$	Q(MeV)
U 238	α	$4.7 \cdot 10^7$ a	4.27
Th234	β	24.1 g	0.20
Pa234	β	6.7 h	2.21
U 234	α	$2.5 \cdot 10^3$ a	4.84
Th230	α	$7.5 \cdot 10^4$ a	4.77
Ra226	α	$1.6 \cdot 10^3$ a	4.87
Rn222	α	3.83 g	5.59

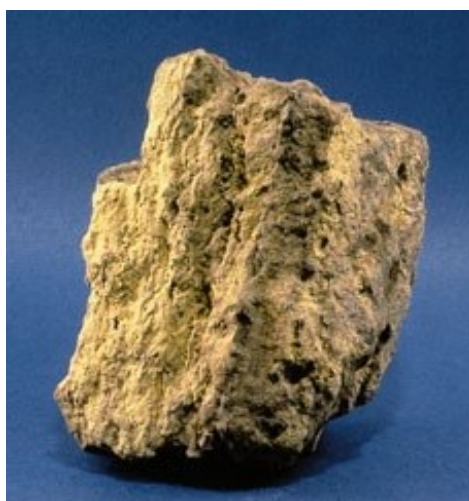
Isotopo	Dec	$T_{1/2}$	Q (MeV)
Po218	α	3.05 min	6.11
Pb214	β	26.8 min	1.03
Bi 214	β	19.9 min	3.27
Po214	α	165 μ s	7.83
Pb210	β	22.3 a	0.06
Bi 210	β	5.01 g	1.16
Po210	α	138.4 g	5.41
Pb206		stabile	

Tabella 1. Rimaneggiata. Fonte. paolo.randaccio@ca.infn.it.

L'energia totale emessa nel processo da tutti i figli dell'U238 è $Q_T = 51.63$ MeV. La fonte principale del calore interno della Terra è la radioattività naturale. Gli effetti della radioattività sono tutti i fenomeni connessi alla tettonica delle placche, quali il movimento delle placche stesse, l'orogenesi, le eruzioni vulcaniche ecc. La abbondanza frazionaria dell'U238 è di 3 ppm (parti per milione). Un kg di roccia contiene circa 3 mg di U-238, che corrispondono a $3 \times 10^{-3} / 238 N_{AV}$ di atomi di U-238. L'energia totale irradiata è pari a:

- $7.59 \cdot 10^{18} \cdot 51.63 \cdot 10^6 \text{ MeV} = 3.92 \cdot 10^{26} \text{ eV} \cdot 1.6 \frac{10^{-19} \text{ J}}{\text{eV}} = 3.26 \cdot 10^7 \text{ J} = 17.42 \text{ kWh}$

Ovviamente questa energia viene liberata su tempi molto lunghi, miliardi di anni. Ma se non c'è modo di smaltire questa energia, la roccia si scalda sino a fondere. Due rocce contenenti minerali di uranio sono riportate in fig. 3.



Uranio grezzo



Pechblenda formata da un reticolo di UO_2 .

Figura.3. Rocce contenenti minerali di uranio. Fonte. wikipedia.org.

Questi minerali si trovano in tutte le rocce eruttive e sono costituiti da silicati di alluminio, sodio, potassio, calcio e bario. Costituiscono circa il 41% della massa della crosta continentale, ma sono presenti anche in gabbro e basalto, che sono i costituenti principali della crosta oceanica, in molti tipi di rocce metamorfiche e sedimentarie e nelle vene idrotermali. La formula chimica è $(\text{Ba}, \text{Ca}, \text{Na}, \text{K}, \text{NH}_4)(\text{Al}, \text{B}, \text{Si})_4\text{O}_8$. Immagini di rocce con feldspati sono qui riportate.



Figura.4. a b c
(a) Granito con cristalli di feldspato. (b). Feldspato alcalino. (c). Plagioclasio.

Fonte. wikipedia.org..

La datazione delle rocce viene eseguita utilizzando l'isotopo radioattivo ^{238}U dell'uranio U_{92} , un metallo bianco-argenteo, che è il capostipite della catena di decadimento radioattivo naturale, un processo spontaneo che avviene a velocità definita e caratteristica per ciascun radioisotopo. ^{238}U si trasmuta mediante decadimenti alfa e beta successivi in ^{206}Pb , che è stabile. Il tempo di dimezzamento o **emivita** di ^{238}U è di 4.50×10^9 anni.

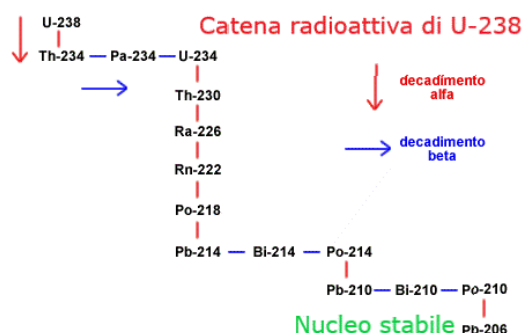


Figura 4. Catena del decadimento radioattivo di ^{238}U , instabile, in ^{206}Pb , stabile.

7.4 La datazione radiometrica assoluta.

La **datazione radiometrica** è uno dei metodi per determinare l'**età assoluta** di reperti fossili antichissimi, miliardi di anni, e più recenti, milioni e migliaia di anni. È basata sul confronto tra le abbondanze osservate di un opportuno isotopo radioattivo e dei suoi prodotti di decadimento, noto il tempo di dimezzamento, ed è la fonte principale di informazioni sull'età della Terra e delle rocce e sulla rapidità dell'evoluzione delle specie viventi. Le tecniche radiometriche consentono di determinare l'età assoluta delle rocce sfruttando il decadimento degli isotopi radioattivi naturali elencati nella tabella 2, che emettendo una radiazione, si trasformano in una specie atomica diversa e stabile. L'uso di vari radioisotopi consente di datare fossili e campioni geologici e biologici con un alto grado di accuratezza. Se un minerale o una roccia contiene nuclei radioattivi quando si

forma, allora il decadimento dei nuclei scandisce il trascorrere del tempo come un orologio. La datazione dell'età assoluta delle rocce si basa sulla legge di decadimento di un nuclide instabile, in particolare sul suo tempo di dimezzamento. La base di tutti metodi di datazione con radioisotopi è la costanza della velocità di decadimento. La datazione radioattiva è un'applicazione importante della radioattività naturale e permette di determinare l'età di campioni geologici, di fossili di esseri viventi e di reperti archeologici.

Supponiamo che una roccia da datare contenga **100 ppm** (parti per milione) di Uranio-238 e **10 ppm** di Piombo-206 al momento della sua formazione, diciamo 4,5 miliardi di anni fa. Dato che l'emivita di $^{238}_{92}\text{U}$ è di 4,5 miliardi di anni, la sua concentrazione nella roccia nel momento presente dovrebbe essere ridotta della **metà** rispetto alla quantità iniziale. Mentre la concentrazione del $^{206}_{82}\text{Pb}$ dovrebbe crescere contemporaneamente secondo lo stesso rapporto percentuale.

La fig.9 evidenzia tale andamento sulla base delle misure stimate al momento della formazione del campione di roccia e le misure eseguite oggi.

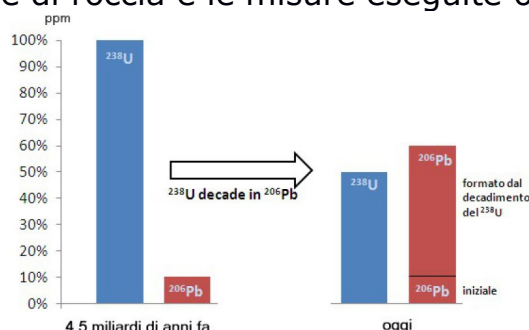


Figura.1. Dopo 4.5 miliardi di anni la concentrazione di $^{238}_{92}\text{U}$ nelle rocce è diminuita del 50% secondo la legge $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, mentre quella di $^{206}_{82}\text{Pb}$ è cresciuta simultaneamente del 50%. Fonte. www.treccani.it.

L'equazione $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$, pur contenendo il tempo t , non è, normalmente, immediatamente utilizzabile ai fini della datazione di un reperto, poiché non è possibile determinare il numero iniziale $N_0 = N(t) \cdot e^{\lambda t}$ dei nuclei radioattivi se non è già noto il tempo t . Inoltre, la quantità D_0 di nuclei radiogenici figli prodotti al tempo $t=0$ è zero, mentre dopo un qualsiasi intervallo di tempo $\Delta t = t - t_0$ sarà

$$D(t) = N_0 - N(t) \quad (1) \quad \text{da cui} \quad N_0 = N(t) + D(t) \quad (1')$$

in cui N denota il numero dei nuclidi padre (isotopo genitore) che devono ancora decadere e D indica il numero dei nuclidi figli radiogenici a $t=0$, cioè al momento in cui si eseguono le misure delle concentrazioni dei nuclidi padre e figlio. La (1) si può risolvere sostituendo N o N_0 considerando $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$. Sostituendo N in (1) si ottiene:

$$D = N_0 - N_0 \cdot e^{-\lambda t} = N_0 (1 - e^{-\lambda t}) \quad (2)$$

Quindi, il numero dei nuclidi figli cresce esponenzialmente secondo la legge (2). Nella (2), però, non è nota la concentrazione o il numero di nuclidi padre all'istante iniziale t_0 . risulta, pertanto, più conveniente riferirsi al numero $D(t)$ dei nuclidi figli radiogenici prodotti al tempo t . Tenendo conto che:

- $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$
- $N_0 = N(t) \cdot e^{\lambda t}$
- $D(t) = N_0 - N(t) = N(t) \cdot e^{\lambda t} - N(t) = N(t) \cdot (e^{\lambda t} - 1)$.

Quindi:

$$D(t) = N(t) \cdot (e^{\lambda t} - 1) \quad (3)$$

La (3) esprime la quantità degli atomi figli radiogenici prodotti dal decadimento dei nuclei atomici radioattivi degli atomi padre.

I grafici della funzione decrescente $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, $N_0 = 100$, dell'isotopo padre e della funzione crescente dell'isotopo figlio $D(t) = N_0 (1 - e^{-\lambda t})$ sono riportati in fig.10.

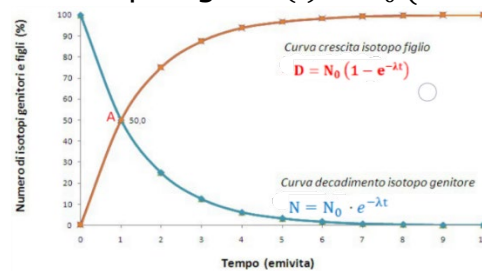


Figura.2. Andamento delle due curve esponenziali dell'isotopo padre e dell'isotopo figlio rispetto $T_{1/2}$. Le due curve si intersecano nel punto A ($T_{1/2}$, 50%). Fonte: www.treccani.it. Figura rimaneggiata.

Osservando la fig. 10 si vede che le due curve sono simmetriche rispetto alla retta immaginaria $y = N_{50\%}$, parallela all'asse del tempo su cui sono riportati $10 T_{1/2}$. Ad ogni intervallo di tempo $\Delta t = T_{1/2}$ la percentuale del numero degli atomi del nuclide radioattivo padre, P, che decresce, è uguale a quella del numero degli atomi del nuclide figlio, D, che cresce. La caratteristica comune alle due curve è che l'una diminuisce e l'altra aumenta di un uguale fattore in intervalli temporali di uguale lunghezza, pari al *tempo di dimezzamento* o di *emivita*. Ciò è vero se tutti gli atomi del nuclide figlio sono il prodotto del decadimento del nuclide padre, senza perdita o aggiunta di atomi figli dall'esterno.

Notiamo che la quantità degli atomi figli che si misurano al tempo t in un qualsiasi materiale geologico, ad esempio una roccia cristallina, è data dalla somma degli atomi radiogenici figli $D(t)$, prodotti dal momento della cristallizzazione della roccia ad oggi, e della quantità di atomi figli non radiogenici $D(t = 0) = D_0$ preesistenti all'istante iniziale, cioè al tempo t_0 . Quindi:

$$D(t) = D_0 + N(t) \cdot (e^{\lambda t} - 1) \quad (3')$$

Lo stesso discorso è valido se si considera la (2), che è stata ottenuta risolvendo la $D(t) = N_0 - N$ rispetto a N_0 . In questo caso si ricava:

$$D(t) = D_0 + N_0 \cdot (1 - e^{-\lambda t}) \quad (2')$$

La scelta dell'equazione da usare per calcolare l'età dipende dalle incognite e da quali parametri sono noti.

La (2') e la (3') possono essere risolte rispetto al tempo t , oppure, se t è noto, rispetto a D_0 , poiché entrambi i termini non sono misurabili direttamente sul campione oggetto di indagine. Invece, le quantità o concentrazioni di $D(t)$ e $N(t)$ si possono misurare direttamente tramite analisi per spettrometria di massa. La costante di decadimento λ è quella del nuclide instabile e si conosce, invece, per via sperimentale.

La (1) o la (1'), la (2) o la (2') e la (3) o la (3') sono le leggi esponenziali che descrivono la crescita del nuclide figlio radiogenico.

La scelta e l'utilizzo delle equazioni di cui sopra non è semplice. Vedremo nel seguito che risulta fondamentale comprendere sia i parametri e le variabili che denotano le incognite, sia cosa rappresentano D , D_0 , N , N_0 .

Determiniamo, ora, il tempo t trascorso. A tal fine, riprendiamo la relazione (3'):

$$D(t) = D_0 + N(t) \cdot (e^{\lambda t} - 1).$$

Dove, lo ribadiamo, $D(t)$ e $N(t)$ denotano il numero dei nuclei figlio e padre all'istante t , D_0 indica il numero iniziale di nuclei figli, e λ rappresenta la costante di decadimento del nucleo padre instabile.

Desideriamo porre all'attenzione del lettore che data $f(t) = e^{\lambda t}$ possibile risolverla rispetto al tempo considerando lo sviluppo in serie di $e^{\lambda t}$ che dà:

$$e^{\lambda t} = 1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} + \frac{(\lambda t)^3}{3!} + \dots$$

Poiché $\lambda t \ll 1$, i termini di ordine superiore diventano molto piccoli e possono essere ignorati. Quindi, per tempi che sono brevi rispetto alla costante di decadimento, ossia per $t \ll 1/\lambda$, l'equazione $D(t) = D_0 + N(t) \cdot (e^{\lambda t} - 1)$ può essere scritta come:

$$D(t) \cong D_0 + N\lambda t \quad (4)$$

Se $D_0 = 0$ cioè se i nuclei figli sono tutti radiogenici, si riottiene la (3):

$$D(t) = N(t) \cdot (e^{\lambda t} - 1).$$

Eseguendo la moltiplicazione nel secondo termine si ricava:

- $D(t) = N(t) \cdot e^{\lambda t} - N(t)$. Quindi: $D(t) + N(t) = N(t) \cdot e^{\lambda t}$. Dividendo per $N(t)$ si ottiene:
- $\frac{D(t)}{N(t)} + \frac{N(t)}{N(t)} = e^{\lambda t}$, da cui $\frac{D(t)}{N(t)} + 1 = e^{\lambda t}$. Prendendo il logaritmo naturale si ha:
- $\lambda t = \left(\frac{D(t)}{N(t)} + 1\right)$. Dividendo per λ ricaviamo, finalmente:

$$t = \frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{D(t)}{N(t)}\right). \quad (4)$$

La generalizzazione della (4) è riportata in letteratura nella forma:

$$t = \frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{D}{P}\right). \quad (5)$$

Dove:

- t : rappresenta l'età radiometrica;
- λ : è la costante di decadimento radioattivo;
- D : indica il numero di isotopi "figli";
- P : denota il numero isotopi "padri".

Dall'**equazione dell'età** si può ricavare l'età se è possibile eseguire misure dirette delle concentrazioni o quantità attuali dei due isotopi, diciamo D e P , presenti nel campione che si sta esaminando.

Un esempio concreto di applicazione della (3') o della (4), è rappresentato dal rubidio-87 che decade in stronzio-87, emettendo un elettrone come mostra la fig. 11. qui sotto.

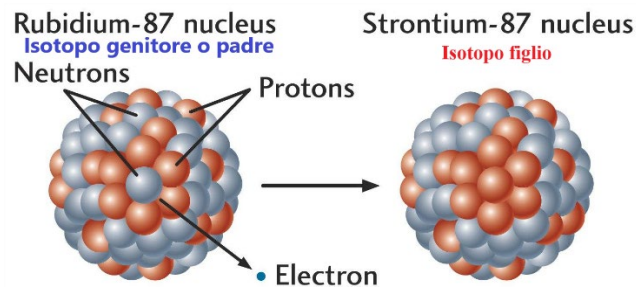


Figura 3. Schema di decadimento β^- di $^{87}_{37}\text{Rb}$ in $^{87}_{38}\text{Sr}$. Fonte. wikipedia.org.

Gli isotopi dello stronzio presenti in natura sono: $^{84}_{38}\text{Sr}$ (0,56%), $^{86}_{38}\text{Sr}$ (9,86%), $^{87}_{38}\text{Sr}$ (7,0%) e $^{88}_{38}\text{Sr}$ (82,58%). Solo l'isotopo proviene da un decadimento radioattivo.

È normalmente molto più semplice, e solitamente più significativo, misurare il rapporto di due isotopi e non l'abbondanza assoluta di uno solo. Misuriamo quindi il rapporto tra l'isotopo $^{87}_{37}\text{Sr}$ e un isotopo non radiogeno, che per convenzione è $^{86}_{37}\text{Sr}$. Quindi la forma utile di (4) è:

$$\left(\frac{^{87}\text{Sr}}{^{86}\text{Sr}}\right)_t = \left(\frac{^{87}\text{Sr}}{^{86}\text{Sr}}\right)_0 + \left(\frac{^{87}\text{Rb}}{^{86}\text{Sr}}\right) \cdot (e^{\lambda t} - 1). \quad (6)$$

Tratteremo più avanti il metodo di datazione rubidio-stronzio e vedremo che espressioni simili possono essere scritte per altri sistemi di decadimento.

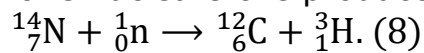
Proseguiamo mostrando in dettaglio un esempio di applicazione dell'equazione dell'età che riscriviamo:

$$t = \frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{D(t)}{N(t)} \right). \quad (7)$$

Consideriamo gli isotopi dell'idrogeno ^1_1H , ^2_1H e ^3_1H , dei quali ^3_1H , il trizio (T) è radioattivo e radiogenico, con un nucleo formato da un protone e due neutroni. Le abbondanze terrestri degli isotopi suddetti sono: ^1_1H (99.985%), ^2_1H (0.015%) e ^3_1H ($10^{-14}\%$). Un'altra unità di misura della concentrazione di trizio T è unità di trizio:

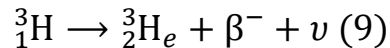
$$1\text{UT} = \frac{T}{H} = 1 \cdot 10^{-18}.$$

Il trizio è l'isotopo instabile dell'idrogeno cosmogenico in quanto viene prodotto per via naturale da reazioni di frantumazione o "spallazione" di nuclei di carbonio, ossigeno, azoto e argon in seguito a collisione con le particelle della radiazione cosmica secondaria. La reazione nucleare che produce il trizio è:



In genere i nuclei più stabili degli elementi leggeri sono quelli per i quali il rapporto tra neutroni e protoni si avvicina all'unità.

Il trizio decade in ^3_2He stabile secondo la reazione:



con costante di decadimento $\lambda_T = 5.575 \cdot 10^{-2} \text{ a}^{-1}$.

Notiamo che quando il numero di neutroni aumenta, come in questo caso, il nucleo per raggiungere la stabilità può reagire con un processo di trasmutazione con la trasformazione di un neutrone in un protone con l'emissione di un elettrone (β^-) e un neutrino. L'energia massima dell'elettrone emesso nella reazione (II) è $E_{\text{max}} = 18,6 \text{ keV}$. $T_{1/2} = 12,32$ anni, mentre il decadimento totale avviene in 246 anni. In fig. 11 sono illustrati gli isotopi e l'elio-3 e l'emissione della particella β^- .

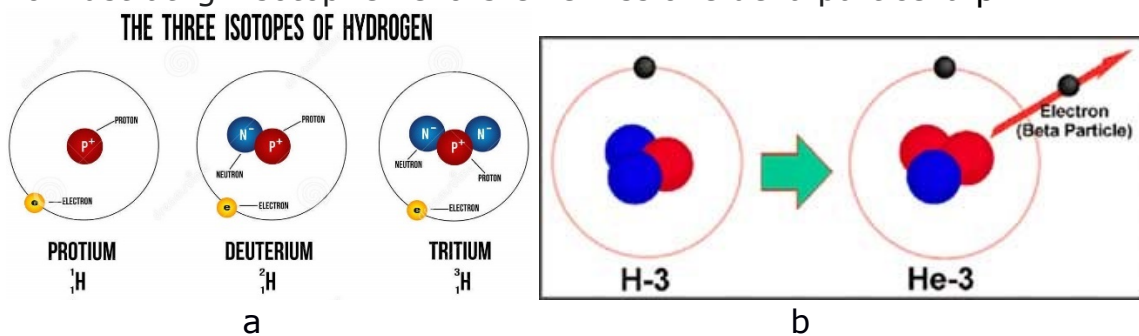


Figura.4. (a).Gli isotopi dell'idrogeno più diffusi: idrogeno, deuterio e trizio.

(b). Decadimento del trizio che emette un elettrone. Fonte. wikipedia.org.

In condizioni standard di pressione e temperatura il trizio è un gas biatomico denotato con T_2 , che segue il normale frazionamento isotopico di un'acqua "pesante", per cui la molecola $H_2^{18}O$ sarà tra le prime a condensarsi e tra le ultime ad evaporare. La datazione radiometrica dell'acqua viene determinata utilizzando il decadimento di questo gas.

Un geologo ha eseguito il campionamento delle acque di falda ottenendo i seguenti dati:

- concentrazione del trizio ${}^3_1H = 25 \text{ TU}$;
- concentrazione dell'elio ${}^3He = 0.8 \text{ TU}$.

Determiniamo il tempo trascorso per la ricarica delle acque di falda attraverso le precipitazioni. Applicando l'equazione:

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{D(t)}{N(t)} + 1 \right)$$

e ricordando che $\lambda_T = 5.575 \cdot 10^{-2} \text{ a}^{-1}$ otteniamo:

$$t = \frac{1}{5.575 \cdot 10^{-2} \text{ a}^{-1}} \ln \left(\frac{0.8}{25} + 1 \right) = 17.3913 \cdot 0.03149 = 0.6 \text{ anni}.$$

Il tempo trascorso per la ricarica della falda è $0.6 \text{ anni} = 0.6 \cdot 12 \text{ mesi} \approx 7 \text{ mesi}$.

I radioisotopi naturali sono presenti sia nella crosta della Terra che su tutti gli altri Pianeti del sistema solare sin dalla sua formazione, avvenuta circa 6×10^9 anni fa. Le sorgenti extraterrestri della radioattività naturale sono radionuclidi naturali di origine cosmica prodotti da reazioni nucleari tra raggi cosmici e atmosfera, come è stato già anticipato per il trizio, T.

Tutti i radioisotopi naturali attualmente presenti sulla Terra hanno tempi di dimezzamento paragonabili alla vita del sistema solare. I radioisotopi naturali con tempi di dimezzamento molto più brevi sono completamente decaduti.

Gli isotopi di uno stesso elemento hanno lo stesso numero di protoni, stesso Z e medesima carica, presentando lo stesso **comportamento chimico**. Però, sono differenti per il numero di neutroni, per cui hanno numero di massa, A, e masse differenti. Perciò **hanno comportamento fisico differente** dalla loro origine.

La radioattività naturale ci fornisce una metodica per misurare l'età degli oggetti semplicemente con il conteggio dei nuclidi padri e figli presenti nel campione. Campioni "giovani" conterranno molti padri e pochi figli, a differenza di campioni "vecchi" che, invece, avranno pochi nuclidi padri e molti figli. Questa tecnica nota col nome di radiodating è utilizzata per datare l'età assoluta delle rocce, dei reperti archeologici e di altri "oggetti" terrestri con età comprese tra qualche migliaio di anni e miliardi di anni.

Si adottano due schemi o metodi di datazione:

1. Nel primo, chiamato "**sistema ad accumulo**", il tempo trascorso $\Delta t = t - t_0$, dall'istante iniziale $t=0$, è calcolato o misurato in funzione del rapporto D/P , tra la quantità di atomi dell'elemento radiogenico figlio, D, e dell'elemento radioattivo genitore, P, purché dal momento il sistema diventa un sistema chiuso, ovvero che non ha subito scambi con l'esterno all'istante della misura.
2. Nel secondo, detto "**sistema a decadimento**", il tempo trascorso è misurato in base alla diminuzione del numero di atomi dell'elemento radioattivo.

7.5. I metodi di accumulo

I metodi ad accumulo sono i più importanti metodi usati per la geocronologia. Si avvalgono dell'utilizzo di alcuni isotopi radioattivi naturali aventi tempi di dimezzamento molto lunghi, presenti nelle rocce già al momento della formazione della Terra. Uno dei più importanti è quello basato sul decadimento dell'isotopo potassio-40, ^{40}K , in argo-40, ^{40}Ar .

Nella tabella 2 sono riportate le proprietà degli isotopi utilizzati nelle datazioni assolute con i metodi di accumulo.

Caratteristiche degli isotopi utilizzati nelle radiodatazioni			
Radioisotopo genitore	Isotopo figlio	$T_{1/2}$ (anni)	Intervallo di datazione (anni)
Uranio -238	Piombo-206	4.6 miliardi	460 milioni- 4.6 miliardi
Uranio -235	Piombo-207	0.7 miliardi	10 milioni- 4.6 miliardi
Potassio -40	Argo-40	1.3 miliardi	100.000-4.5 miliardi
Rubidio -87	Stronzio-87	14.7 miliardi	10 milioni- 4.6 miliardi
Torio- 232	Piombo-208	13.9 miliardi	45 milioni- 4.6 miliardi
Carbonio- 14	Azoto-14	5730	100-40000

Tabella 1.

Nella tab.3 sono riportati gli isotopi genitori, gli isotopi figli stabili di quattro famiglie radioattive con tempi di dimezzamento di miliardi di anni unitamente ai minerali e alle rocce vulcaniche e metamorfiche datate.

Parent	Half-life (10 ⁹ yrs)	Daughter	Materials Dated
^{235}U	0.704	^{207}Pb	Zircon, uraninite, pitchblende
^{40}K	1.251	^{40}Ar	Muscovite, biotite, hornblende, volcanic rock, glauconite, K-feldspar
^{238}U	4.468	^{206}Pb	Zircon, uraninite, pitchblende
^{87}Rb	48.8	^{87}Sr	K-micas, K-feldspars, biotite, metamorphic rock, glauconite

Tabella 2.

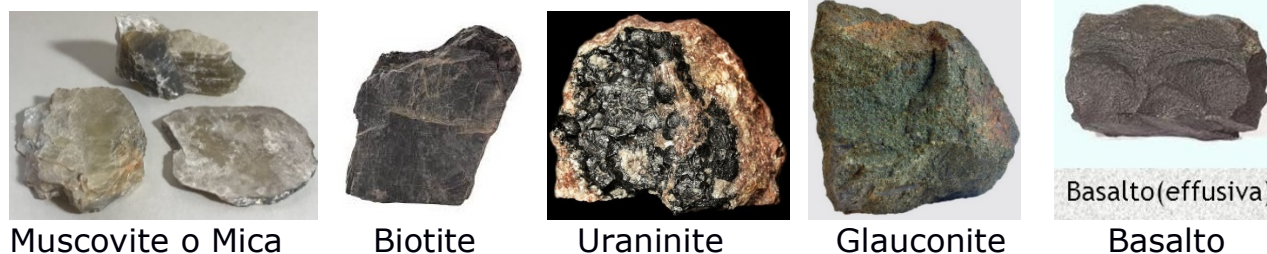


Figura 1. Immagini di alcune rocce silicatiche ferri-ferre e vulcaniche datate.
Fonte. Wikipedia.org.

7.6. Metodi di decadimento

I metodi di datazione basati sul decadimento utilizzano isotopi naturali con tempi di dimezzamento più brevi in confronto all'età della Terra e sono formati continuamente dall'azione dei raggi cosmici sulle molecole presenti nell'atmosfera. È composta da: Azoto N_2 (78,084%), Ossigeno O_2 (20,946%) Argon A_r (0,934%), Anidride carbonica CO_2 (0,0407%) (407 ppm) vapore acqueo, H_2O . Poiché tali isotopi hanno un tempo di decadimento più breve sono utilizzati per le datazioni che interessano il campo dell'archeologia.

A. Datazione al radiocarbonio

Il "radiocarbonio" è un **cronometro** isotopico. La datazione al radiocarbonio si può applicare solo ai materiali organici e ad alcuni materiali inorganici, ma non è applicabile ai metalli.

La tecnica di datazione al radiocarbonio ha avuto un impatto enorme sull'uomo moderno, tanto che la rende una delle scoperte più importanti del Novecento. Nessun altro metodo scientifico ha rivoluzionato così profondamente la comprensione degli eventi accaduti migliaia di anni fa.

Il pioniere della datazione al radiocarbonio è stato il chimico-fisico americano Willard Libby⁸, che, con il suo team di scienziati, sviluppò il metodo per misurare l'attività del radiocarbonio. Fu il primo ad avere l'idea che nella materia vivente potesse esistere un isotopo instabile del carbonio, il carbonio-14 o radiocarbonio. La datazione al radiocarbonio è un metodo basato sulla misura della radioattività residua quella dovuta agli atomi di $^{14}_6C$, presenti nel campione al momento delle misure. Il carbonio è un componente fondamentale in tutta la materia vivente. Il carbonio-12, $^{12}_6C$, è stabile e rappresenta il 98% di tutto il carbonio presente oggi in natura. Del 2% residuo fanno parte gli isotopi: carbonio-13, $^{13}_6C$, stabile; gli isotopi $^{10}_6C$ e $^{11}_6C$, molto instabili, cioè hanno attività radioattiva elevata e tempi di decadimento bassi, di 9 secondi e 20 minuti rispettivamente. Il **carbonio-14**, $^{14}_6C$, con 6 protoni, 6 elettroni e 8 neutroni, è instabile e decade in $^{14}_7N$.

Le abbondanze relative del carbonio presente in natura sono riportate in tab.1.

Isotopi del carbonio e abbondanze naturali				
Isotopi	Z	A	Abbondanza	Emivita: $T_{1/2}$
$^{12}_6C$	6 $^1_1p^+$	12 (6 1_0n)	98,892%	Stabile
$^{13}_6C$	6 $^1_1p^+$	13 (7 1_0n)	1,108%.	Stabile
$^{14}_6C$	6 $^1_1p^+$	14 (8 1_0n)	$1 \cdot 10^{-10}$ %	5730 anni

Tabella 1. Abbondanza isotopica del carbonio.

Gli isotopi del carbonio sono continuamente formati dall'azione dei raggi cosmici primari, costituiti da protoni alta energia (circa il 90%), da nuclei di elio (quasi il 10%) da fotoni, neutrini ed anche di antimateria (positroni ed antiprotoni). Quando entrano nell'atmosfera terrestre collidono con atomi e molecole dell'aria, formando

⁸ Nel 1960 Willard Libby, 17 dicembre 1908- 8 settembre 1980 ha ricevuto il Premio Nobel per la Chimica, a riconoscimento dei suoi sforzi nello sviluppo della datazione al radiocarbonio.

nuclidi che emettono particelle energetiche e sciami di nuove particelle e di antiparticelle che costituiscono i raggi cosmici secondari.

Tutti gli organismi viventi che fanno parte del ciclo del carbonio scambiano durante la loro vita continuamente ^{14}C con l'atmosfera terrestre attraverso la respirazione (animali), la fotosintesi (vegetali) e la catena alimentare.

Il ^{14}C appena si forma reagisce con l'ossigeno dell'aria O_2 formando l'anidride carbonica radioattiva $^{14}\text{CO}_2$, che si mescola uniformemente con l'anidride carbonica non radioattiva dell'atmosfera, entrando nel ciclo globale del carbonio, quindi nella biosfera. Quando un animale o una pianta muore, cessa di assimilare ^{14}C , e lo scambio di ^{14}C con la biosfera si interrompe. La concentrazione del carbonio-14 nell'atmosfera è costituita essenzialmente da molecole di $^{14}\text{CO}_2$. Rispetto al carbonio totale la concentrazione atomica relativa è circa $1.18 \cdot 10^{-12}$.

Alla morte di un organismo il numero di atomi radioattivi residui di ^{14}C presenti al suo interno comincia a diminuire con un ritmo noto, che dipende dalla legge generale del decadimento radioattivo, $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.

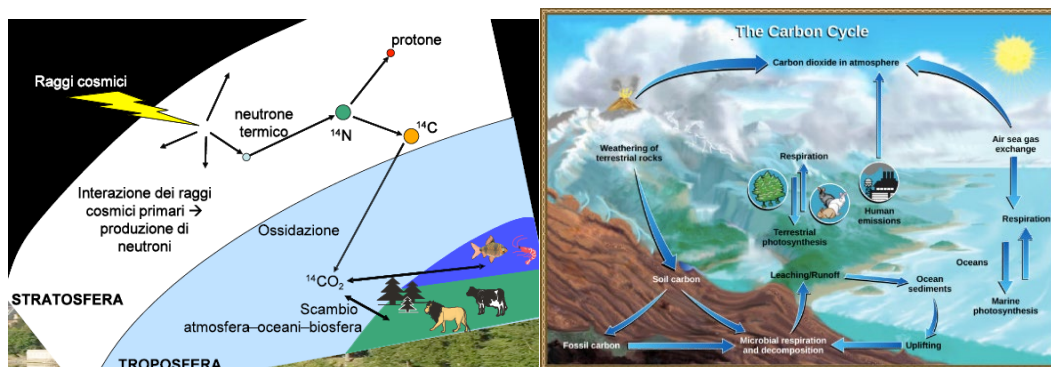
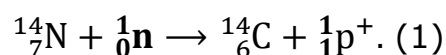


Figura 1. Schemi del ciclo del carbonio. Fonte wikipedia.org.

Il carbonio-14 viene continuamente prodotto nell'alta atmosfera dall'urto dei neutroni dei raggi cosmici contro gli atomi di azoto-14 attraverso la reazione nucleare:



I meccanismi di produzione dell'azoto ^{14}N e del ^{14}C sono riportati in fig.2.

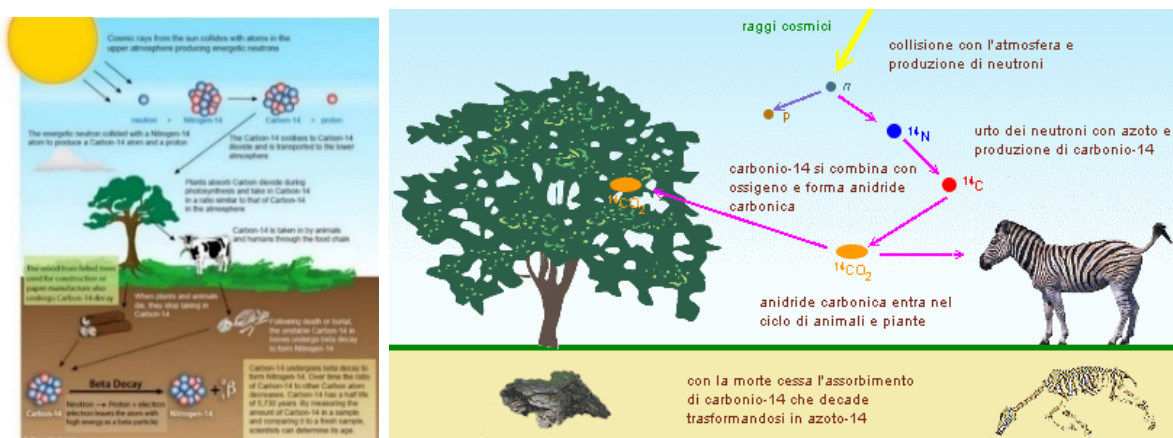


Figura 2. Schemi della produzione nell'atmosfera di ^{14}N che decade in ^{14}C radioattivo. La misura della concentrazione residua di ^{14}C al momento della scoperta in un ramo fossile o nelle ossa di un animale morto consente di risalire al tempo trascorso dalla sua morte. Fonte. Wikipedia.org.

I principi di base della datazione al radiocarbonio sono:

1. sussiste un equilibrio dinamico tra i processi di continua produzione e di decadimento di $^{14}_6\text{C}$ nell'atmosfera: il rapporto $R_{14} = \frac{^{14}_6\text{C}}{C_{\text{totale}}} \approx 10^{-12}$ rimane costante in ogni luogo;
2. ogni organismo vivente che fa parte della biosfera, finché è in vita, scambia continuamente carbonio con l'ambiente circostante ha una concentrazione atomica R_{14} in equilibrio con quella atmosferica. La concentrazione costante dell'isotopo $^{14}_6\text{C}$ nell'atmosfera è il risultato di un bilanciamento fra la velocità di produzione dovuta ai raggi cosmici e la velocità di decadimento dovuta alle proprietà del nucleo del carbonio-14;
3. dall'istante della morte dell'organismo la materia di cui è composto non "scambia" più $^{14}_6\text{C}$ con la biosfera: lo scambio di $^{14}_6\text{C}$ si interrompe e il sistema fisico-chimico rimane "chiuso", cioè non c'è né apporto né perdita di carbonio-14.

Alla morte di un organismo il carbonio $^{14}_6\text{C}$ radiogenico residuo presente nei suoi tessuti inizia a decadere e a diminuire secondo la legge:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}.$$

Dove $N(t)$ denota il numero di atomi radioattivi (concentrazione) residui di $^{14}_6\text{C}$ presenti al tempo t , cioè oggi, nel reperto, ed N_0 indica il numero dei nuclei al tempo $t=0$. La misura della quantità di radiocarbonio $^{14}_6\text{C}$ residua all'interno del reperto e la stima della quantità di $^{14}_6\text{C}$ presente nell'atmosfera, che è uguale a quella contenuta nell'individuo al momento della sua morte, rendono possibile calcolare l'intervallo di tempo trascorso dalla morte dell'individuo a oggi.

Scelto un campione, si può determinare la concentrazione $N(t)$ di $^{14}_6\text{C}$ in modo diretto, mediante la spettrometria di massa, oppure misurando l'attività del campione, consistente nel conteggio delle particelle $^0_1\beta^-$ (elettroni) emesse nel decadimento con scintillatori liquidi, che hanno un'energia di $160 \text{ keV} = 1,60 \cdot 10^4 \text{ eV}$. A tale scopo, si considera l'attività radioattiva $A(t)$, che è definita dalla relazione:

$$A(t) = \left| \frac{dN(t)}{dt} \right| = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \lambda N(t). [s^{-1}] \quad (2)$$

Da cui, ponendo $A_0 = \lambda N_0$, si ricava:

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \quad (3)$$

che esprime l'attività radioattiva al tempo t .

Sapendo che $N(T_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$ si ottiene $A(T_{1/2}) = \lambda N(T_{1/2}) = \lambda \frac{N_0}{2} = \frac{A_0}{2}$.

Si dimostra che la velocità di produzione dei nuclei di $^{14}_6\text{CO}_2$ nell'atmosfera è

$$R = 1,0 \cdot 10^{19} \text{ s}^{-1}$$

che è pari a 7.5 kg all'anno. Poiché siamo in condizioni di equilibrio secolare, cioè il numero di atomi di $^{14}_6\text{C}$ prodotti compensa esattamente la diminuzione degli atomi per decadimento, il tasso di variazione è nullo. Risulta, quindi:

$$\frac{dN(t)}{dt} = R - \lambda N = 0. \quad (4)$$

Risolvendo rispetto ad N possiamo determinare la quantità totale di $^{14}_6\text{C}$ presente nell'atmosfera. Eseguendo i calcoli si ottiene:

$$N = \frac{R}{\lambda} = 2,6 \cdot 10^{30} \text{ atomi o nuclei.}$$

Numero equivalente a 60 tonnellate all'anno.

Calcoliamo l'attività A_0 di un campione di 1 g di carbonio contenente carbonio-14 all'attuale concentrazione dell'aria, che si può misurare prelevando 1 g di carbonio dall'aria. Sappiamo che 12 g di carbonio-12 contengono il numero di Avogadro di atomi, cioè $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ atomi. Pertanto 1 g ne contiene $\frac{6,02 \cdot 10^{23}}{12} = 5,02 \cdot 10^{22}$. Moltiplicando questo numero di atomi per $10^{-12} = \frac{^{14}_6\text{C}}{^{12}_6\text{C}}$, che è rapporto tra il numero di atomi di $^{14}_6\text{C}$ e $^{12}_6\text{C}$, otteniamo che il numero di atomi di $^{14}_6\text{C}$ nel campione di 1g è $6,02 \cdot 10^{10}$. L'attività del campione si ottiene moltiplicando l'attività di un singolo nucleo per il numero di nuclei presenti. Quindi: $A_0 = \lambda N = (3,83 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}) \cdot (6,02 \cdot 10^{10}) = 0,231 \text{ Bq}$. Sapendo, poi, che un grammo di carbonio contiene 10^{22} atomi, è possibile ricavare il valore specifico $N' = \frac{N}{1,2 \cdot 10^{-12}} = \frac{5 \cdot 10^{22}}{1,2 \cdot 10^{-12}} = 6 \cdot 10^{10}$ atomi di carbonio-14. Quindi, l'**attività specifica, a**, di $^{14}_6\text{C}$ è:

$$a = N'\lambda = 0,238 \text{ Bq/g} = 0,238 \frac{\text{Bq}}{10^{-3} \text{ kg}} = 0,238 \cdot 10^3 \frac{\text{Bq}}{\text{kg}} = 238 \frac{\text{Bq}}{\text{kg}}.$$

Osserviamo che anche se si riuscisse a rivelare il 100%) dei decadimenti si avrebbe comunque un'attività bassa. Infatti, per avere 10000 conteggi con un errore dell'1%, bisognerebbe aspettare per un tempo lungo, pari a $10000/0,231 \text{ Bq} = 4,33 \cdot 10^4 \text{ s}$, cioè circa 12 ore. visto che $\Delta A = \sqrt{A}$

In fig.3 riportiamo il grafico di $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$: rilevare

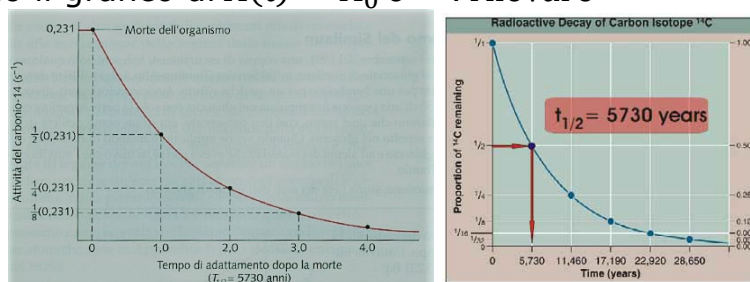


Figura 3. Grafici esponenziale decrescenti dell'attività radioattiva. Fonte.Wikipedia.org. Questa è l'attività iniziale utilizzata in figura. Ne consegue che 5730 anni dopo che un organismo è morto, l'attività del suo C-14 per grammo di carbonio è diminuita a circa $(0,231 \text{ Bq}) / 2 = 0,116 \text{ Bq}$. Dopo 57300 anni = 10 $T_{1/2}$ l'attività si è ridotta di un fattore $1/2^{10} = 1/1024$

Il numero dei nuclidi di $^{14}_7\text{N}$ padre decresce secondo la legge $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ e quelli dei nuclidi figli aumenta secondo la legge $D(t) = D_0(e^{-\lambda t} - 1)$. I grafici di $N(t)$ e di $D(t)$ sono riportati in fig.4.

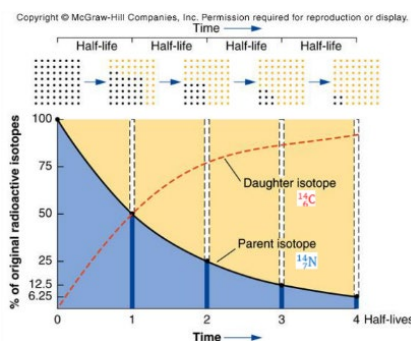
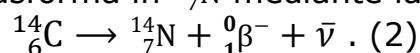


Figura 4. Grafici di $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, decrescente, e di $D(t) = D_0(e^{-\lambda t} - 1)$, crescente.

Fonte. Wikipedia.org.

I due grafici si intersecano in $t = T_{1/2}$ e sono simmetrici rispetto alla retta immaginaria $y=50$. Il tempo di dimezzamento del decadimento di $^{14}_6\text{C}$ è $T_{1/2} = 5730 \pm 40$ anni. Questo dato è utilizzato nella datazione al radiocarbonio, una tecnica adottata in archeologia come in geologia, in geofisica come in oceanografia, e in paleoclimatologia, sia per datazioni sia per provare o smentire teorie. Il metodo è basato sul fatto che l'isotopo $^{14}_6\text{C}$ emette elettroni veloci con energia riconoscibile di 160 keV e si trasforma in $^{14}_7\text{N}$ mediante la reazione:



La reazione (2) è bilanciata. Si conserva, infatti, sia la carica elettrica, Z , che la massa, A . Sommando i pedici e gli apici si ottiene:

□ Pedici: $7+0=7$ (Z) = $6+1=7$ (Z);

• Apici: $14+1=15$ (A) = $14+1=15$ (A).

Nonostante che il carbonio-14 decada continuamente, la sua diminuzione è compensata esattamente dalla produzione di $^{14}_6\text{C}$ nell'alta atmosfera secondo la reazione:



L'effetto risultante delle reazioni (1) e (2) determina una concentrazione costante del carbonio radioattivo $^{14}_6\text{C}$ nella biosfera. In fig.5 è illustrato lo schema di decadimento di $^{14}_6\text{C}$ con emissione di $^0_1\beta^-$.

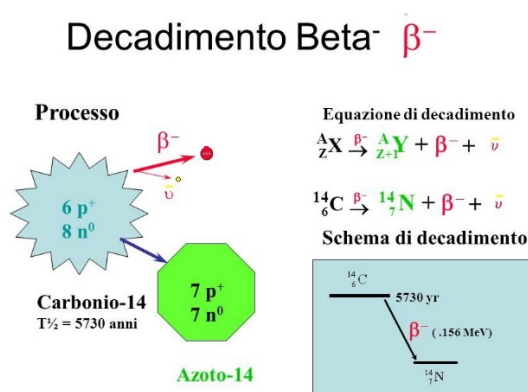


Figura 5. Illustrazione della reazione (2). Fonte wikipedia.org.

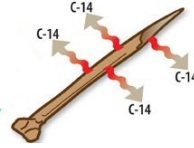
L'elettrone $^0_1\beta^-$ è emesso sia da $^{14}_6\text{C}$ che da $^{14}_7\text{N}$, che libera simultaneamente l'antineutrino $\bar{\nu}$.

B. Determinazione dell'età di un reperto fossile

Per determinare l'età di un reperto è importante che il sistema formato dai nuclidi padre e dai nuclidi figlio, in questo caso di $^{14}_6\text{C}$ e $^{14}_7\text{N}$, sia rimasto chiuso nel corso della storia geologica, cioè che non ci sia stato né l'apporto né la scomparsa dei due isotopi.

Il tempo di dimezzamento o emivita accettato attualmente di $^{14}_6\text{C}$ è di (5.730 ± 40) anni). Ciò significa che dopo 5.730 anni, solo la metà del numero di nuclidi di $^{14}_6\text{C}$ è decaduto, un quarto ne rimarrà dopo 11.460 anni, e un ottavo dopo 17.190 anni, e così via. Nota l'emivita si può così determinare il momento della morte dell'organismo, vegetale o animale, che durante la sua vita ha assorbito l'anidride carbonica radioattiva $^{14}_6\text{CO}_2$, mantenendo costante la sua concentrazione all'interno dei tessuti del corpo.

Al momento della morte si interrompe l'accumulo di $^{14}_6\text{C}$ radiogenico, che comincia decade emettendo elettroni energetici come si vede in questo reperto.



I campioni databili includono tra gli altri carboni, legno, ramoscelli, semi, ossa, conchiglie, cuoio, torba, fango, terra, capelli, ceramiche, polline, murali, coralli, residui di sangue, tessuti, carta o pergamena, resine.

La legge del decadimento $^{14}_6\text{C}$ è $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, di cui si riportano in fig.6 i diagrammi di tre situazioni diverse.

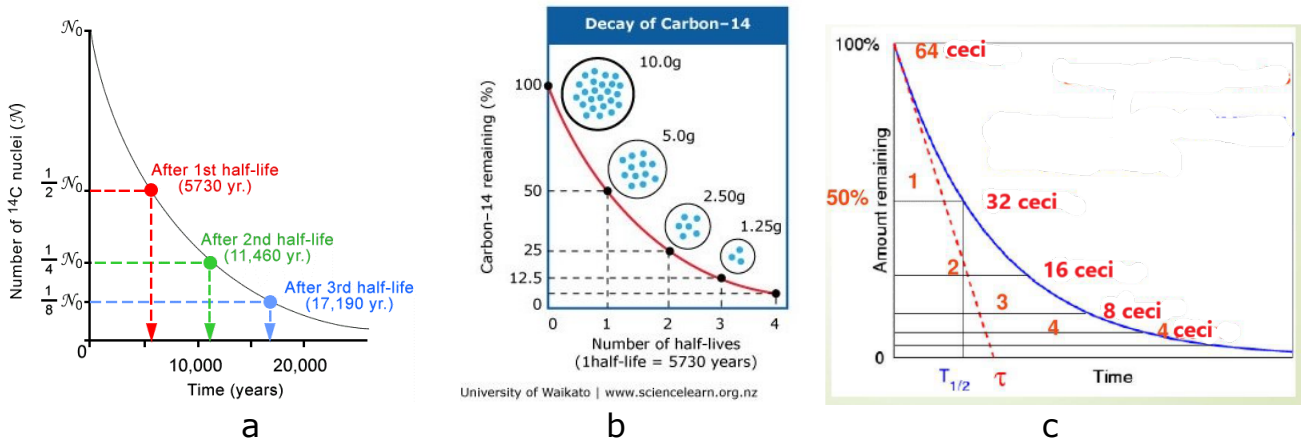
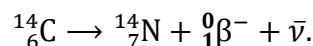


Figura 6. Grafici di decadimenti esponenziali. (a) Illustrazione classica di un decadimento esponenziale decrescente. (b). Campione di 10g (100%) con $^{14}_6\text{C}$. Le percentuali dei nuclidi non decaduti sono segnate in ordinata. In ascissa sono riportati i multipli di $T_{1/2}$. (c) Campione stocastico di 64 ceci. Fonte. Wikipedia.org.

Se un fossile ha il 25% di $^{14}_6\text{C}$ rispetto al campione vivente, allora oggi ha solo la quarta parte di $^{14}_6\text{C}$ iniziale. Il metodo del carbonio $^{14}_6\text{C}$ permette di datare l'età di reperti archeologici di origine biologica, quali ossa, fibre, legno, resti vegetali, fino a circa 50.000 anni.

Proseguiamo il discorso con l'obiettivo di definire la relazione matematica generale che ci permette di calcolare l'età di un reperto fossile che contiene $^{14}_6\text{C}$ radiogenico residuo in percentuale utile. Il grafico di fig. 2 rappresenta la diminuzione del $^{14}_6\text{C}$ secondo la reazione nucleare:



Denotiamo con T l'età da determinare. Applicando l'equazione $N(T) = N_0 e^{-\lambda T}$ si ottiene: $e^{-\lambda T} = \frac{N(T)}{N_0}$. Prendendo il logaritmo naturale di entrambi i termini si ha:

$$-\lambda T = \ln\left(\frac{N(T)}{N_0}\right).$$

Da essa si ricava:

$$T = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{N(T)}{N_0}\right). \quad (1)$$

Sapendo che $\tau = \frac{1}{\lambda}$ otteniamo:

$$T = -\tau \cdot \ln\left(\frac{N(T)}{N_0}\right) \quad (2)$$

La (1) e la 2 sono le equazioni che si utilizzano per il calcolo dell'età.

Inserendo nella (1) il tempo di dimezzamento $T_{1/2}$ e la vita media τ di $^{14}_6\text{C}$ e ricordando che $N(T) = N_0 e^{-\lambda T}$ otteniamo:

- $\frac{N_0}{2} = N(T_{1/2}) = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}};$
- $\lambda T_{1/2} = \ln 2 = 0.693;$
- $\lambda T_{1/2} = 0.693 ;$
- $T_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda} = 0.693 \tau.$ Quindi:

$$T = -\ln\left(\frac{N(T)}{N_0}\right) \cdot \left(-\frac{T_{1/2}}{0.693}\right). \quad (1')$$

Inserendo nella (2) il valore della vita media del carbonio-14 si ha:

$$T = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{N(T)}{N_0}\right) = -\tau \cdot \ln\left(\frac{N(T)}{N_0}\right) = -8268 \cdot \ln\left(\frac{N(T)}{N_0}\right) \quad (2')$$

La (1') e la (2') sono le equazioni semplificate che si applicano per datare un reperto fossile.

Un'equazione analoga si ottiene considerando l'attività radioattiva $A(t)$ di $^{14}_6\text{C}$ che è proporzionale a $N(t)$ ed è espressa da:

$$A(t) = \lambda N(t) \quad (3)$$

Tenendo conto che $N(T) = N_0 e^{-\lambda T}$ e sostituendo nella (2) otteniamo:

$$A(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t} \quad (4)$$

Note $A(t)$ e A_0 si ottiene l'età T :

$$T = -\frac{1}{\lambda} \left(\ln \frac{A(t)}{A_0} \right) \quad (5)$$

Se si considera l'attività radioattiva specifica la (5) diventa:

$$T = -\frac{1}{\lambda} \left(\ln \frac{a(t)}{a_0} \right) = -\tau \left(\ln \frac{a(t)}{a_0} \right) \quad (7)$$

La misura di $N(t)$ o di $A(t)$ consente quindi di misurare l'età del campione, cioè la misura dell'intervallo di tempo che intercorre tra il momento $t=0$ in cui esso ha inglobato la componente radioattiva N_0 o A_0 e il momento in cui viene eseguita la misura di $N(t)$ o di $A(t)$.

Esempio 1.

Il carbonio-14 emette particelle $^0_1\beta^-$ che si possono accuratamente contare con un contatore geiger. Si possono determinare il numero di decadimenti sia nella materia vivente sia nei reperti che si vogliono datare. In tutti gli organismi viventi in $1g_m$ di carbonio di origine biologica si misurano 15.3 radiazioni al minuto [1/min]. Alla morte degli organismi non c'è più scambio di carbonio con l'ambiente e quindi il decadimento fa sì che la radioattività col tempo diminuisca.

Calcolare:

- λ in anni;
- l'età dei reperti per i quali la radioattività è:
 - 7,5 decadimenti al minuto
 - 1,2 decadimenti al minuto.

Soluzione.

- Sappiamo che $T_{1/2} = 5730$ anni e $\frac{1}{\lambda} = \frac{T_{1/2}}{\ln(2)} = \frac{T_{1/2}}{0.693}$. Risolvendo nell'incognita λ si ha:

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{5730 \text{ a}} = 1.2094 \cdot 10^{-4} \text{ a}^{-1}$$

b. $N_0 = 15.3 \text{ radiazioni/minuto}$. $\frac{N_0}{N(T)} = \frac{15,3}{7,5} = 2.04$

- $T = \frac{5730}{0.693} \ln(2.04) = 8268.39 \times 0.71294 = 5893 \text{ anni}$.

- $\frac{N_0}{N(T)} = \frac{15,3}{1.2} = 12.75$. Infine:

$$T = \frac{5730}{0.693} \ln(12.75) = 8268.39 \times 2.54 = 21047 \text{ anni}.$$

Esempio 2

Qual è il tempo di dimezzamento di un campione di 100g di azoto-16 che decade a 12.5 g di azoto-16 in 21.6 s?

Soluzione.

▪ $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$. Sapendo che $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = \frac{-0.693}{T_{1/2}}$ e sostituendo si ottiene:

▪ $N(t) = N_0 e^{-\frac{-0.693}{T_{1/2}} t}$, da cui $\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\frac{-0.693}{T_{1/2}} t}$. da essa si ricava

▪ $\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = \frac{-0.693}{T_{1/2}} t$

▪ $\ln\left(\frac{12.5g}{100g}\right) = \frac{-0.693}{T_{1/2}} (21.6 \text{ s})$

▪ $-2.08 = \frac{-0.693}{T_{1/2}} (21.6 \text{ s})$

▪ $T_{1/2} = \frac{0.693}{2.08} (21.6 \text{ s}) = \frac{14.9688}{2.08} = 7.196 \text{ secondi}.$

Esempio 3.

Una sostanza radioattiva ha una vita media di $\tau = 250$ anni. Determinare l'età della sostanza se essa ha trattenuto il 74% della sua quantità iniziale.

Soluzione.

Per calcolare l'età applichiamo $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$.

▪ $\tau = 250 \text{ anni}$. $A_0 = 100$; $A(t) = 74$; $\lambda = \frac{1}{\tau}$.

▪ $\frac{A(t)}{A_0} = \frac{74}{100}$. $A(t) = A_0 e^{-t/\tau}$. Da essa ricaviamo: $\frac{74}{100} = e^{-t/250}$. Quindi:

$$\frac{-t}{250} = \ln \frac{74}{100} = -0.30.$$

$$t = 0.301 \cdot 250 = 75.276 \text{ anni}.$$

Se invece supponiamo che $T_{1/2} = 250$ anni avremo:

▪ $A(t) = A_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T_{1/2}}$; $\frac{74}{100} = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/250}$; $0.74 = (0.5)^{t/250}$; $\frac{\log(0.74)}{\log(0.5)} = \frac{t}{250}$

▪ $250 \frac{\log(0.74)}{\log(0.5)} = t$, quindi:

$$t = \frac{-0.1307}{-0.1301} 250 \text{ anni} = 1.0046 \times 250 \text{ anni} = 251 \text{ anni}.$$

Esempio 4.

Determinare l'età approssimata della vertebra fossile di un elefante che ha il 10% di carbonio-14 rispetto ad un elefante vivente oggi.

Soluzione.

Applicando la (1) si ottiene:

$$T = l_n \left(\frac{N(T)}{N_0} \right) \cdot \left(\frac{T_{1/2}}{-0.693} \right) = l_n \left(\frac{10}{100} \right) \cdot \frac{5730}{-0.693} = \frac{-2,303}{-0.693} \cdot 5730 = 3.323 \cdot 5730 = 19000 \text{ anni.}$$

Esempio 5.

Calcolare l'età approssimata di un campione organico fossile contenente semi di melagrana avente il 75% di radiocarbonio residuo.

Soluzione.

$$T = l_n \left(\frac{N(T)}{N_0} \right) \cdot \left(\frac{T_{1/2}}{-0.693} \right) = l_n(0.75) \cdot \left(\frac{5730}{-0.693} \right) = -0.287 \left(\frac{5730}{-0.693} \right) = 0.287 \left(\frac{5730}{0.693} \right) = 2378 \text{ anni.}$$

Esempio 6.

Calcoliamo l'età approssimata di un ramo fossile di quercia (Roverella) che ha una percentuale di carbonio-14 del 30% rispetto ad un campione vivente oggi.

Soluzione.

Applicando la (1) si ha:

$$T = l_n \left(\frac{N(T)}{N_0} \right) \cdot \left(\frac{T_{1/2}}{-0.693} \right) = l_n(0.30) \cdot \frac{5730}{-0.693} = 9955 \text{ anni.}$$

Per confronto, se la percentuale fosse del 50% otterremmo:

$$T = l_n(0.50) \cdot \frac{5730}{-0.693} = -0.693 \cdot \frac{5730}{-0.693} = 5730 \text{ anni} = T_{1/2}$$

Per confronto se la percentuale fosse del 25% avremmo:

$$T = l_n(0.25) \cdot \frac{5730}{-0.693} = -1.386 \cdot \frac{5730}{-0.693} = 20000 \text{ anni.}$$

Spesso si chiede di determinare l'età di un campione organico fossile espressa rispetto alla vita media τ . Sapendo che $\tau = \frac{T_{1/2}}{l_n 2}$ si ottiene:

$$\tau_{14C} = -\frac{T_{1/2}}{l_n 2} = -\frac{5730}{-0.693} = 8268 \text{ anni.}$$

Ad esempio, se un osso fossile presenta una concentrazione del 41% di radiocarbonio rispetto alla concentrazione attuale qual è l'età della morte espressa rispetto alla vita media τ_{14C} . La risposta si ricava dalla formula:

$$T = \left[l_n \left(\frac{N(T)}{N_0} \right) \cdot (-\tau_{14C}) \right].$$

Sostituendo si ha:

$$T = l_n(0.41) \cdot \tau_{14C} = -8268 \cdot l_n(0.41) = -8268 \cdot (-0.294) = 2431 \text{ anni.}$$

Esempio 7.

Un campione contiene all'origine 3.36 g_m di C-14. Sapendo che il tempo di dimezzamento di $^{14}_6C$ è di 5730 anni calcolare quanto carbonio-14 è presente dopo 22920 anni.

Soluzione

Noto $T_{1/2} = 5730$ anni il rapporto $n = \frac{22920}{5730} = 4$ sta a significare che è trascorso un tempo di $4 \cdot T_{1/2} = 4 \cdot 5730$ anni = 22920 anni. La quantità di carbonio-14 si è ridotta a 0.84 g_m:

$$\frac{3.36 \text{ g}_m}{4} = 0.84 \text{ g}_m.$$

Esempio 8.

Un gruppo di archeologi ha fatto analizzare il carbonio presente su un dipinto rupestre. In alcuni pigmenti prelevati è stata rivelata una concentrazione di carbonio 14 pari a circa il 2,4% di quella originaria. Determinare l'età del dipinto. Soluzione

Sappiamo che dopo $T_{1/2} = 5730$ anni la quantità di carbonio-14 diminuisce della metà rispetto alla quantità iniziale N_0 . Applicando la legge di base $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ del decadimento radioattivo deriviamo:

- $\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot 5730}$, $\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot 5730}$, $\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln(e^{-\lambda \cdot 5730})$, $0.693 = \lambda \cdot 5730$
- $\lambda = \frac{0.693}{5730 \text{ a}} = 0.00012 \text{ a}^{-1}$, $N(t) = N_0 \cdot e^{-0.00012 \cdot t}$.

Sapendo che la percentuale residua misurata oggi di carbonio-14 è del 2,4% otteniamo:

$$\begin{aligned} \text{▪ } 0.0024N_0 &= N_0 \cdot e^{-\lambda t}; \quad 0.0024 = e^{-0.00012 \cdot t}; \quad \ln(0.0024) = -0.00012 \cdot t. \\ t &= \frac{\ln(0.0024)}{-0.00012} = \frac{-3.729}{-0.00012} = 31080 \text{ anni.} \end{aligned}$$

Si può concludere che il reperto è datato tra i 30.000 e i 32.000 anni fa.

Vogliamo ribadire che il metodo del radio carbonio fornisce un'età approssimata in quanto i campioni possono essere contaminati da materiale più antico o più recente. La contaminazione si riscontra frequentemente anche all'interno delle caverne. Ad esempio, nel dicembre 2019 fu annunciato il rinvenimento nell'isola di Sulawesi di pitture rupestri, che secondo i ricercatori risalivano a 35000-44000 anni fa. Nel gennaio 2021 su Science Advances fu pubblicato uno studio in cui si rendeva noto che un dipinto rupestre scoperto nel 2017 e datato con il metodo uranio-torio risaliva ad almeno 45500 anni fa. Il dipinto rappresenta un cinghiale con le verruche (*Suscelebensis*) e si trova nella grotta di Leang Tedongnge, sempre nell'isola Sulawesi.

Il metodo del radiocarbonio si applica fintanto che si abbiamo un'intensità di $^{14}_6\text{C}$ è sufficiente per determinarne l'attività. Dopo 10 o più emivite il ritmo di decadimento è così debole che il metodo non può essere più utilizzato.

Esempio 9

Un reperto viene analizzato con tecnica AMS-TID per essere datato. I rilevatori di $^{14}_6\text{C}$ e $^{12}_6\text{C}$ contano rispettivamente $N_{C14} = 6800$ atomi di $^{14}_6\text{C}$ e $N_{C12} = 1.36 \cdot 10^{16}$ atomi. Determinare l'età del reperto.

$$\frac{N_{C14}}{N_{C12}} = \frac{6800}{1.36 \cdot 10^{16}} = \frac{5000}{10^{16}} = \frac{0.5 \cdot 10^4}{10^{16}} = 0.5 \cdot 10^4 \cdot 10^{-16} = 0.5 \cdot 10^{-12}.$$

Sapendo che $\frac{N_0}{N_{12}} = 1.176 \cdot 10^{-12}$ e applicando $N_{C14}(t) = N_{C12} \cdot e^{-\lambda t}$ si si ottiene:

$$N_{C14}(t) = N_{C12}(t) \cdot e^{-\frac{0.693}{T_{1/2}}t} = N_{C12}(t) \cdot e^{-\frac{0.693}{5730}t}$$

$$t = \frac{5730a}{-0.693} \ln \left(\frac{0.5 \cdot 10^{-12}}{1.176 \cdot 10^{-12}} \right) = \frac{5730a}{-0.693} (-0.855) = 5730a \cdot 1.234 = 7072 \text{ anni.}$$

C. Correzione ai dati del carbonio-14

Un altro metodo di datazione col carbonio-14 radioattivo consiste nel ricavare il rapporto $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ presente nel campione.

La spettrometria di massa con acceleratore (AMS) è un metodo moderno di datazione al radiocarbonio ed è considerato il modo più efficiente di misurare la concentrazione del radiocarbonio di un campione. Il metodo AMS (Accelerator Mass Spectrometry) presenta il vantaggio di poter lavorare con campioni contenenti pochi milligrammi di un reperto e di fornire un risultato in un tempo molto più breve. Nel 1977 fu eseguita la prima misura di radiocarbonio con la tecnica della spettrometria di massa con acceleratore AMS. L'AMS misura i radioisotopi contando gli atomi direttamente e il loro infrequente decadimento $dN/dt = -N(\ln 2/t_{1/2})$. Il rapporto $(^{14}\text{C}/^{12}\text{C}) = 1.2 \times 10^{-12}$ e $t_{1/2} = 5730$ anni. 1 mg di carbonio organico moderno contiene: 60×10^6 atomi di ^{14}C .

La spettrometria di massa con acceleratore è 1 milione di volta più sensibile della datazione radiometrica come indica i dati seguenti:

- datazione radiometrica: $0.5 \text{ } ^{14}\text{C}$ atomi/ora;
- datazione con AMS: 5×10^5 atomi/ora di ^{14}C .

L'AMS non prevede il conteggio delle particelle beta, ma solo del numero di atomi di carbonio presenti nel campione e la proporzione degli isotopi del carbonio. La datazione assoluta di un campione è basata sulla misura, quindi, del rapporto tra i due isotopi ^{14}C e ^{12}C . Se, dalla morte dell'organismo e durante le fasi di preparazione del campione per la misura, non ci sono state contaminazioni o scambi di atomi di carbonio con altri sistemi interagenti, allora la quantità di carbonio-12 sarà rimasta costante mentre quella del carbonio-14 sarà diminuita esponenzialmente con un tempo di dimezzamento $T_{1/2} = 5730$ anni. Denotando con R la concentrazione atomica di ^{14}C in equilibrio con quella atmosferica la legge di decadimento è:

$$R(t) = R_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (8)$$

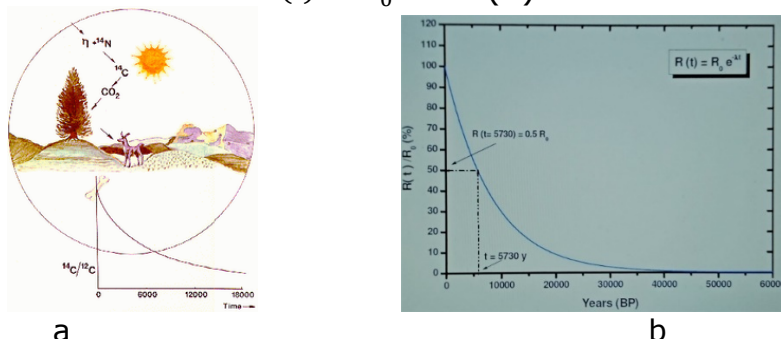


Figura 7.

(a)-(b). Decremento esponenziale del rapporto $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ dovuto al decadimento di ^{14}C .

Fonti. CEDAD. wikipedia.org.

Noto il valore del rapporto $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ al momento della morte di un organismo e quello al tempo presente, oggi, possiamo calcolare quanto tempo è trascorso. Negli organismi viventi il rapporto $^{14}\text{C}/^{12}\text{C} = 10^{-12}$, uguale a quello osservato

nell'atmosfera, poiché essi scambiano continuamente carbonio con l'ambiente circostante, mentre il rapporto $^{14}\text{C}/^{13}\text{C} = 10^{-10}$. Quando un organismo muore, però, lo scambio di carbonio cessa e il carbonio-14 presente nell'organismo (legno, ossa, conchiglie ecc.) inizia a decadere e la sua concentrazione decresce nel tempo esponenzialmente, per cui anche il valore del rapporto $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ diminuisce secondo lo stesso andamento.

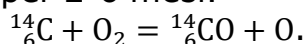
Se però si tiene conto del fatto che per ogni nucleo di ^{14}C che decade in un secondo ce ne sono $\frac{1}{3.83 \cdot 10^{-12}} = 2.6 \cdot 10^{11}$, possiamo pensare di misurare quanti sono gli atomi di ^{14}C in un campione, invece di misurare quanti ne decadono. La misura del numero di atomi per ciascuno isotopo del carbonio si ottiene utilizzando uno spettrometro di massa, che è in grado di separare fisicamente ioni di massa diversa che compiono diverse traiettorie in presenza di campi elettrici e magnetici.

PINCIPALI ISOTOPPI DEL CARBONIO

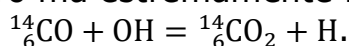
carbonio - 12	carbonio - 13	carbonio - 14
stabile	stabile	radioattivo
98.9%	1.1%	$1.2 \cdot 10^{-12}$
^{12}C	^{13}C	^{14}C
6 protoni 6 neutroni	6 protoni 7 neutroni	6 protoni 8 neutroni

Figura 8. Isotopi del carbonio. Fonti. CEDAD. wikipedia.org.

Il radiocarbonio viene immediatamente ossidato a monossido $^{14}\text{C}\text{O}$ rimanendo nell'atmosfera in questa forma per 2-6 mesi.



Il monossido di carbonio viene poi ulteriormente ossidato ad anidride $^{14}\text{C}\text{O}_2$ dal radicale ossidrile OH molto raro ma estremamente reattivo.



L'anidride $^{14}\text{C}\text{O}_2$ permane nell'atmosfera per 6-8 anni miscelandosi alle anidridi $^{13}\text{C}\text{O}_2$ e $^{12}\text{C}\text{O}_2$ e progressivamente entra nelle diverse "riserve" terrestri come la biosfera e l'idrosfera.

Le piante e altri organismi autotrofi fissano la CO_2 atmosferica producendo sostanze organiche, soprattutto carboidrati, attraverso la **fotosintesi clorofilliana**⁹, un processo presente in tutti gli organismi fotoautotrofi, che trasforma biologicamente l'energia luminosa in energia chimica, che a partire da sostanze inorganiche (CO_2 e H_2O) produce sostanze organiche e ossigeno, mediante la reazione fondamentale:

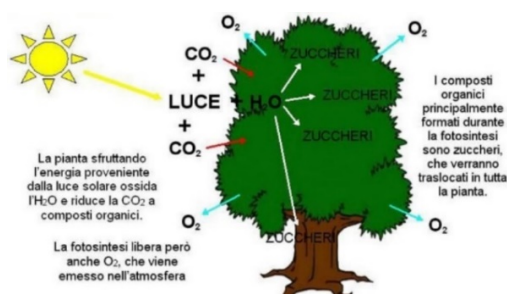
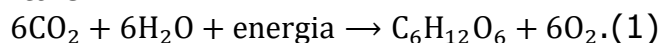


Figura 9. Schema della fotosintesi clorofilliana. Fonte.wikipedia.org.

⁹ La quantità di energia solare catturata dalla fotosintesi è immensa, dell'ordine dei 100 TW (Terawatt) all'anno, che è circa sei volte quanto consuma attualmente la civiltà umana (14 TW anno). La fotosintesi trasforma circa $115 \cdot 10^9$ Kg di carbonio in biomassa ogni anno.

I principali meccanismi di **fotosintesi clorofilliana** sono: la Calvin-Benson, o C3, la Hatch-Slack, o C4, e la CAM. Le piante a C3 prosperano nei climi temperati e la fotosintesi è attiva di giorno, mentre di notte chiudono gli stomi e diventano consumatrici di ossigeno. Le piante C4 vegetano nei climi caldi con ridotta disponibilità idrica e ricorrono a un processo differente per la fissazione della CO₂. La fotosintesi CAM (Metabolismo Acido delle Crassulacee) è un ciclo metabolico di fissazione del carbonio che consente di ottimizzare l'attività fotosintetica in ambienti estremi, quali quelli desertici.

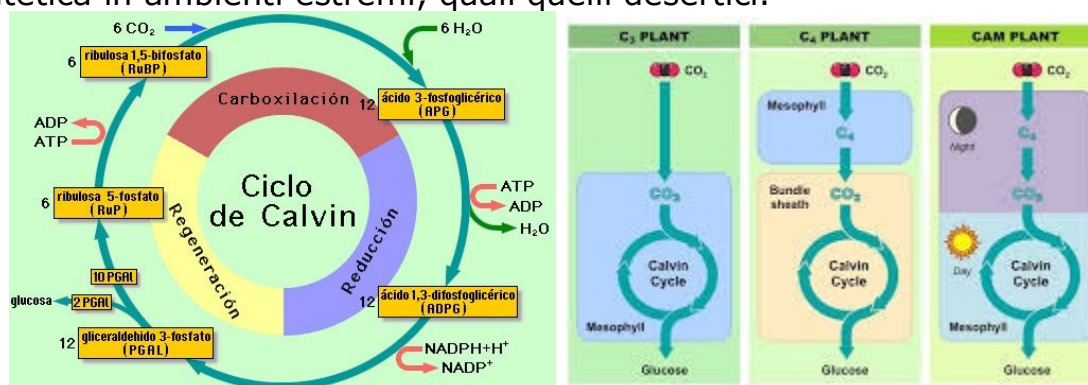


Figura 10. I principali meccanismi della fotosintesi clorofilliana. Fonte.wikipedia.org.

Le piante C3 convertono la CO₂ atmosferica in un composto fosfoglicerato con tre atomi di carbonio, mentre le piante C4 convertono la CO₂ in acido dicarbossilico, un composto a quattro-C. Gli isotopi del carbonio sono fortemente frazionati dalla fotosintesi ed i processi C3 e C4 danno luogo a differenti frazionamenti isotopici. L'effetto è più cospicuo per il processo C3. In questo processo, infatti, la quantità di ¹³C assorbita è del 2-3.2 %, a seconda del tipo di pianta (in media del 2.7 %), meno di quanto ci si aspetterebbe se non ci fosse assorbimento selettivo. Si ritiene che la quantità di ¹⁴C assorbita sia quindi minore del 4-6.4% (in media del 5.4 %). Per il processo C4 i valori misurati sono inferiori (dal 0.9 all' 1.7 %, media 1.3 %) per il ¹³C.

Le ipotesi che il tasso di produzione di ¹⁴C rimanga costante nel tempo, che il valore $R_{14} = \frac{^{14}\text{C}}{C_{\text{totale}}} \approx 10^{-12}$ non vari nel tempo e che non ci siano state contaminazioni nel reperto, cioè che il sistema sia rimasto chiuso dal momento della morte all'istante del ritrovamento (oggi), presentano criticità che è opportuno discutere.

- 1.1 Il tasso di produzione di ¹⁴C attivata dai raggi cosmici varia con la latitudine di un fattore circa 5 fra i poli e l'equatore per l'effetto del campo magnetico terrestre, la cui intensità è maggiore ai poli. Queste variazioni sono, però, compensate dai flussi atmosferici che rimescolano completamente l'aria intorno alla Terra in tempi brevi rispetto al tempo di decadimento: quindi la (1) è fondata e corretta.
- 2.1 Il frazionamento isotopico biosintetico tra i tre isotopi del carbonio varia fino 3-4%. Tale variazione è innescata dai tre cicli (C3, C4 e CAM) della fotosintesi clorofilliana. Il processo fotosintetico per la fissazione della CO₂ è la principale fonte di variazione del frazionamento isotopico, in particolare del rapporto ¹³C/¹²C. In questo processo, la quantità di ¹³C assorbita è in media del 2.7 % in meno di quanto ci si aspetterebbe se non ci fosse assorbimento selettivo e per

estrapolazione si pensa che la quantità di ^{14}C assorbita sia quindi minore, pari in media del 5.4 %. Per la catena chimica C4 i valori misurati sono inferiori in media dell'1.3 %.

Il frazionamento isotopico è responsabile, quindi, di una variazione della frazione di ^{14}C negli esseri viventi rispetto all'atmosfera e la datazione radiocarbonica risulta falsata, in quanto nel campione da analizzare, la frazione di ^{14}C residuo non è determinata solo dal tempo trascorso dopo la morte (decadimento radioattivo), ma anche dall'entità del frazionamento isotopico. L'errore si può correggere misurando il rapporto $^{13}\text{C}/^{12}\text{C}$ nel reperto da datare. Poiché l'isotopo ^{12}C è stabile, una sua variazione rispetto al valore "normale" $\delta\text{C}_{13} = -25 \text{ ‰}$ è dovuta esclusivamente al frazionamento isotopico che può così essere quantificato¹⁰. È stato verificato sperimentalmente che se l'entità del frazionamento isotopico di ^{14}C è tale che $\delta\text{C}_{14} \approx 2\delta\text{C}_{13}$, allora il rapporto R_{14} vale:

$$R_{14} = \frac{^{14}\text{C}}{\text{C}_{\text{totale}}} \approx 10^{-12}.$$

Il δC_{13} è utilizzato per "normalizzare" le misure di attività specifica o della frazione $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ ed ottenere quindi datazioni convenzionali corrette per il frazionamento isotopico corrette C_{13} . La correzione degli effetti dei frazionamenti isotopici su R_{14} di un campione si effettua mediante il rapporto tra la differenza in parti per mille tra $^{13}\text{C}/^{12}\text{C}$ presente nel campione e il rapporto standard¹¹ assunto come riferimento ($^{13}\text{C}/^{12}\text{C}$)_{PDB}:

$$\delta\text{C}_{13} = \left[\frac{(^{13}\text{C}/^{12}\text{C}) - (^{13}\text{C}/^{12}\text{C})_{\text{PDB}}}{(^{13}\text{C}/^{12}\text{C})_{\text{PDB}}} \right] \times 1000. \quad (2)$$

Quindi tutte le datazioni al radiocarbonio vanno corrette per tenere conto dello effetto di frazionamento utilizzando la formula seguente di Stuiver e Polach:

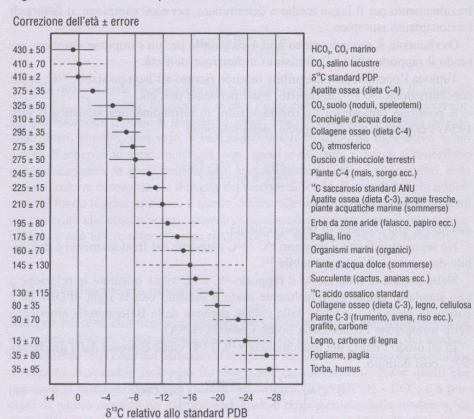
$$\left(\frac{^{14}\text{C}}{^{12}\text{C}} \right)_{\text{corretto}} = \left(\frac{^{14}\text{C}}{^{12}\text{C}} \right)_{\text{non corretto}} \left[\frac{1 - (25/1000)}{1 + (\delta\text{C}_{13} \text{ campione} / 1000)} \right] \quad (3)$$

Table 2.1 Approximate $\delta^{13}\text{C}$ values for various materials. The ranges on these data are typically ± 2 or 3 ‰ , but greater variability is possible. Each per mil deviation from -25 ‰ represents ca. 16 years (from Bowman, 1990, with minor modifications by the author)

Material	$\delta^{13}\text{C}$ value (‰)
Wood, peat and many C_3 plants	-26
Bone collagen*	-19
Freshwater plants (very variable)	-16
Arid zone plants (C_4 plants)	-13
Marine plants	-15
Atmospheric CO_2	-8
Marine carbonates	-0

* For direct or indirect C_3 consumers.

Figura 3.20 Valori del $\Delta^{13}\text{C}$ per le varie sostanze



Fonte: Gupta, Polach, Radiocarbon Dating Practices at ANU-ANU, Canberra, 1986

Figura 11. Valori tipici di δC_{13} per i diversi materiali e per le diverse sostanze.

¹⁰ Si definisce " δC_{13} " la variazione della frazione $\text{C}_{13}/\text{C}_{12}$ del campione in esame rispetto a quella dello standard di riferimento internazionale **VPDB** (Vienna Pee Dee Belemnite) costituito da carbonato di calcio fossile ($\text{C}_2\text{H}_2\text{O}_4$), la cui attività è pari al 95% del primo standard assoluto "1890 wood". Un " δC_{13} " pari a -25 ‰ indicherebbe un frazionamento isotopico convenzionalmente nullo nel campione.

¹¹ PDB: Pee Dee Belemnite, sono formazioni dolomitiche del cretaceo nella Carolina del Sud, USA).

Il δC_{13} per i molluschi marini varia da -1 a +4, per i molluschi di acqua dolce varia da -8 a -12. Invece, il rapporto $^{14}C/^{12}C$ è arricchito il doppio del rapporto $^{13}C/^{12}C$, come è stato già sottolineato. I serbatoi (reservoir) di riserva del carbonio sono: oceani, fiumi, laghi, atmosfera, organismi che interagiscono con più riserve di radiocarbonio, ambienti vulcanici. Ogni spostamento rispetto al rapporto -25 per mille significa che la data deve essere corretta utilizzando la (3). La datazione di un qualsiasi organismo dipende dalla concentrazione di radiocarbonio nella riserva con cui l'organismo stesso ha interagito nel corso della propria vita. Osserviamo che le sostanze che hanno subito un forte arricchimento in ^{12}C saranno più povere in ^{14}C , a parità di tempo. Per questo motivo viene misurato il rapporto $^{13}C/^{12}C$ nel campione, confrontato con quello dello standard e normalizzato ad un valore normale per quella matrice. Questa correzione viene applicata direttamente in laboratorio e l'età radiometrica indicata ne tiene conto.

L'errore assoluto dell'età radiometrica è espresso dalla **deviazione standard**,

$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{n-1}}$, che è una stima della variabilità di una popolazione di dati o di una variabile casuale. Ad esempio, se la datazione assoluta di un reperto ha fornito un'età $t = 18500 \pm 140$ significa che con l'intervallo di confidenza è del 68,3% (1σ), ossia che la probabilità che il valore vero della datazione appartenga all'intervallo (18360 – 18640) anni è del 68,3%.

L'assunto che dopo la morte i campioni da datare siano rimasti incontaminati non è in realtà fondato. Non si può escludere che non ci siano state contaminazioni con l'esterno. Quindi, se un campione ha assorbito carbonio fossile l'età calcolata risulta maggiore per cui il campione risulta più invecchiato, al contrario l'assorbimento di carbonio moderno si traduce in un ringiovanimento apparente.

La contaminazione di un reperto si presenta quando essi provengono da organismi vissuti in fondo ad oceani, mari o laghi, dove la "riserva" di carbonio può avere una composizione isotopica molto diversa da quella atmosferica. In questi casi scattano due fenomeni convergenti: la diffusione in profondità dell'anidride carbonica si verifica con un certo ritardo; le rocce calcaree dei fondali che hanno età di milioni di anni subiscono una dissoluzione indotta dall'acido carbonico H_2CO_3 dell'acqua, liberando carbonio privo di ^{14}C . Ne consegue che le datazioni sono affette da errori con un ordine di grandezza di secoli o millenni.

Ad esempio, un geologo vuole datare il carbonio delle diatomee, una microalga di un lago, nel cui bacino idrologico è presente del carbone vecchio, che contiene pochissimi atomi di ^{14}C , per cui l'errore assoluto è piccolo, perché l'attività radioattiva del campione è molto bassa e, quindi, il campione sarà di poco più «vecchio». Se invece il tecnico di laboratorio manipola il campione con le mani contaminandolo con una goccia di sudore, allora aumenta di molto il contenuto di ^{14}C del campione e la sua età diventa molto recente.

Proponiamo, a questo punto, un esempio di correzione $(\delta C_{13})_{PDB}$ causata dal frazionamento isotopico, che ha determinato un forte arricchimento in ^{12}C e conseguentemente un impoverimento di ^{14}C , a parità di tempo. Si misura, pertanto, il rapporto $^{12}C/^{13}C$ nel campione e lo si confronta con quello dello standard, normalizzandolo al valore normale per quella riserva. Questa correzione viene applicata direttamente in laboratorio e l'età radiometrica indicata ne tiene conto. Si veda in proposito la fig.12 e la tabella 1.



GEOCHRON LABORATORIES
a division of Krueger Enterprises, Inc.
711 CONCORD AVENUE • CAMBRIDGE, MASSACHUSETTS 02138-1002 • U. S. A.
TELEPHONE: (617)876-3691 TELEFAX: (617)861-0148 E-MAIL: staff@geochronlabs.com

RADIOCARBON AGE DETERMINATION Our Sample No. GX-24300-AMS Your Reference: sample for Furio Finocchiaro Submitted by: Dr. Furio Finocchiaro Dipartimento di Scienze Geologiche Ambientali e Marine Università Degli Studi di Trieste via E. Weiss, 2 34127 Trieste, Italia	REPORT OF ANALYTICAL WORK Date Received: 07/03/98 Date Reported: 08/28/98
---	---

Sample Name: **ANTA 96-08 (35-37)**

AGE = **17,330 ± 120 14C years BP (13C corrected).**

Description: Sample of total organic matter.

Pretreatment: The entire sample was dispersed in a large volume of water and the clays and organic matter were eluted away from any sand and silt by sedimentation and decantation. The clay/organic fraction was then treated with hot dilute HCl to remove any carbonates. It was then filtered, washed, dried, and roasted in oxygen to recover carbon dioxide from the organic matter for the analysis.

The sample was very small and analysis by accelerator mass spectrometry (AMS) was required.

Comments:

$\delta^{13}C_{org}$ = **-27.2 ‰**

Notes: This data is based upon the Libby half life (5570 years) for 14C. The error stated is ± 1σ as judged by the analytical data alone. Our modern standard is 95% of the activity of N.B.S. Oxalic Acid.
The age is referenced to the year A.D. 1950.

SPECIALISTS IN GEODATACHRONOLOGY & ISOTOPE GEOLOGY

Correzione per il frazionamento isotopico

Materiale datato	Correzione
Legno	0 anni
Collagene animale	96 anni
Piante di fiume	144 anni
Piante di deserto	192 anni
Piante marine	208 anni
Mais	240 anni
Coralli e gusci calcarei	400 anni

Tabella 2

Figura 12. Fonte. GFGeol-STAN datazioni.

D. Curva di calibrazione INTCAL 98

L’errore commesso nella datazione assoluta al radiocarbonio di un reperto è la conseguenza sia dell’errore statistico-probabilistico, sia dell’errore derivante dall’analisi della concentrazione residua del n. L’età calcolata è “un’età convenzionale”¹², la quale è diversa dall’età “vera” a causa della non costanza della concentrazione nell’atmosfera o di altri serbatoi terrestri. Il fatto, però, che nel periodo compreso tra 1950 (anno zero=presente) e 24.000 anni fa sia stato possibile eseguire misurazioni e datazioni congiunte, di età convenzionali e di età assolute, sugli stessi materiali, ha permesso di costruire una «curva di calibrazione» mediante la quale si risale dall’età convenzionale all’età vera. La curva di calibrazione nota come INTCAL 98, che si estende fino a 24.000 anni, è basata sulle misure per la ricostruzione storica del Δ(14C) è riportata in fig.13.

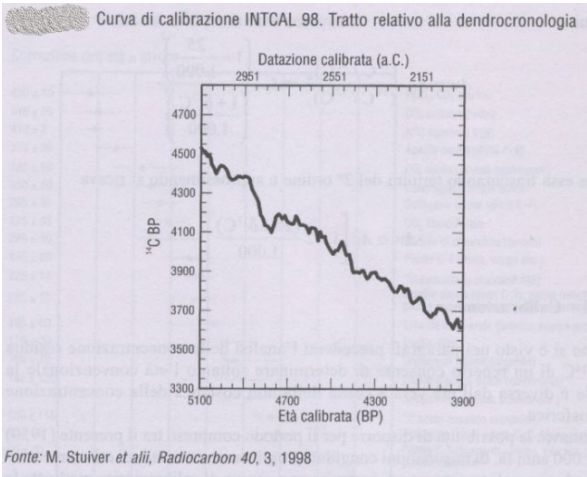


Figura 13. Curva di calibrazione INTCAL 98. L’età convenzionale in BP è riportata in ordinata. L’età convenzionale è riportata in ascissa in basso. L’età calibrata, corretta in A.D. è segnata in alto.

¹² L’età convenzionale BP (Before Present, prima del 1950). L’età A.D., Anno Domini, A. C.) è espressa in tempo storico.

118

Un episodio eclatante di datazioni al radiocarbonio errate si è verificato nel 1959 quando furono determinate le età di reperti provenienti dall'Egitto e appartenenti, per attribuzione storicamente certa, al terzo millennio a.C. Ma le età ottenute risultarono più giovani di alcune centinaia di anni. Emerse, allora, l'esigenza di individuare «archivi di ^{14}C », cioè di materiali che conservassero traccia della concentrazione di ^{14}C nell'atmosfera, dei quali fosse nota l'età. Tali archivi furono individuati negli anelli degli alberi i quali scambiano con l'atmosfera soltanto nell'anno in cui si formano. Una volta formati non sono più in grado di scambiarlo e, pertanto, la concentrazione di ^{14}C decade secondo la nota legge esponenziale. Ne segue che la misura attuale della concentrazione di ^{14}C di un anello consente di risalire a quella dell'anno in cui si è formato se di esso si conosce l'età.



Figura 14. Anelli di accrescimento del legno di un tronco di un pino marittimo, *Pinus pinaster*, di circa 45 anni. Gli anelli del legno primaverile sono chiari mentre quelli del legno estivo e autunnale, costituito da cellule di diametro minore rispetto a quelle del legno primaverile, forma anelli più scuri. Fonte: archivio fotografico del redattore.

La dendrocronologia, quindi, è un metodo che permette di determinare sia l'età dei singoli anelli appartenenti a un medesimo albero, sia di ricostruire l'intera sequenza temporale nel caso in cui due alberi siano vissuti in periodi parzialmente sovrapposti. A tal fine si utilizzano alberi di lunga vita, quali *Pinus aristata*, *Sequoia gigantea* e querce. Oggi si dispone di una serie continua di anelli che va dal presente a circa 13.000 anni convenzionali BP. Sulla serie in parola sono state eseguite misurazioni di ^{14}C . Poiché è nota l'età, dalle misure è stato possibile determinare la concentrazione di ^{14}C nell'anno della formazione dell'anello.

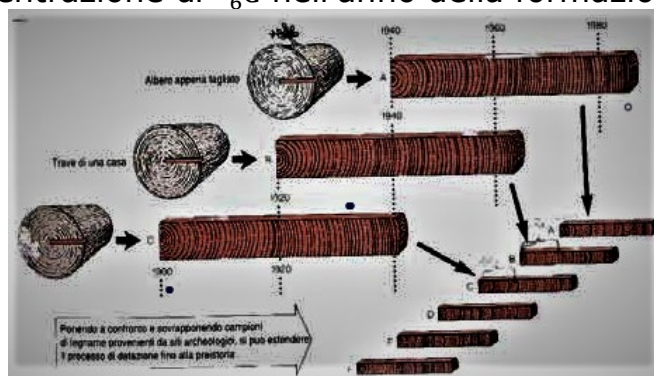


Figura 15. Sequenze di accrescimento anulare degli alberi. Fonte. CEDAD. Uni Salento.

La procedura di calibrazione con la dendrocronologia si realizza attraverso i seguenti passaggi:

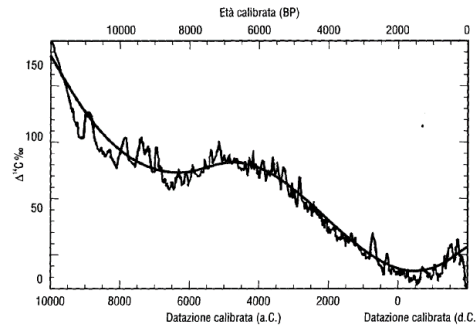
- i. si determina l'età di un anello per via dendrocronologica;

- ii. si misura la concentrazione di radiocarbonio nello stesso anello;
- iii. si corregge la misura al $^{14}_6\text{C}$ per il decadimento radioattivo dall'anno dicrescita;
- iv. si ottiene un punto della curva di calibrazione

La variazione della concentrazione di $^{14}_6\text{C}$ nel tempo, è espressa dal parametro:

$$\Delta^{14}_6\text{C} = \frac{C_0 - C_0^*}{C_0} \times 1000.$$

Questo risultato ha permesso di ricostruire la storia della variazione relativa della concentrazione iniziale C_0 del $^{14}_6\text{C}$, rispetto a C_0^{*13} . La curva di variazione di $^{14}_6\text{C}$ nel tempo è riportata in fig. 16.



Fonte: M. Stuiver, T.F. Braziunas, *Radiocarbon* 35, 1, 1993

Figura 16. Andamento temporale della variazione di $^{14}_6\text{C}$ nell'atmosfera dal presente a circa 12000 anni fa, basata sulla dendrocronologia.

L'interpretazione della fig.10 suggerisce che le variazioni di $^{14}_6\text{C}$ possono essere attribuite alla sovrapposizione di due componenti, una, a lungo termine, dovuta alle variazioni del campo geomagnetico, l'altra a variazioni molto rapide indotte sia dal ciclo undecennale dell'attività solare che dalle macchie solari, che sono caratterizzate da una temperatura minore e da una intensa attività magnetica.

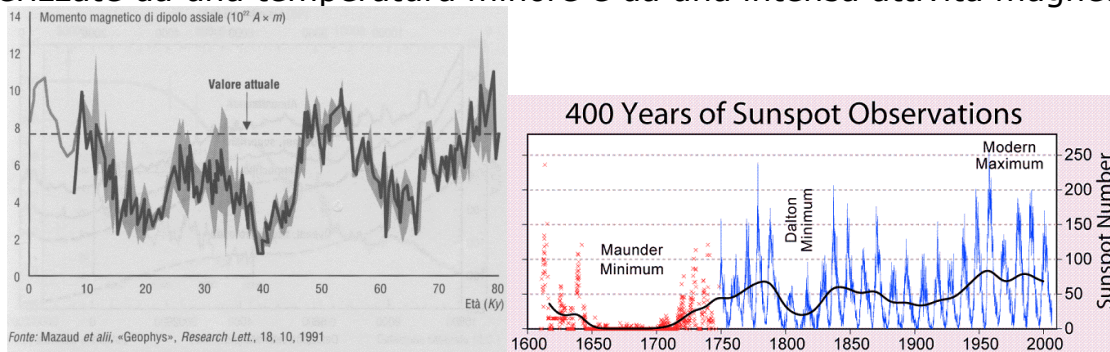


Figura 17. (a). Andamento temporale del campo geomagnetico negli ultimi 80000 anni. (b). Variazioni nel tempo dell'attività delle macchie solari dal 1600 a 2000 circa, che influenza la formazione del $^{14}_6\text{C}$ nell'alta atmosfera. Fonte: GFGeol-STAN datazioni.

La curva di calibrazione INTCALO4 è stata estesa fino a 13000 anni BP attraverso la sovrapposizione di curve calibrate con datazione incrociata di anelli di accrescimento di tronchi di querce e pini di periodi diversi provenienti da regioni geografiche diverse. In fig. 18 sono illustrati i periodi temporali convenzionali misurati in BP.

¹³ Il Modern Reference Standard (MRS), fu costruito presso il National Bureau of Standards (USA) ed è riferito all'anno 1950, l'anno zero convenzionale.

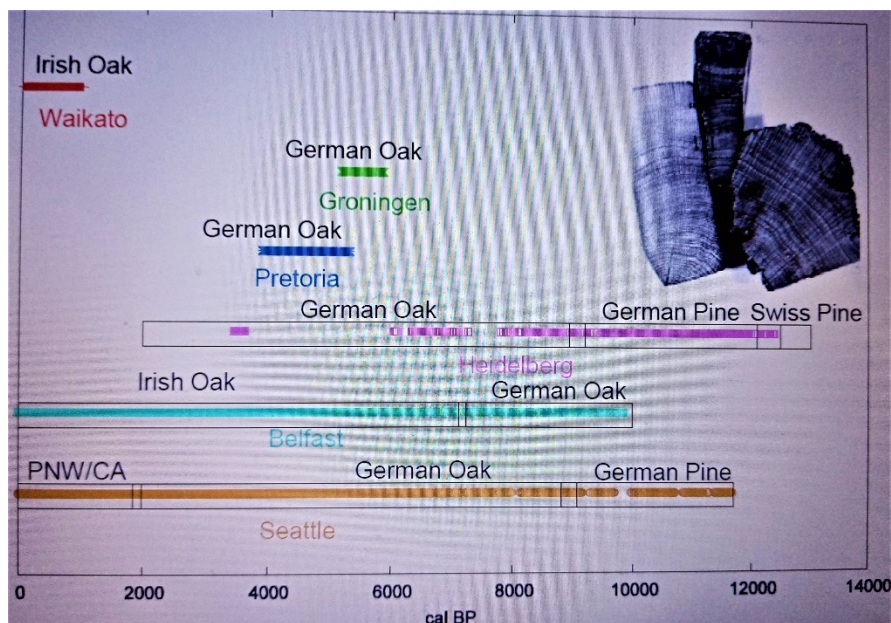
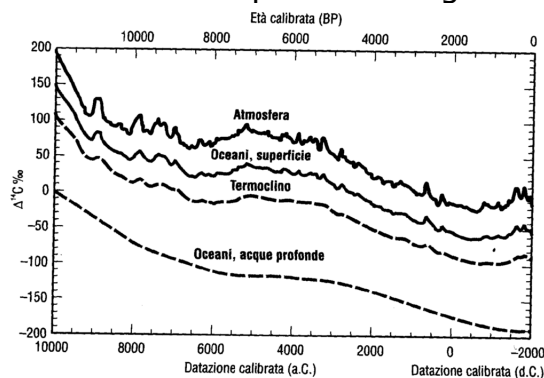


Figura18. Copertura ad anello per IntCal04: fino a 13000 anni BP.

E. Curve di calibrazione per dati marini

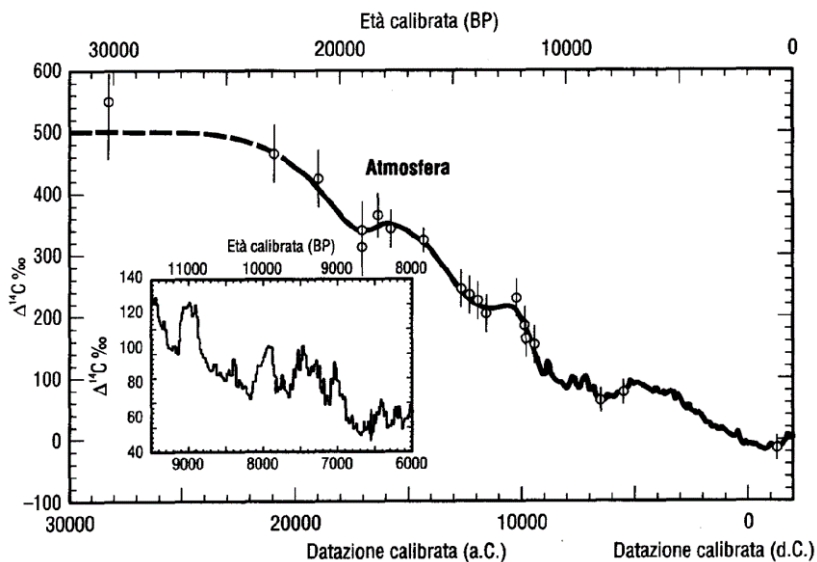
Altri serbatoi che presentano una variazione di ^{14}C sono gli oceani. L'anidride carbonica atmosferica $^{12}\text{C}_2$ e quella pesante $^{14}\text{C}_2$, infatti, si diffondono nell'idrosfera secondo processi convettivi che conducono a un equilibrio dinamico. Ne consegue che nei diversi strati degli oceani si ritrova distribuito la $^{14}\text{C}_2$ con concentrazioni che riflettono quella atmosferica, ma con tempi di residenza che crescono con la profondità. Ciò comporta che la concentrazione di $^{14}\text{C}_2$ nei vari strati dipende dalla profondità ed è diversa per ciascuno strato. Per cui è problematico la misura diretta di $^{14}\text{C}_2$ perché risulta sensibilmente ridotto il numero di reperti (conchiglie, coralli ccc.) di cui determinare l'età assoluta con altri metodi. Ciò nonostante è stata ricostruita la storia della concentrazione del ^{14}C per i diversi strati degli oceani, ricorrendo a un modello matematico fenomenologico, ottenuto misurando sperimentalmente la concentrazione della $^{12}\text{C}_2$ atmosferica e i parametri di scambio derivati dalle misure dei coefficienti di diffusione nei liquidi. Le curve di calibrazione ricavate sono riportate in fig.19.



Fonte: M. Stuiver, T.F. Braziunas, *Radiocarbon* 35, 1, 1993

Figura 19. Curve di calibrazione basate sulla variazione di ^{14}C nell'atmosfera e negli strati di acqua oceanica, dalla superficie alle acque profonde.

A partire dai primi anni Novanta, i risultati di misurazioni congiunte ^{14}C e U/Th, eseguite su coralli e tenendo conto delle relazioni tra la concentrazione di ^{14}C tra atmosfera e strato superficiale dell'oceano (età apparente circa 400 anni), è stata eseguita una estensione temporale della «storia» di ^{14}C atmosferico fino a circa 22.000 anni dal presente.



Fonte: M. Stuiver, T.F. Braziunas, *Radiocarbon* 35, 1, 1993

Figura 20. Variazione di ^{14}C nell'atmosfera negli ultimi 22000 anni.

La curva di variazione INTCAL 98 è stata calibrata sulla dendrocronologia e sulla cronologia dei coralli e delle varve marine¹⁴, che sono stati datati applicando il metodo dell'Uranio-Torio. L'intervallo temporale si estende dal 1950 fino all'anno 13.635 a.C. L'impiego di materiale marino ha reso necessaria un'assunzione per l'età apparente del serbatoio (reservoir), che è stata di 400 anni per età inferiori a 10000 BP e di 500 anni per età superiori.

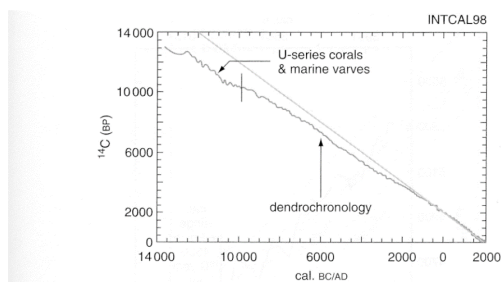
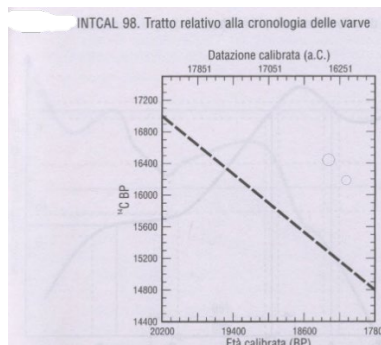


Figure 2.6 The INTCAL calibration curve back to ca. 15 600 cal. BP. The right-hand section of the curve is based on a comparison between dendrochronological and radiocarbon ages on wood samples, while the left-hand part is based on paired radiocarbon and U-series dates on corals, and radiocarbon-dated marine varves (after van der Plicht, 2002). Reproduced by permission of Stichting Netherlands Journal of Geosciences



Fonte: M. Stuiver et alii, *Radiocarbon* 40, 3, 1998



Figura 21. a (a). Curva di calibrazione INTCAL98 per coralli e varve marine. (b). Tratto relativo alla curva delle varve. (c) Varve del Pleistocene a Scarborough Bluffs, Toronto, Ontario, Canada. Le varve più larghe sono spesse più di mezzo pollice. Fonti. (a) e (b). 12 GFGeol-STAN datazioni. (c). wikipedia.org.

¹⁴ La parola *varva* indica uno strato annuale di una roccia sedimentaria marina o lacustre. INTCAL 98 è stata costruita sull'analisi delle varve marine del bacino anossico denominato *Cariaco Basin*, Venezuela.

In fig. 22 sono riportati i tratti della curva INTCAL98 relativi all'Olocene medio e alla cronologia dei coralli.

Le varve sono sedimenti marini e glacio-lacustri. In entrambi i tipi due lamine rappresentano un anno di sedimentazione. Le varve clastiche hanno una lamina grossolana e una fine: quella grossolana è dovuta a sedimentazione primaverile ed estiva; quella fine a sedimentazione invernale.

Le varve organo-clastiche presentano un'alternanza di una lamina detritica grossolana, che si forma in primavera, e una lamina fine organica, con alghe diatomee, che si forma in estate.

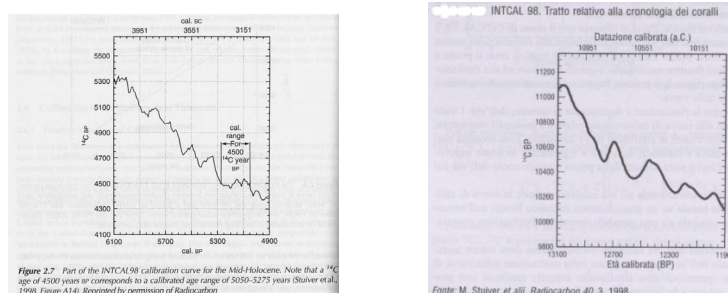


Figura 22.

(a) Parte di INTCAL 98 per l'Olocene¹⁵ medio. (b). Tratto relativo alla cronologia dei coralli.

F. Effetti delle attività antropiche sulla variazione di ^{14}C nell'atmosfera terrestre

Altre sorgenti di variazione del rapporto $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ nell'atmosfera è l'Era industriale, con l'utilizzo su vasta scala di combustibili fossili, come il carbone, che ha ridotto notevolmente la concentrazione di radiocarbonio nell'atmosfera con immissione di «carbonio vecchio», noto come effetto Suess, che determina un invecchiamento apparente. Le bombe nucleari sganciate su Hiroshima e Nagasaki e quelle fatte esplodere per gli esperimenti nucleari nell'atmosfera, condotti a partire dagli anni cinquanta del Novecento, hanno considerevolmente aumentato il livello di carbonio-14 nell'atmosfera. L'arricchimento in carbonio moderno dovuto all'immissione di radioisotopi e di radiocarbonio "artificiali" è noto come "Bomb Peak", che comporta un ringiovanimento apparente. È, quindi, necessario misurare la concentrazione di ^{14}C in modo indipendente per correggere l'età di radiocarbonio.

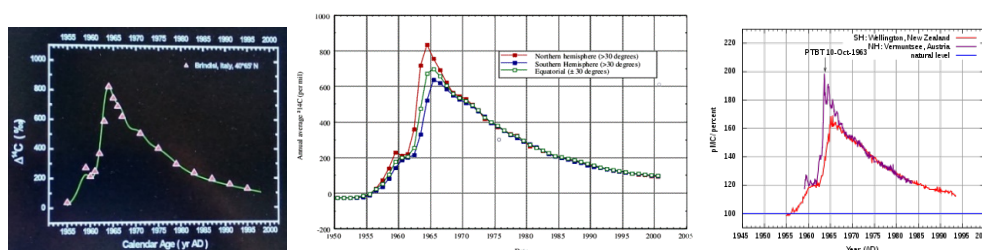


Figura 23. Variazione di $\Delta^{14}\text{C}(\text{‰})$ nel periodo 1950-2000 per effetto Bomb-peak.

¹⁵ L'Olocene è l'epoca in cui ci troviamo, che ha avuto inizio 11700 anni fa. È la seconda epoca del periodo Quaternario, che si estende da 2.8 milioni di anni fa ad oggi.

La curva mostra un picco che riflette i test di armi nucleari nell'atmosfera alla fine degli anni '50 e all'inizio degli anni '60, che causano quasi un raddoppio dell'attività del ^{14}C .

Una nuova curva di calibrazione per la conversione delle età del radiocarbonio in età calibrate (cal) è stata costruita e ratificata a livello internazionale per sostituire IntCal98, che si estendeva da 0-24000 BP. Il nuovo set di dati di calibrazione per i campioni terrestri si estende da 0 a 26000 anni BP, ma con una risoluzione molto più elevata pari a oltre 11400 anni BP rispetto a IntCal98. I campioni di anelli degli alberi datati con la dendrocronologia coprono il periodo compreso tra 0 e 12400 anni BP. Oltre la fine degli anelli degli alberi, i dati dei registri marini, coralli e foraminiferi, vengono convertiti nell'equivalente atmosferico con una correzione del serbatoio marino specifica per il sito per fornire una calibrazione terrestre da 12400–26000 BP.

La curva di calibrazione del radiocarbonio IntCal04 da 0-26000 anni tracciata dai dati a cui si fa riferimento in Reimer et al. (2004b) è riportata in fig. 24.

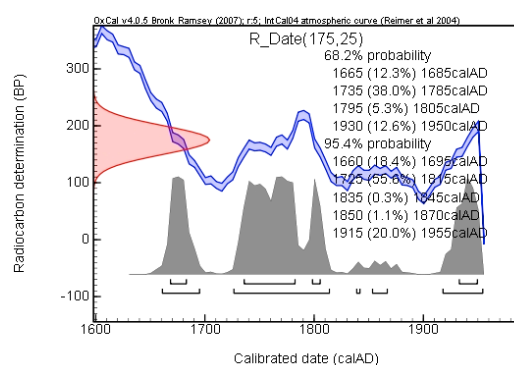


Figura 24.

Le curve di calibrazione al radiocarbonio IntCal04 e Marine04 sono state aggiornate da 12000 BP a 50000 anni BP, utilizzando i nuovi insiemi di dati disponibili per coralli incontaminati e altri carbonati e per la quantificazione dell'incertezza nelle scale temporali di ^{14}C e calendario, come stabilito nel 2002.

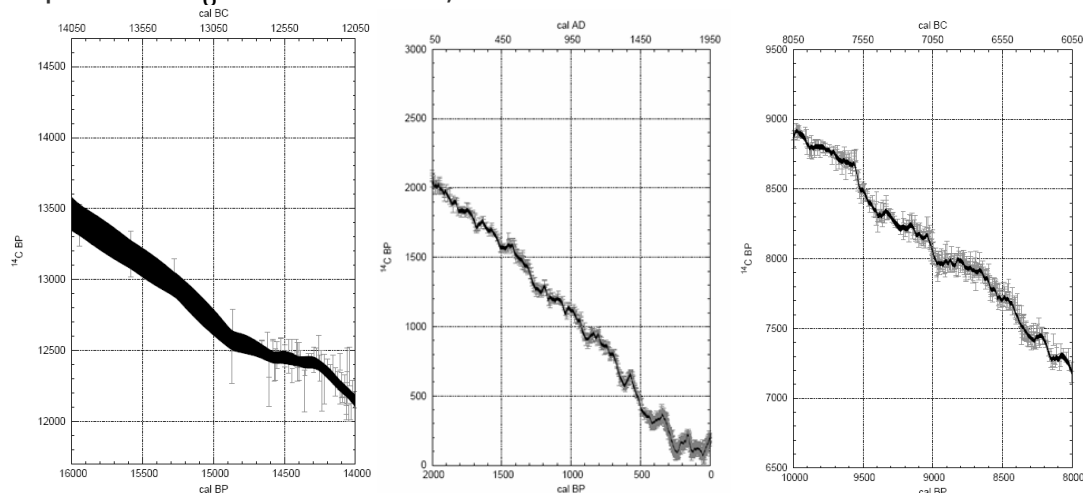


Figura 25. Curve di calibrazione del radiocarbonio IntCal04.

Un esempio di calibrazione con la curva terrestre IntCal04 è rappresentato dalla datazione al radiocarbonio di due individui inumati in due tombe ritrovate nel

Parco Archeologico Populonia-Baratti e denominate T11 e T12. In fig.26 sono riportate entrambe le curve, le cui età hanno un livello di confidenza di 2σ.

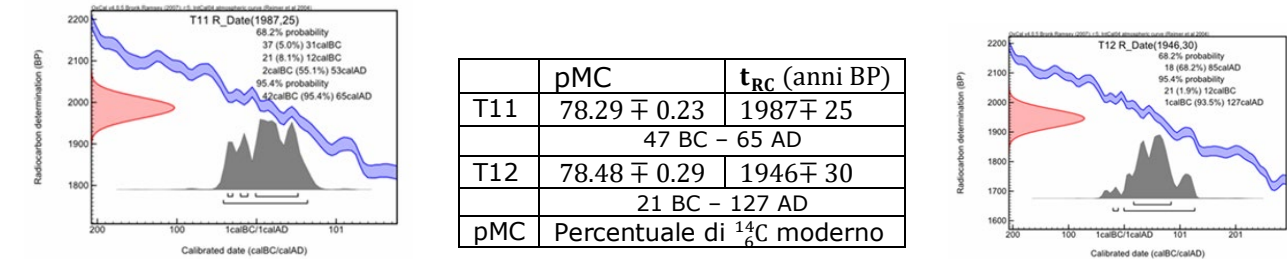


Figura 26. Fonte. Calabrisotto et alii. Radiocarbon, Volume 51, 2009.

Riportiamo alcune datazioni eseguite con la tecnica ¹⁴C-AMS- radiocarbonio con spettrometria di massa con acceleratore- presso il LABEC dell’Università di Firenze, che ha permesso di valutare i rapporti ¹⁴C/¹²C ¹³C/¹²C e di ricavare il valore percentuale di carbonio moderno, pMC, da cui si è ricavata l’età convenzionale, t_{RC}, del campione. L’età è stata poi ricalibrata con la curva di calibrazione INTCAL04, e convertita in età di calendario. La datazione si riferisce alla cessazione di scambio di anidride carbonica tra il campione e l’atmosfera e/o la sua morte, e non sempre è necessariamente correlata alla stratigrafia del terreno. Le curve di calibrazione di due campioni sono riportate nelle fig. 27 e 28.

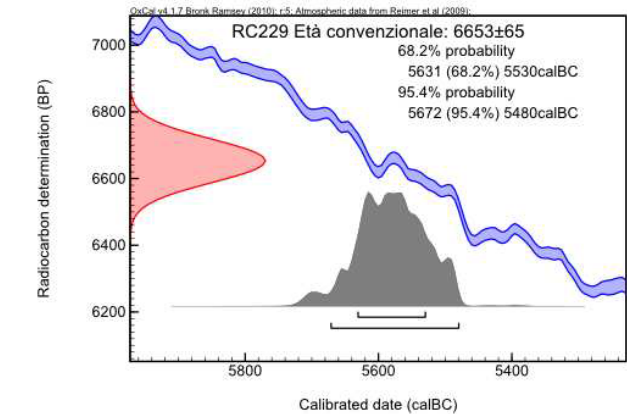


Figura 27. Curva di calibrazione per il campione identificato col codice RC229.

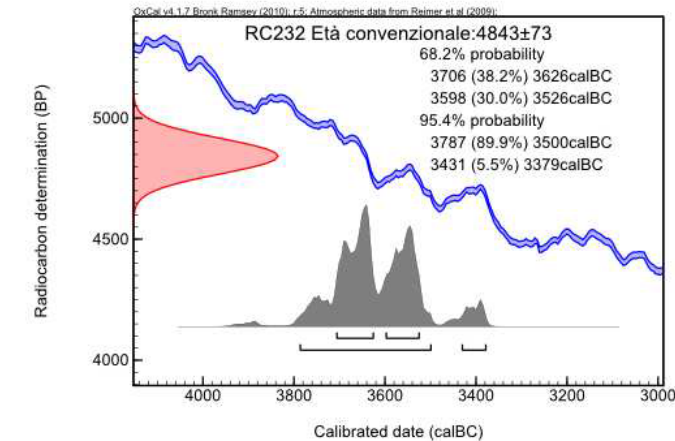


Figura 28. Curva di calibrazione per il campione identificato come RC232.

Le datazioni sono riferite alla cessazione di scambio di anidride carbonica tra il campione e l'atmosfera, ovvero alla sua morte. Un campione si definisce "moderno" se ha un'età calibrata ≤ 200 anni BP.

Riportiamo in fig.29 la curva di calibrazione della datazione al radiocarbonio della "mummia" del Similaun.

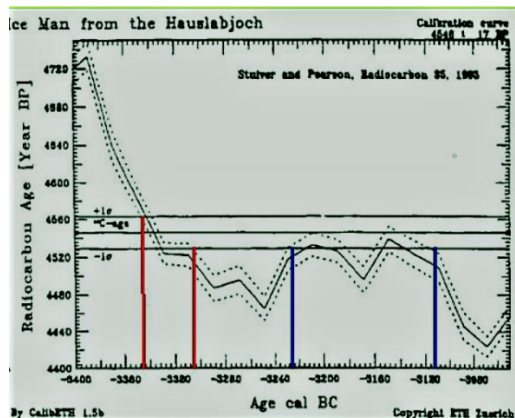


Figura 29. Curva di calibrazione della mummia del Similaun.

Osservando la curva si ricava:

- la data radiocarbonio convenzionale che è pari a: 4550 ± 19 BP (1σ , confidenza del 68,3%).
- La data calibrata pari a: 3370-3320 BC (primo range, 2σ , confidenza del 95,4%) 3230 -3100 BC (secondo range, 2σ , confidenza del 95,4%).

La presenza di due range è dovuta all'andamento seghettato della curva di calibrazione. Possiamo perciò concludere che l'uomo del Similaun è vissuto, con 95 probabilità su 100, tra il 3370 ed il 3100 a.C.

Attualmente le curve di calibrazione ratificate nella 20-esima Conferenza Internazionale Radiocarbon del giugno 2009 sono:

- INTCAL09 per l'emisfero boreale;
- MARINECAL09 per i campioni marini;
- SHCAL04 per l'emisfero australe.

La curva di calibrazione INTCAL09 si estende da 0 a 50000 anni BP.

La calibrazione dendrocronologica è stata estesa da 0 a 12556 a.C., mentre la calibrazione con varve marine è stata estesa da 12556 a 50000 anni a.C.

La cronologia degli anelli di accrescimento degli alberi va da 0 a 12550 anni BP, ma è la stessa di INTCAL04. Nella curva INTCAL09 sono state compresi fino a 12556 anni BP. In base alle variazioni rinvenute su pini svizzeri sono stati corretti gli errori trovati nei dati di due dei tre pini tedeschi più antichi, circa 19 anni.

La curva di calibrazione MARINO09 è la stessa di MARINO04 e si estende da 0 a 12500 a.C. I materiali databili sono: acque freatiche, carboni e legna, ossa e conchiglie.

G. Radioattività primordiale di origine terrestre: geocronologia.

La radioattività naturale di origine terrestre dipende, fondamentalmente, dalla presenza di radionuclidi primordiali, che sono presenti nella crosta e nel mantello della Terra fin dalla sua origine. Questi isotopi decadono spontaneamente, trasformandosi fino a quando non raggiungono un nuclide nucleare stabile.

La geocronologia è la scienza che si fonda sugli orologi radioattivi presenti all'interno del nostro pianeta per determinare l'età assoluta delle rocce dei minerali, dei fossili e degli eventi geologici. Svolge un ruolo centrale in tutti gli aspetti storici

delle scienze planetarie e della Terra. La geocronologia è uno strumento indispensabile per ricostruire l'evoluzione geodinamica delle fasce orogeniche, datare la collocazione di rocce plutoniche o vulcaniche, eventi metamorfici, deposizione di sedimenti e determinare l'età delle rocce sorgenti da cui derivano i detriti sedimentari. È essenziale per la paleosismologia perché vincola l'età dei paleo-terremoti e i tassi medi di spostamento della faglia, consentendo agli scienziati di valutare il tasso di sollevamento della crosta, datare la deposizione di risorse minerarie e molte altre applicazioni.

Gli oggetti di studio della Geocronologia sono la Calibrazione di scala del tempo geologico, degli eventi di estinzioni di massa, dei grandi eventi di ossigenazione dell'atmosfera terrestre, dell'età della terra e del sistema solare, dell'orologio astronomico e dell'evoluzione della vita, ecc.

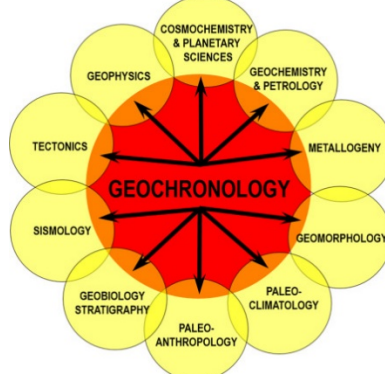


Fig. 30. I molteplici campi di interesse della Geocronologia.

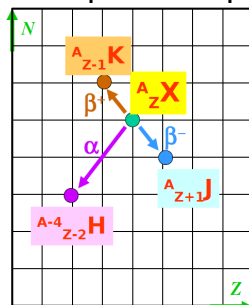
La datazione radiometrica è stata, forse, il progresso più importante della geoscienza e della cosmologia. Le scoperte geologiche nella seconda metà del Novecento e in questi 20 anni del terzo millennio sono state fatte grazie alla datazione radiometrica.

SmRadioactive (Parent) OsRadiogenic (Daughter) RdRadiogenic and Radioactive																		He				
H																						
Li	Be																B	C	N	O	F	Ne
Na	Mg																Al	Si	P	S	Cl	Ar
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr					
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe					
Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rd					
Fr	Ra	Ac																				
			La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu					
			Ac	Th	Pa	U																

Figura 31. Tavola periodica che mostra gli elementi aventi isotopi radioattivi (padri) presenti in natura e gli elementi (figli), radioattivi e radiogenici o solo radiogenici, prodotti dal loro decadimento.

I metodi di datazione delle rocce utilizzano il decadimento di elementi radioattivi contenuti nei minerali. Lo studio dei decadimenti radioattivi ha favorito la scoperta

che un qualsiasi radionuclide padre, A_ZX , si trasforma nel tempo in un nucleo stabile figlio, Y, che in genere ha sia A che Z differenti: i loro valori dipendono dal tipo di decadimento come indica lo schema riportato qui.



La trasformazione può avvenire in modo diretto oppure attraverso una serie di decadimenti intermedi. Nella trasmutazione diretta, l'evoluzione temporale dei nuclei dell'isotopo A_ZX è dato da:

$$N_X(t) = N_X(0) \cdot e^{-\lambda_X t}. \quad (1)$$

Il decadimento del nuclide genitore A_ZX produce un nuclide figlio Y. Il numero di atomi del nuclide figlio prodotto, N_Y , è semplicemente la differenza tra il numero iniziale dell'isotopo genitore e il numero rimanente dopo il tempo t, ossia:

$$N_Y(t) = N_X(0) - N_X(t). \quad (2)$$

Sostituendo in (2) la (1) otteniamo:

$$N_Y(t) = N_X(0) - N_X(0) \cdot e^{-\lambda_X t} = N_X(0)(1 - e^{-\lambda_X t}).$$

Quindi:

$$N_Y(t) = N_X(0)(1 - e^{-\lambda_X t}). \quad (3)$$

Ricavando, ora, dalla (1) $N_X(0) = N_X(t) \cdot e^{\lambda_X t}$ e sostituendola nella (2) abbiamo:

$$N_Y(t) = N_X(t) \cdot e^{\lambda_X t} - N_X(t) = N_X(t)(e^{\lambda_X t} - 1) \quad (4)$$

Questo ci dice che il numero di isotopi figli prodotti è funzione del numero di nuclidi genitori presenti al tempo t. Poiché in generale ci saranno alcuni atomi del nuclide figlio quando $t=0$, un'espressione più generale della crescita esponenziale degli isotopi figli è:

$$N_Y(t) = N_Y(0) + N_X(t)(e^{\lambda_X t} - 1) \quad (5).$$

Dove con $N_Y(t)$ e $N_X(t)$ abbiamo denotato, rispettivamente, il numero di nuclidi figli all'istante t, con $N_Y(0)$ il numero di nuclei figli a $t=0$ e con λ_X la costante di decadimento dell'isotopo padre A_ZX instabile.

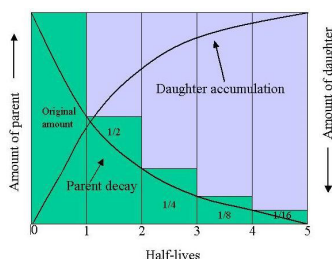


Figura 3. Grafici di $N_Y(t) = N_X(0)(1 - e^{-\lambda_X t})$ e di $N_X(t) = N_X(0) \cdot e^{-\lambda_X t}$ in

funzione dell'emivita del nuclide padre A_ZX . Fonte. Amalia Spina stratigraphy.

La dipendenza dal tempo di Y(t) in una catena radioattiva è più complessa in quanto compaiono le costanti di tutti i decadimenti intermedi. Il processo è più semplice per le famiglie radioattive naturali, nelle quali l'isotopo capostipite ha un tempo di dimezzamento estremamente più lungo degli isotopi successivi, e tutti i nuclei della famiglia sono in equilibrio secolare. In questo caso le equazioni (1), (3) e (5) risultano ancora valide.

La determinazione dell'età di una roccia viene eseguita utilizzando le equazioni del tipo (1), (3) o (5), supponendo che λ_X sia nota e che $N_X(t)$ e $N_Y(t)$ siano misurabili, ad esempio con uno spettrometro di massa.

L'età si misura a partire dall'istante $t=0$ a partire dal quale il sistema è rimasto isolato dall'ambiente esterno senza perdite né apporti del radionuclide genitore A_ZX e del prodotto di decadimento, Y. Un radionuclide è utilizzabile per la datazione se sono verificate le seguenti condizioni:

- il valore della vita media del radionuclide genitore deve essere confrontabile con l'intervallo di tempo da misurare;
- deve essere possibile verificare quale frazione del nuclide Y è radiogenica (cioè prodotta da X) e quale frazione era già presente al momento della formazione ($t=0$) del minerale;
- il radionuclide A_ZX non deve essere un elemento troppo raro o contenuto solo in minerali poco diffusi.

Analizziamo ora alcune situazioni che si possono presentare nello studio di un campione.

- I. la roccia contiene un nucleo A_ZX (per esempio K-40) che decade in un nucleo A_ZY (per esempio Argo-40) con $Y(0) = 0$.

In questo caso tutti i nuclei A_ZY sono radiogenici. La misura diretta delle quantità attuali dei nuclidi A_ZX e Y presenti nella roccia ci permette di determinare l'età T che si ottiene risolvendo l'equazione $N_Y(t) = N_X(t) \cdot (e^{-\lambda_X t} - 1) + N_Y(0)$ rispetto al tempo. Quindi si ha:

$$T = \frac{1}{\lambda_X} \ln \left(1 + \frac{N_X(t)}{N_Y(t)} \right). \quad (6)$$

- II. la roccia contiene gli isotopi stabili Y_1 e Y_2 di un nuclide radioattivo Y e il nucleo radioattivo dell'elemento X, che decade in Y_1 .

Le quantità iniziali di X, Y_1 e Y_2 sono: $N_X(0)$, $N_{Y_2}(0)$ e $N_{Y_1}(0)$, che rappresentano la parte non radiogenica di Y_1 . All'istante T, oggi, le quantità presenti sono:

- $N_X(t) = N_X(0) \cdot e^{-\lambda_X t}$; (7)
- $N_{Y_1}(t) = N_X(t) \cdot (e^{-\lambda_X t} - 1) + N_{Y_1}(0)$; (8)
- $N_{Y_2}(t) = N_{Y_2}(0)$. (9)

Si assume che λ_X sia nota e le quantità $N_X(t)$, $N_{Y_1}(t)$ e $N_{Y_2}(t)$ siano misurabili. Nel secondo membro della (8) il primo addendo rappresenta la parte radiogenica di Y_1 e il secondo addendo la parte non radiogenica. L'età della roccia, tenendo conto della (6), si può ottenere dividendo i termini della (7) per $N_{Y_2}(0)$, avendo:

$$\frac{N_{Y_1}(t)}{N_{Y_2}(t)} = \frac{N_X(t) \cdot (e^{-\lambda_X t} - 1) + N_{Y_1}(0)}{N_{Y_2}(0)} = \frac{N_X(t)}{N_{Y_2}(0)} (e^{-\lambda_X t} - 1) + \frac{N_{Y_1}(0)}{N_{Y_2}(0)}. \quad (10)$$

Da essa si ricava l'età $t=T$:

$$T = \frac{1}{\lambda_X} \ln \left[\frac{\frac{N_{Y_1}(t)}{N_{Y_2}(t)} - \frac{N_{Y_1}(0)}{N_{Y_2}(0)}}{\frac{N_X(t)}{N_{Y_2}(t)}} + 1 \right] \quad (11)$$

Questa relazione permetterà di determinare

l'età della roccia se è possibile misurare le concentrazioni $N_{Y_1}(0)$ e $N_{Y_2}(0)$ e calcolarne, poi, il valore del rapporto k dato da:

$$k = \frac{N_{Y_1}(0)}{N_{Y_2}(0)}. \quad (10)$$

La (10) diventa, quindi:

$$T = \frac{1}{\lambda_X} \ln \left[\frac{\frac{N_{Y_1}(t)}{N_{Y_2}(t)} - k}{\frac{N_X(t)}{N_{Y_2}(t)}} + 1 \right] \quad (11)$$

Il valore di k può essere ottenuto in diversi modi che dipendono essenzialmente dal metodo di datazione utilizzato. Presenteremo in seguito alcuni esempi. Nel prosieguo svilupperemo i più importanti metodi di datazione fondati sui radionuclidi naturali riportati nelle tab.1 e tab. 2.

Radio nuclide	Abbondanza relativa %	Prodotto del decadimento	Modo del decadimento	T _{1/2} (anni)
⁴⁰ ₁₉ K	0.0117	⁴⁰ Ar ⁴⁰ Ca	cattura K,β,γ	1.28 x 10 ⁹
⁸⁷ ₃₇ Rb	27.835	⁸⁷ Sr	β	4.75 x 10 ¹⁰
¹¹⁵ ₄₉ In	95.71	¹¹⁵ Sn	β	4.41 x 10 ¹⁴
¹³⁸ ₅₇ La	0.090	¹³⁸ Ba ¹³⁸ Ce	cattura K,β	1.05 x 10 ¹¹
¹⁴⁷ ₆₂ Sm	15.0	¹⁴³ Nd	α	1.06 x 10 ¹¹
¹⁷⁶ ₇₁ Lu	2.59	¹⁷⁶ Tb ¹⁷⁶ Hf	cattura K,β	2.37 x 10 ¹¹
¹⁸⁷ ₇₅ Re	62.93	¹⁸⁷ Os	β	4.35 x 10 ¹⁰
²³² ₉₀ Th	100.0	²⁰⁸ Pb ⁴ He	famiglia radioattiva	1.40 x 10 ¹⁰
²³⁵ ₉₂ U	0.72	²⁰⁷ Pb ⁴ He	famiglia radioattiva	7.03x 10 ⁸
²³⁸ ₉₂ U	99.27	²⁰⁶ Pb ⁴ He	famiglia radioattiva	4.47 x 10 ⁹

Tabella 1

Parent Isotope	Daughter Isotope	Half-life (years)
Uranium-238	Lead-206	4.5 billion
Uranium-235	Lead-207	704 million
Thorium-232	Lead-208	14.0 billion
Samarium-147	Neodymium-143	106 billion
Rubidium-87	Strontium-87	48.8 billion
Potassium-40	Argon-40	1.25 billion
Carbon-14	Nitrogen-14	5,730
Hydrogen-3	Helium-3	12.3

Tabella 2

7.7 Metodo di datazione potassio-argò

Questa tecnica data rocce metamorfiche, ignee e vulcaniche. Il potassio, K, è un metallo alcalino che si trova in molti minerali e rocce della crosta terrestre. L'argò Ar è un gas nobile che rappresenta lo 0,1-5 % della nell'atmosfera. Il potassio è presente in natura con questi tre isotopi: ³⁹K, ⁴¹K e ⁴⁰K. I primi due sono stabili, mentre il terzo è instabile. In tab. 1 sono riportate le abbondanze naturali degli isotopi del potassio e dell'argò.

Abbondanza in natura Potassio e Argò	
Isotopo	Concentrazione
³⁹ ₁₉ K	93,2581%
⁴¹ ₁₉ K	6,7302%
⁴⁰ ₁₉ K	0,0117%
⁴⁰ ₁₈ Ar	99,60%
³⁸ ₁₈ Ar	00,63%
³⁶ ₁₈ Ar	0,337%

Tabella 1.



L'Etna in attività

L'isotopo ⁴⁰₁₉K decade in ⁴⁰₂₀Ca e ⁴⁰₁₈Ar secondo le reazioni:

- $\sup{40}_{19}\text{K} \rightarrow \sup{40}_{20}\text{Ca} + \beta^- + \bar{\nu}$
- $\sup{40}_{19}\text{K} + e^- \rightarrow \sup{40}_{18}\text{Ar}$
- $\sup{40}_{19}\text{K} \rightarrow \sup{40}_{18}\text{Ar} + \beta^- + \nu$

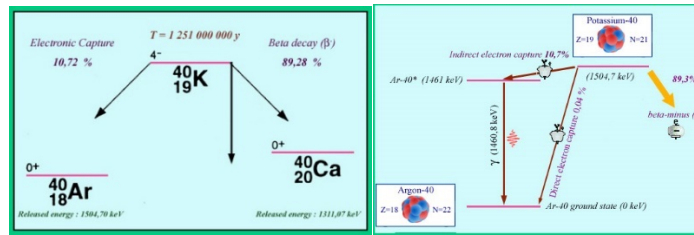


Figura 1. Schemi di decadimento del potassio-40 che trasmuta in $^{40}_{20}\text{Ca}$ e $^{40}_{18}\text{Ar}$.
Fonte wikipedia.org.

Il decadimento beta-meno di $^{40}_{19}\text{K}$ porta al calcio-40. Il decadimento per cattura elettronica di $^{40}_{19}\text{K}$ si conclude col $^{40}_{18}\text{Ar}$, un gas stabile. La cattura di elettroni trasforma il $^{40}_{19}\text{K}$ in $^{40}_{18}\text{Ar}$ nel suo stato fondamentale: avviene solo nello 0,04% dei casi. La cattura indiretta di un elettrone avviene per il 10,68% delle volte e termina con un atomo eccitato di $^{40}_{18}\text{Ar}$, che ritorna allo stato fondamentale emettendo radiazione gamma. La presenza nell'atmosfera di questo gas è la causa del fatto che ogni minerale e roccia possiede una quantità di argo, che può diffondersi all'interno o all'esterno della stessa roccia attraverso alterazioni e processi termici. Infatti, quando le rocce vengono riscaldate fino al punto di fusione, l' $^{40}_{18}\text{Ar}$ presente al loro interno viene rilasciato nell'atmosfera. Quando la roccia si ricristallizza torna ad essere impermeabile ai gas. Quando il potassio $^{40}_{19}\text{K}$ contenuto nella roccia decade in $^{40}_{18}\text{Ar}$, quest'ultimo rimane intrappolato nella roccia. Su 100 atomi di $^{40}_{19}\text{K}$ che decadono, solo 11, cioè 11%, trasmutano in $^{40}_{18}\text{Ar}$. Il periodo utile per la datazione di una roccia fossile è al massimo di 8-10 emivite del potassio-40. In tempi più lunghi la concentrazione dell'isotopo radioattivo "padre" è molto bassa e non si riesce a misurarla con precisione.

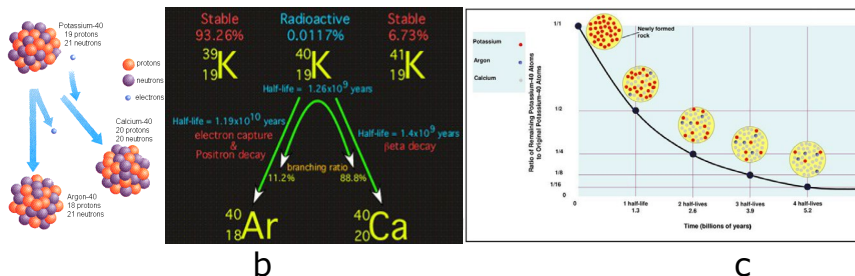


Figura 2. a (a)-(b). Schemi di decadimento di $^{40}_{19}\text{K}$ in $^{40}_{18}\text{Ar}$ e $^{40}_{20}\text{Ca}$. (b) Grafico del decremento esponenziale dei nuclidi di $^{40}_{19}\text{K}$ in una roccia di nuova formazione rispetto all'emivita. In ordinata è registrato il rapporto tra gli atomi presenti a $t=0$ e gli atomi non ancora decaduti (rimanenti).

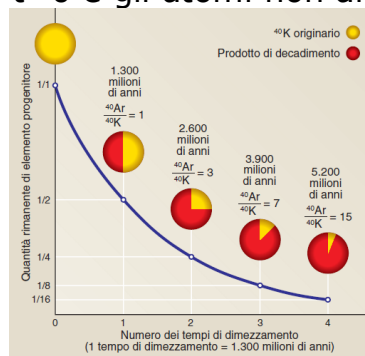


Figura 3. Curva di decadimento dell'isotopo $^{40}_{19}\text{K}$ che si trasforma in $^{40}_{18}\text{Ar}$.
L'emivita $T_{1/2} = 1,300 \cdot 10^6$ anni. Fonte. Zanichelli.

Al di sopra della curva è rappresentato il rapporto $^{40}_{18}\text{Ar}/^{40}_{19}\text{K}$ conteggiato in un campione di roccia dopo 1, 2, 3 e 4 tempi di dimezzamento. Dopo $T_{1/2}$ il rapporto $^{40}_{18}\text{Ar}/^{40}_{19}\text{K} = 1$. Ciò significa che l'età del campione è di 1300 milioni di anni: metà del potassio si è trasformato in argo. Dopo $2T_{1/2}$ il rapporto $(^{40}_{18}\text{Ar}/^{40}_{19}\text{K}) = 3 = 2 + 1$, e così via. Dunque, al passare di ogni $T_{1/2}$ il rapporto è pari al doppio più uno del valore che lo precede.

La datazione di una roccia col metodo potassio-argo non tiene conto del decadimento dell'89% degli atomi $^{40}_{19}\text{K}$ in calcio $^{40}_{20}\text{Ca}$ perché esso è l'isotopo più abbondante del calcio naturale ed è quindi impossibile distinguere tra il $^{40}_{20}\text{Ca}$ radiogenico, cioè prodotto dal decadimento del $^{40}_{19}\text{K}$ e quello già presente nel minerale. È il restante 11% degli atomi di $^{40}_{19}\text{K}$ che decade a $^{40}_{18}\text{Ar}$ che rende funzionale il metodo.

L'accumulo del potassio-40 radiogeno, $^{40}_{18}\text{Ar}^*$, in un sistema chiuso può essere espresso dall'equazione:

$$^{40}_{18}\text{Ar}^* = \frac{\lambda_e}{\lambda} ^{40}_{19}\text{K} (e^{-\lambda t} - 1). \quad (1)$$

Dove

- $^{40}_{18}\text{Ar}^*$ è il numero di atomi di argo-40 radiogeno dopo il tempo t ;
- $^{40}_{19}\text{K}$ è il numero di atomi di potassio-40;
- $\lambda_{^{40}_{19}\text{K}} = \lambda_{\text{CE}} + \lambda_{\beta^-}$ è la costante di decadimento del potassio $^{40}_{19}\text{K}$.
- $\lambda_{\text{CE}} = 0,581 \times 10^{-10}$ anni è la costante di decadimento per cattura elettronica di $^{40}_{19}\text{K}$ in $^{40}_{18}\text{Ar}$;
- $\lambda_{\beta^-} = 4,962 \times 10^{-10}$ anni è la costante del decadimento beta-meno.

L'età di una roccia o di un minerale può essere calcolata con la tecnica della datazione Potassio-Argon se sono soddisfatte le seguenti ipotesi:

- la roccia o il minerale deve essere un sistema chiuso. Cioè, si assume che non c'è stato guadagno o perdita dei atomi il potassio durante la storia geologica;
- deve essere effettuata una correzione alla quantità di argo prodotta in una roccia sottraendo la quantità conosciuta presente nell'atmosfera. Tale risultato si ottiene usando il valore costante del rapporto $k = ^{40}_{18}\text{Ar}/^{36}_{18}\text{Ar} = 295,5$.
- gli isotopi del potassio nella roccia o minerale non si sono frazionati, tranne che per un decadimento di $^{40}_{19}\text{K}$.
- bisogna conoscere la quantità di radionuclide figlio presente al tempo iniziale.

La costante totale di decadimento di $^{40}_{19}\text{K}$ è: $\lambda_{^{40}_{19}\text{K}} = \lambda_{\text{CE}} + \lambda_{\beta^-} = (5,53 \cdot 10^{-10})/\text{anni}$.

Mentre il tempo di dimezzamento o emivita è:

$$T_{1/2} = \frac{0,693}{5,53 \cdot 10^{-10}/\text{anni}} = 1,25 \cdot 10^9 \text{ anni}.$$

Sappiamo dei nuclidi iniziali del potassio-40 solo 11% decadono in $^{40}_{18}\text{Ar}$.

Per determinare l'equazione dell'età è necessario tener conto di questo dato.

La relazione che esprime l'incremento esponenziale dei $^{40}_{18}\text{Ar}$ nel corso del decadimento è:

- $(^{40}_{18}\text{Ar}^*)(t) = ^{40}_{18}\text{Ar}_0 + \frac{\lambda_{\text{CE}}}{\lambda_{^{40}_{19}\text{K}}} ^{40}_{19}\text{K} (e^{-\lambda_{^{40}_{19}\text{K}} t} - 1);$
- $^{40}_{18}\text{Ar}_{\text{totale}} = ^{40}_{18}\text{Ar}^* + ^{40}_{18}\text{Ar}_0$, ma $^{40}_{18}\text{Ar}_0 = 0$, perché volatile;
- $^{40}_{18}\text{Ar}_{\text{misu}} = ^{40}_{18}\text{Ar}^*;$

- ${}^{40}_{18}\text{Ar}^* = \frac{\lambda_{\text{CE}}}{\lambda_{40K}} {}^{40}_{19}\text{K} (e^{-\lambda_{40K} t} - 1)$, la quale dividendo per ${}^{40}_{19}\text{K}$ dà:
- $\frac{{}^{40}_{18}\text{Ar}^*}{{}^{40}_{19}\text{K}} = \frac{\lambda_{\text{CE}}}{\lambda_{40K}} (e^{-\lambda_{40K} t} - 1)$.

Da queste equazioni si ricava la seguente espressione matematica che lega il decadimento radioattivo al tempo geologico, chiamata equazione dell'età, che ci permette di determinare l'età della roccia:

$$T = \left(\frac{1}{\lambda_{40K}} \right) \ln \left(1 + \frac{\lambda_{40K}}{\lambda_{\text{CE}}} \frac{{}^{40}_{18}\text{Ar}}{{}^{40}_{19}\text{K}_i} \right). \quad (1)$$

- $\lambda_{40K} = \lambda_{\text{CE}} + \lambda_{\beta^-}$ è la costante di decadimento di ${}^{40}_{19}\text{K}$;
- λ_{CE} è la costante di decadimento di ${}^{40}_{19}\text{K}$ in ${}^{40}_{18}\text{Ar}$;
- ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ è l'argo-40 prodotto in situ dal decadimento di K-40 figlio;
- ${}^{40}_{19}\text{K}_i$ è la quantità K-40 padre al momento del ritrovamento.

I minerali (roccia totale) datati con la (2) sono, tra gli altri, sanidino plagioclasio leucite, nephelina, biotite e glauconite.

Esempio.

Supponiamo che il potassio-40 non decaduto trovato in una roccia al momento del ritrovamento sia ${}^{40}_{19}\text{K}_i = 1 \text{ mg}$ e l'argo-40 formatosi per decadimento di ${}^{40}_{18}\text{Ar}_{\text{rf}} = 0.01 \text{ mg}$. Usiamo queste informazioni per fare un esempio di calcolo. Sappiamo che solo 11% degli atomi di potassio-40 decadono in ${}^{40}_{18}\text{Ar}$. Quindi, il potassio-40 iniziale è: ${}^{40}_{19}\text{K}_i = 1 \text{ mg} - \frac{0.011 \text{ mg}}{0.11} = 1 \text{ mg} - 0.11 \text{ mg} = 0.89 \text{ mg}$.

Il rapporto $\frac{{}^{40}_{18}\text{Ar}}{{}^{40}_{19}\text{K}} = \frac{0.11 \text{ mg}}{0.89 \text{ mg}} = 0.124$. Sostituendo i valori di λ , λ_e in (1) si ha:

$$\begin{aligned} T &= \left(\frac{1}{5.53 \cdot 10^{-10} / \text{anni}} \right) \ln \left(1 + \frac{5.53 \cdot 10^{-10} / \text{anni}}{0.581 \cdot 10^{-10} / \text{anni}} \cdot 0.124 \right) = \\ &= 0.181 \times 10^{10} \text{ anni} \cdot \ln(1 + 9.52 \cdot 0.124) = \\ &= 0.181 \cdot 10^{10} \text{ anni} \cdot \ln(1 + 1.176) = 0.181 \cdot 10^{10} \text{ anni} \cdot \ln(2.176) = \\ &= (0.181 \cdot 0.777) \cdot 10^{10} \text{ anni} = 0.148 \cdot 10^{10} \text{ anni} = 1.48 \times 10^9 = 1.48 \text{ miliardi di anni}. \end{aligned}$$

Quindi, l'età approssimata della roccia è di circa 1.48 miliardi di anni.

L'età di un minerale si può datare anche con l'equazione:

$$T = \frac{1}{\lambda_X} \ln \left[\frac{\frac{N_{Y_1}(t)}{N_{Y_2}(t)} - k}{\frac{N_X(t)}{N_{Y_2}(t)}} + 1 \right]. \quad (11)$$

Si sa che oltre all'argon di origine radiogenica, in un minerale può essere presente ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ di origine atmosferica, rimasto inglobato al momento della sua formazione. Ricordiamo che l'argon costituisce l'1% circa dell'atmosfera terrestre ed è composto da tre isotopi stabili in proporzione sostanzialmente costante nel tempo: ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ (99.6003%), ${}^{38}_{18}\text{Ar}$ (0.0632%) e ${}^{36}_{18}\text{Ar}$ (0.3365%). L'età del minerale può essere determinata ponendo $N_X = {}^{40}_{19}\text{K}$, $N_{Y_1} = {}^{40}_{18}\text{Ar}$ e $N_{Y_2} = {}^{36}_{18}\text{Ar}$ dove il rapporto k dato dalla (10) è valutato tenendo conto che nella roccia inizialmente è contenuto solo argon atmosferico e pertanto:

$$k = \frac{N_{{}^{40}_{18}\text{Ar}}(t=0)}{N_{{}^{36}_{18}\text{Ar}}(t=0)} = \frac{99.6\%}{0.336\%} = 296.$$

Sostituendo nella (11) a $\lambda_X = \lambda_{^{40}_{19}\text{K}}$, a $N_X(t) = N_{^{40}_{19}\text{K}}(t)$, a $N_{Y_1}(t) = N_{^{40}_{18}\text{Ar}}(t)$ e a $N_{Y_2}(t) = N_{^{36}_{18}\text{Ar}}(t)$ e inserendo i valori dei rapporti si ottiene l'età T del minerale.

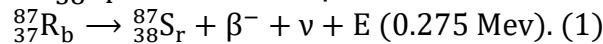
7.8 Metodo di datazione rubidio-stronzio

Il sistema di decadimento radioattivo $^{87}_{37}\text{Rb} \rightarrow ^{87}_{38}\text{Sr}$ ha le seguenti proprietà:

- Emivita $= T_{1/2} = 49$ miliardi di anni;
- Intervallo effettivo di datazione $\Delta t > 10$ milioni di anni;
- Materiali di origine: mica di potassio, potassio feldspato, biotite, glauconite, rocce metamorfiche e rocce ignee o magmatiche, effusive e intrusive;
- Meteoriti.

La roccia contiene sia lo stronzio radiogenico che lo stronzio comune, che è composto dai quattro isotopi stabili ^{84}Sr (0.56%) ^{86}Sr (9.86%) ^{87}Sr (7.00%) e ^{88}Sr (82.58%), che sono in proporzione praticamente costante nel tempo.

Il rubidio $^{87}_{37}\text{Rb}$ decade in $^{87}_{38}\text{Sr}$ secondo l'equazione nucleare:



Lo schema del decadimento del $^{87}_{37}\text{Rb}$ in $^{87}_{38}\text{Sr}$ con emissione di una particella β^- (elettrone) è illustrato in fig. 1.

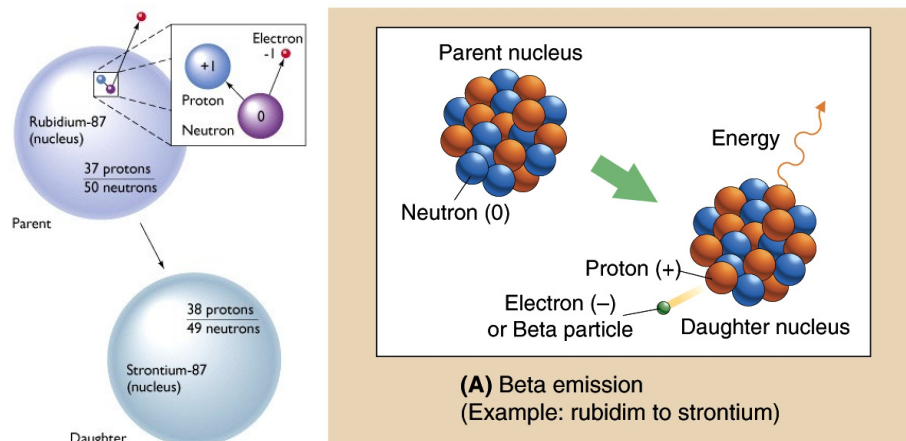


Figura 1. Schemi di decadimento del $^{87}_{37}\text{Rb}$ in $^{87}_{38}\text{Sr}$. Fonte. wikicommons.org.

La legge generale della crescita esponenziale di un nuclide figlio, D, prodotto dal decadimento di un nuclide padre, N, può essere espressa, come sappiamo, da:

$$D = D_0 + N \times (e^{\lambda t} - 1) \quad (I)$$

$$D = D_0 + N_0 \times (1 - e^{-\lambda t}) \quad (II)$$

Applicando la (I) al decadimento del $^{87}_{37}\text{Rb}$ in stronzio $^{87}_{38}\text{Sr}$ si ha:

$$^{87}_{38}\text{Sr}(t) = ^{87}_{38}\text{Sr}_0 + ^{87}_{37}\text{Rb} (e^{\lambda t} - 1). (2)$$

Dove:

- $^{87}_{38}\text{Sr}$ indica il numero totale di atomi dell'isotopo presenti nella roccia o minerale al momento della sua formazione al tempo t, che è pari alla somma di quello prodotto dal decadimento più quello già presente nel sistema.
- $^{87}_{37}\text{Rb}$ denota il numero totale di atomi radioattivi rimasti nel campione di roccia al tempo t dell'isotopo ^{87}Rb ;
- $^{87}_{38}\text{Sr}_0$ indica il numero di atomi iniziali presenti al tempo $t=0$;

- t rappresenta l'intervallo di tempo in anni, cioè l'età del minerale campione, nell'ipotesi che il sistema sia rimasto chiuso;
- λ rappresenta la costante di decadimento del rubidio-87.

Poiché lo spettrometro di massa misura rapporti tra isotopi risulta più conveniente esprimere la (2) dividendo ciascun termine per l'isotopo stabile $^{86}_{38}\text{Sr}$ presente nel sistema non è prodotto dal decadimento radioattivo per cui la sua quantità è costante. Si ha quindi:

$$\left(\frac{^{87}_{38}\text{Sr}}{^{86}_{38}\text{Sr}}\right)_{\text{tot}}(t) = \left(\frac{^{87}_{38}\text{Sr}}{^{86}_{38}\text{Sr}}\right)_i + \frac{^{87}_{37}\text{Rb}}{^{86}_{38}\text{Sr}}(e^{\lambda t} - 1) \quad (3)$$

Dove $\left(\frac{^{87}_{38}\text{Sr}}{^{86}_{38}\text{Sr}}\right)_{\text{tot}}$ rappresenta il valore del rapporto misurato dallo spettrometro di

massa nel campione che si sta esaminando. In altre parole, la quantità di atomi figli $^{87}_{38}\text{Sr}$ di $^{87}_{37}\text{Rb}$ che si misurano oggi in una roccia cristallina o in un minerale, è data dalla somma di due addendi: la quantità di atomi figli $^{87}_{38}\text{Sr}$ radiogenici prodotti dal momento della cristallizzazione della roccia ad oggi; la quantità di atomi di $^{87}_{38}\text{Sr}$ non radiogenici già presenti al momento della formazione.

La (3) contiene due incognite, il tempo t che si vuole determinare e la composizione isotopica iniziale presente nel passato, a $t=0$, rappresentata dal termine $\left(\frac{^{87}_{38}\text{Sr}}{^{86}_{38}\text{Sr}}\right)_i$. La quale si può calcolare perché si conosce la concentrazione relativa $\left(\frac{^{87}_{38}\text{Sr}}{^{86}_{38}\text{Sr}}\right)_{\text{tot}}$ misurata oggi dallo spettrometro di massa.

Se si vuole conoscere l'evoluzione nel tempo dei nuclidi figli a partire da oggi, $t=0$, allora si deve utilizzare la (II), che riscriviamo: $D = D_0 + N_0 \times (1 - e^{-\lambda t})$. In essa sono noti D_0 e N_0 e l'unica incognita è il tempo t . Applicandola al decadimento del $^{87}_{37}\text{Rb}$ in $^{87}_{38}\text{Sr}$ si ottiene:

$$^{87}_{38}\text{Sr}(t) = ^{87}_{38}\text{Sr}_0 + ^{87}_{37}\text{Rb}_0(1 - e^{-\lambda t}). \quad (4)$$

Come è già stato detto è conveniente e più significativo considerare l'abbondanza relativa di $^{87}_{38}\text{Sr}_0$ che è espressa dal rapporto $^{87}_{38}\text{Sr}_0/^{86}_{38}\text{Sr}_0$, chiamato "composizione isotopica dello stronzio". Nelle rocce il rapporto $^{87}_{38}\text{Sr}_0/^{86}_{38}\text{Sr}_0$ è variabile e dipende dalla natura delle rocce stesse e dalla loro età geologica. L'isotopo $^{86}_{38}\text{Sr}_0$ è stabile e non radiogenico, quindi, tale che la sua concentrazione è costante ed indipendente dal tempo. Dividendo ciascun termine della (4) per la concentrazione di $^{86}_{38}\text{Sr}$. Si ha, quindi:

$$\left(\frac{^{87}_{38}\text{Sr}}{^{86}_{38}\text{Sr}}\right)(t) = \frac{^{87}_{38}\text{Sr}_0}{^{86}_{38}\text{Sr}_0} + \frac{^{87}_{37}\text{Rb}_0}{^{86}_{38}\text{Sr}_0}(1 - e^{-\lambda t}) \quad (5)$$

Noto il valore del rapporto $^{87}_{38}\text{Sr}_0/^{86}_{38}\text{Sr}_0$ è possibile determinare l'età del campione risolvendo la (5) rispetto al tempo, che dà:

$$t = \left(\frac{1}{\lambda}\right) \ln \left[1 + \frac{(^{87}_{38}\text{Sr}_0/^{86}_{38}\text{Sr}_0) - (^{87}_{38}\text{Sr}/^{86}_{38}\text{Sr})}{^{87}_{37}\text{Rb}_0/^{86}_{38}\text{Sr}_0} \right] \quad (6)$$

Questa equazione è applicabile nei casi in cui il rapporto iniziale può essere stimato con buona approssimazione. Risulta valida per minerali che hanno un rapporto $^{87}_{37}\text{Rb}_0/^{86}_{38}\text{Sr}_0$ molto elevato e tale che il valore iniziale incide poco.

Finora per determinare l'età di un campione abbiamo assunto che fossero valide le due ipotesi:

- La quantità di isotopo figlio al momento della formazione del campione è zero, o nota indipendentemente.
- Nessun isotopo genitore o isotopo figlio è entrato o uscito dal campione dal momento della sua formazione, cioè il sistema è rimasto chiuso.

Queste due ipotesi non sono sempre accurate nei casi reali. Se una di esse è violata, il semplice calcolo eseguito con l'equazione dell'età (3) produce in alcuni casi un'età errata nei campioni di roccia che includono diversi minerali nei quali sono presenti isotopi stabili radiogenici e di uno stesso elemento, come accade per le rocce che hanno isotopi dello $^{87}_{38}\text{Sr}$.

7.9 Datazione radiometrica isocrona

Per evitare i problemi che possono potenzialmente derivare dalla violazione di una delle due ipotesi di cui sopra si ricorre alla **datazione radiometrica isocrona**.

Il cui vantaggio rispetto alle semplici tecniche di datazione radiometrica sta nel fatto che non richiede assunzioni riguardo alla quantità iniziale del nuclide figlio presente nella sequenza di decadimento. La tecnica può essere applicata se il nuclide figlio ha almeno un isotopo stabile diverso da quello radiogenico in cui il nuclide progenitore decade. Questo metodo permette di ricavare l'età di una roccia anche se non si ha a disposizione una roccia coeva priva di sostanze radioattive.

Svilupperemo la tecnica della datazione radiometrica isocrona supponendo di avere campioni di differenti rocce coeve prodotte dal raffreddamento dello stesso magma originario contenente isotopi di $^{87}_{38}\text{Sr}$ e $^{87}_{37}\text{Rb}$. Il rapporto iniziale $^{87}_{38}\text{Sr}_0 / ^{86}_{38}\text{Sr}$ fra isotopi della stessa specie sarà lo stesso per tutti i campioni, mentre il rapporto $^{87}_{37}\text{Rb} / ^{86}_{38}\text{Sr}$ fra le due specie, potrà essere diverso a causa della diversa composizione chimica. Poiché hanno la stessa età, i diversi campioni avranno rapporti attuali, cioè al tempo t $(^{87}_{37}\text{Rb} / ^{86}_{38}\text{Sr})_t$ diversi in conseguenza dei diversi rapporti iniziali a $t=0$, cioè di $(^{87}_{37}\text{Rb} / ^{86}_{38}\text{Sr})_{t=0}$. Tuttavia, essendo i campioni coevi, i rapporti $(^{87}_{38}\text{Sr} / ^{86}_{38}\text{Sr})$ e $(^{87}_{37}\text{Rb} / ^{86}_{38}\text{Sr})$ di ciascun campione devono soddisfare, per lo stesso valore di t , la relazione (6).

Supponiamo che al tempo $t=0$ su un campione di roccia di magma omogeneo e intrusivo si sia misurato il rapporto $(^{87}_{38}\text{Sr} / ^{86}_{38}\text{Sr}) = 0.704$, per un determinato valore di $^{87}_{37}\text{Rb} / ^{86}_{38}\text{Sr}$. Sull'asse verticale sono segnati valori di $(^{87}_{38}\text{Sr} / ^{86}_{38}\text{Sr})$ diversi da 0.704. I valori del rapporto iniziale $^{87}_{38}\text{Sr}_0 / ^{86}_{38}\text{Sr}$ e quelli fra gli isotopi padri e figli della stessa specie è lo stesso e si riportano sulla retta orizzontale $y=0,704$. Sull'asse orizzontale sono registrati, invece, i valori del rapporto isotopico $(^{87}_{37}\text{Rb} / ^{86}_{38}\text{Sr})$ tra il rubidio-87, figlio di $^{87}_{38}\text{Sr}$ radiogenico, e lo stronzio-86 stabile. Assumiamo, inoltre, che in istanti successivi a $t=0$, si separino dal magma cinque diverse fasi mineralogiche che presentano cinque valori diversi del rapporto isotopico $(^{87}_{37}\text{Rb} / ^{86}_{38}\text{Sr})$ fra gli isotopi rubidio-77 e lo stronzio-86 a causa della diversa composizione chimica.

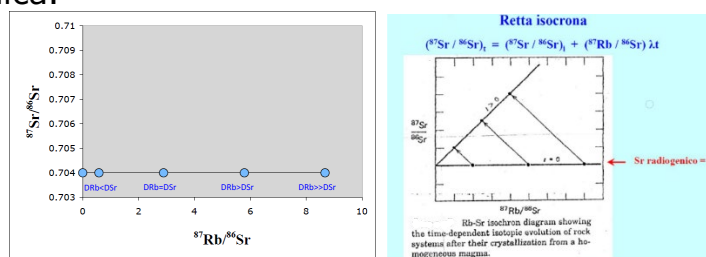


Figura 1. Il rapporto iniziale di $(^{87}_{38}\text{Sr}_0 / ^{86}_{38}\text{Sr})$ è uguale a 0.704. Il rapporto $(^{87}_{37}\text{Rb} / ^{86}_{38}\text{Sr})$ fra gli isotopi padri e figli della stessa specie è lo stesso.

Fonte. Geocronologia.wikipedia.org.

Nelle figg.1 e 2 lo stronzio radiogenico è zero al tempo $t=0$.

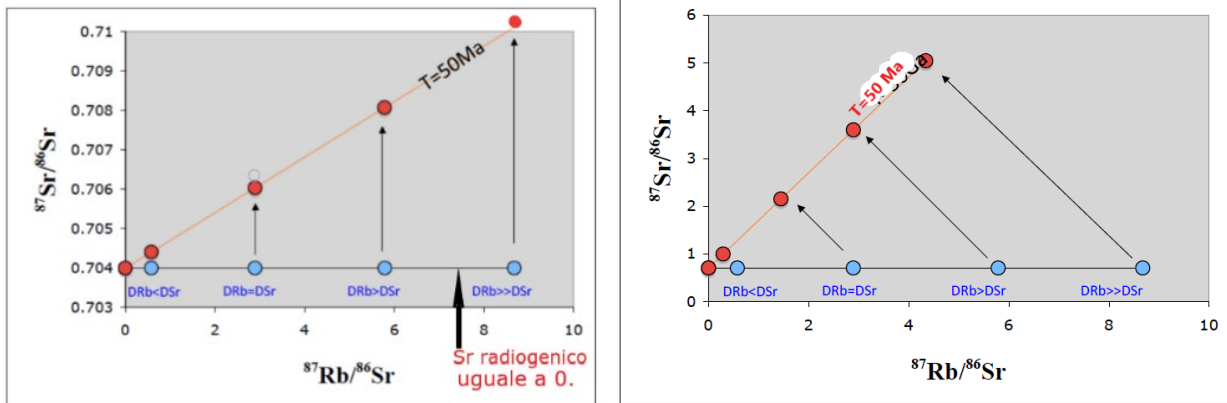


Figura 2

- (a) Diagramma isocrono a tre isotopi ^{87}Rb , ^{87}Sr e ^{86}Sr che mostra l'evoluzione temporale dei rapporti isotopici $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ e $^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$ nei campioni di rocce dopo la loro cristallizzazione dal magma omogeneo. Le frecce in (a) sembrano verticali perché $t \ll t_{1/2} = 50,00 \cdot 10^6$ anni. (b). Frecce inclinate correttamente. Dopo circa 50 milioni di anni il rapporto $^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$ si dimezza. Figure rimaneggiate dal redattore. Fonte.wikipedia.org.

In fig.2 a ciascun punto blu della retta orizzontale di equazione $y=0.704$ corrisponde univocamente un punto rosso sul piano al tempo t . I punti rossi sono collineari e appartengono a una retta, nota come **retta isocrona**. La quale deriva per spostamento rotazionale dei punti che giacciono $t=0$ sulla retta $y=0.704$ che interseca l'asse delle ordinate nel punto $(0, 0.704)$. Le concentrazioni relative dell'isotopo padre radiogenico ^{87}Rb e dell'isotopo figlio ^{86}Sr radiogenico sono misurate con la spettrometria di massa, sono rappresentati in un diagramma a tre isotopi noto come diagramma isocrono. Il quale descrive l'evoluzione temporale dei rapporti $(^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr})$ e $(^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr})$ a partire da un dato tempo t . Il rapporto $(^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr})$ è funzione lineare del rapporto attuale. Tutti i punti rossi disposti sulla retta isocrona hanno un'età di circa 50 miliardi di anni, pari al tempo di dimezzamento del ^{87}Rb , che decade in ^{87}Sr secondo la equazione $^{87}\text{Rb} \rightarrow ^{87}\text{Sr} + \beta^- + \bar{\nu}_e + Q$.

La pendenza o coefficiente angolare, m , della **retta isocrona** è positiva ed è pari a $\tan \alpha = e^{\lambda t} - 1$. Il coefficiente angolare è proporzionale all'età dei campioni. L'intersezione con l'asse delle ordinate è il rapporto isotopico all'istante di formazione della roccia. L'elevata correlazione tra i rapporti isotopici $(^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr})$ e $(^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr})$ significa che essi evolvono linearmente durante il decadimento di ^{87}Rb in ^{87}Sr . Ricordando che $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ è l'equazione generale del decadimento di un nucleo padre possiamo ottenere la legge di decadimento di $(^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr})(t)$ è espressa da:

$$(^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr})(t) = (^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr})_0 \cdot e^{-\lambda t}. \quad (5)$$

La produzione del nucleo figlio avviene mediante la seguente relazione:

$D(t) = D_0 + N(e^{\lambda t} - 1)$. Quindi:

$$(^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr})(t) = (^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr})_0 + (^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}) \cdot (e^{\lambda t} - 1). \quad (6)$$

L'equazione della retta isocrona ha la forma:

$$y = mx + c \quad (7)$$

I valori della costante **c** e del coefficiente angolare **m** per la (6) sono:

- $c = ({}^{87}\text{Sr}_0/{}^{86}\text{Sr})_0 = 0.708234$; $m = (e^{\lambda t} - 1) = 0.004634$;
- $m + 1 = e^{\lambda t}$; $\lambda t = \ln(m + 1)$; $t = \frac{\ln(m+1)}{\lambda_{87\text{Rb}}}$.

Sostituendo i valori di c e di m si ottiene

- $\lambda t = \ln(m + 1) = \ln(1.004634) = 0.00462329607$.
- $t = \frac{0.00462329607}{\lambda_{87\text{Rb}}} = \frac{0.00462329607}{4.75 \cdot 10^{-10} \text{a}^{-1}} = 9.733 \cdot 10^6 \text{ anni}$.

Quindi l'equazione esplicita della retta isocrona è:

$$y = 0.004634x + 0.708234 \quad (8)$$

Il grafico è rappresentato in fig. 3.

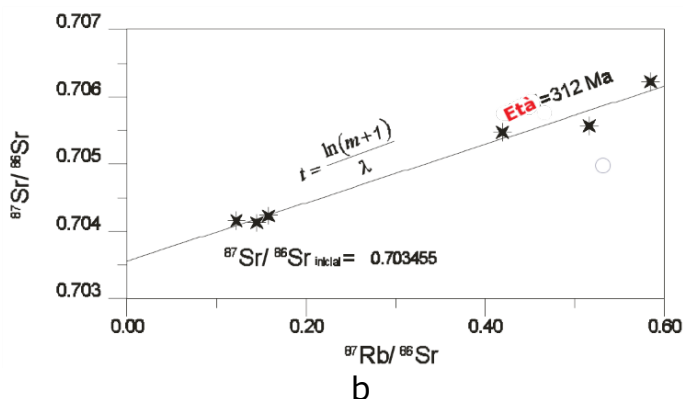
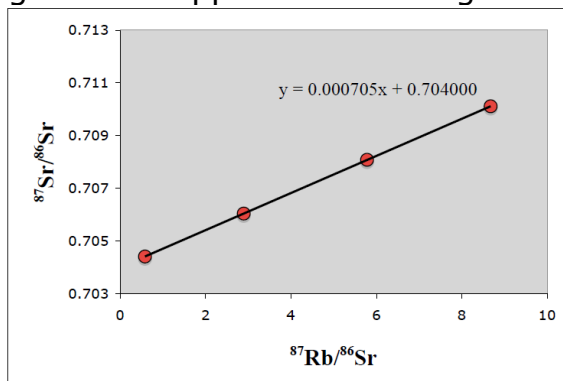


Figura3.

a

Diagrammi isocroni di rocce coeve determinati con rapporti Rb/Sr. (a) L'intercetta $y=0.703455$ dà il valore iniziale del rapporto (${}^{87}\text{Sr}/{}^{86}\text{Sr}$). (b). Si può vedere in l'insieme lineare di punti che rappresentano varie rocce cogenetiche, aventi un'età di 312 Ma.

L'età $t = \ln(m + 1)/\lambda$ delle rocce coeve è direttamente proporzionale al coefficiente angolare della retta di regressione ottenuta dai 6 diversi valori del rapporto (${}^{87}\text{Rb}/{}^{86}\text{Sr}$), appartenenti all'intervallo $[0.00, 0.60]$ cui corrispondono altrettanti valori del rapporto (${}^{87}\text{Sr}/{}^{86}\text{Sr}$) compresi nell'intervallo $[0.734, 0.708]$.

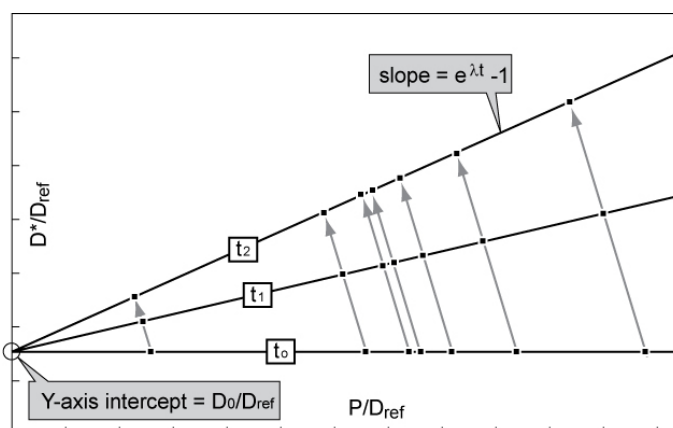


Figura 4. Diagramma isocrono di un isotopo figlio radiogenico, D^* , rispetto alla curva di decadimento dell'isotopo padre, P, da cui deriva.

I rapporti sono stati normalizzati prendendo un isotopo finale stabile, D_{ref} , dell'isotopo figlio, D. In ordinata sono segnati i valori del rapporto (D^*/D_{ref}) e in ascissa i valori del rapporto (P/D_{ref}). Sapendo che $\text{tg}\alpha = (e^{\lambda t} - 1)$ misurando gli angoli si possono ricavare i tempi trascorsi t_1 e t_2 , cioè le età.

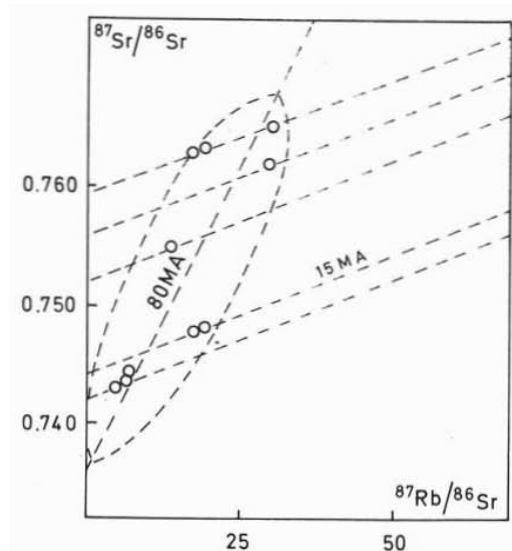


Figura 5. Le rette isocrone parallele di 15 milioni di anni ottenute datando graniti bianchi di Manaslu mostrate in un diagramma ($^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$). I campioni relativi ai graniti sembrano definire una serie di isocrone parallele di 15 milioni di anni. Notare la possibile esistenza di un'isocrona di 80 milioni di anni. Fonte Cocherie et al 1977.

Il granito è una roccia vulcanica plutonica. Si è formata da un magma intrusivo che ha subito una lenta solidificazione formando plutoni a profondità comprese tra 1,5 e 50 km. Notate che l'età cresce proporzionalmente alla pendenza dell'isocrona. L'età calcolata sarà affetta da un errore che dipende dal valore del coefficiente di correlazione e ovviamente dagli errori relativi alle misure delle concentrazioni di ($^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$) e ($^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$).

L'equazione dell'età può essere espressa da:

$$t = \frac{1}{\lambda_{\text{Rb}}} \ln \left[\left(\frac{(^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}) - (^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr})_0}{^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}} \right) + 1 \right]$$

Per i differenti campioni coevi deve risultare uguale il rapporto:

$$r = \left(\frac{(^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}) - (^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr})_0}{^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}} \right).$$

Il valore di r viene ricavato graficamente dai valori sperimentali dei precedenti rapporti relativi a differenti campioni di roccia ed è dato dalla pendenza della retta. Noto r , l'età si calcola applicando l'equazione:

$$t = \frac{1}{\lambda_{\text{Rb}}} \ln(r + 1)$$

Ad esempio, se per un campione di roccia ha $r = 0.6$ allora si ha:

$$t = \frac{1}{4.75 \cdot 10^{-10} \text{a}^{-1}} \ln(1.6) = 0.2105 \times 0.4700 \cdot 10^{10} \text{anni} = 0.0989 \cdot 10^{10} \text{anni} \approx 10^9 \text{anni}.$$

In fig. 6 è rappresentata la retta isocrona ricavata misurando i rapporti ($^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$) e ($^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$) in meteoriti primordiali cadute sulla Terra.

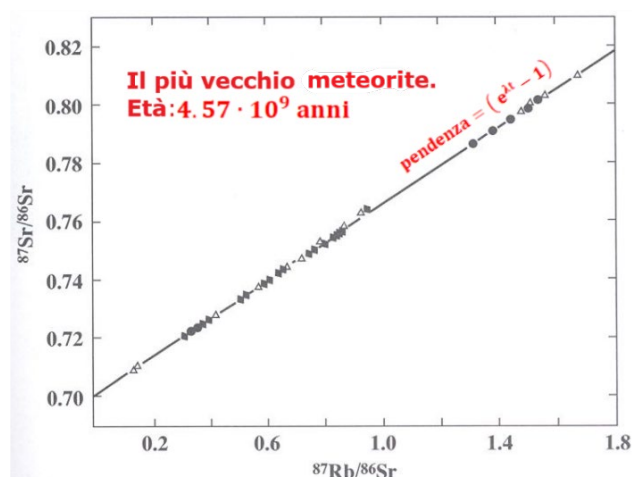
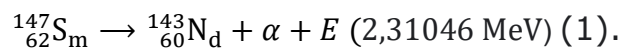


Figura 6. L'età del meteorite è stata ricavata determinando la pendenza $\text{tg}\alpha = (e^{\lambda t} - 1)$ della retta isocrona. Fonte. creativecommons.

8. Metodo di datazione samario-neodimio

Il metodo di datazione samario-neodimio si utilizza per determinare l'età di rocce e meteoriti. Il samario-147, $^{147}_{62}\text{Sm}$, è un isotopo di lunga vita, che decade in neodimio-143 $^{143}_{60}\text{Nd}$, emettendo una particella α . La reazione nucleare del decadimento è:



La (1) è illustrata in fig. 1.

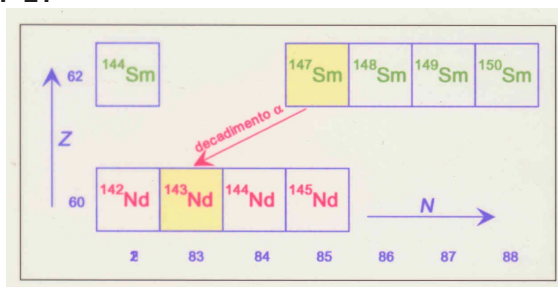


Figura. 1. Decadimento radioattivo del samario-147 in neodimio-143.

Fonte. wiki commons.org

In tabella 1 sono riportati gli isotopi del Samario.

Isotopi più stabili					
Iso	NA	TD	DM	DE	DP
^{144}Sm	3,07%	Sm è stabile con 82 neutroni			
^{146}Sm	sintetico	$1,03 \times 10^8$ anni	α	2,529	^{142}Nd
^{147}Sm	14,99%	$1,06 \times 10^{11}$ anni	α	2,310	^{143}Nd
^{148}Sm	11,24%	7×10^{15} anni	α	1,986	^{144}Nd
^{149}Sm	13,82%	$> 2 \times 10^{15}$ anni	α	1,870	^{145}Nd
^{150}Sm	7,38%	Sm è stabile con 88 neutroni			
^{152}Sm	26,75%	Sm è stabile con 90 neutroni			
^{154}Sm	22,75%	Sm è stabile con 92 neutroni			

Significato delle sigle

NA: abbondanza in natura
TD: tempo di dimezzamento
DM: modalità di decadimento
DE: energia di decadimento in MeV
DP: prodotto del decadimento

Tabella 1. Isotopi del Samario. Fonte. Wikipedia.org.

In natura esistono cinque isotopi del samario-147 e 7 isotopi del neodimio-143. La relazione matematica tra un isotopo radioattivo padre, N, e un isotopo radiogenico figlio, come è noto, è:

$$D = D_o + N \times (e^{\lambda t} - 1). \quad (1)$$

Applicandola al sistema $^{147}_{62}\text{Sm} - ^{143}_{60}\text{Nd}$ otteniamo:

$$^{143}_{60}\text{Nd}(t) = ^{143}_{60}\text{Nd}(t=0) + ^{147}_{62}\text{Sm} \times (e^{\lambda_{147}\text{Sm} t} - 1). \quad (2)$$

Il tempo di dimezzamento del sistema $^{147}_{62}\text{Sm} - ^{143}_{60}\text{Nd}$ è $t_{1/2} = 1,06 \times 10^{11}$ anni.

La costante di decadimento $\lambda_{147}\text{Sm}$ si ricava dalla relazione:

$$\lambda_{147}\text{Sm} = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0.693}{1,06 \times 10^{11} \text{a}} = 0.65377 \times 10^{-11} \text{a}^{-1} = 6.5377 \times 10^{-12} \text{a}^{-1}.$$

Dividendo ciascun termine della (2) per l'isotopo $^{144}_{60}\text{Nd}$ stabile e non radiogenico si ha:

$$(^{143}_{60}\text{Nd}/^{144}_{60}\text{Nd})(t) = (^{143}_{60}\text{Nd}/^{144}_{60}\text{Nd})(t=0) + (^{147}_{62}\text{Sm}/^{144}_{60}\text{Nd}) \times (e^{\lambda_{147}\text{Sm} t} - 1). \quad (3)$$

Dove:

- t denota l'età della roccia in esame;
- $\lambda_{147}\text{Sm}$ è la costante di decadimento di $^{147}_{62}\text{Sm}$,
- $(e^{\lambda_{147}\text{Sm} t} - 1)$ è la pendenza dell'isocrona che definisce l'età del sistema.

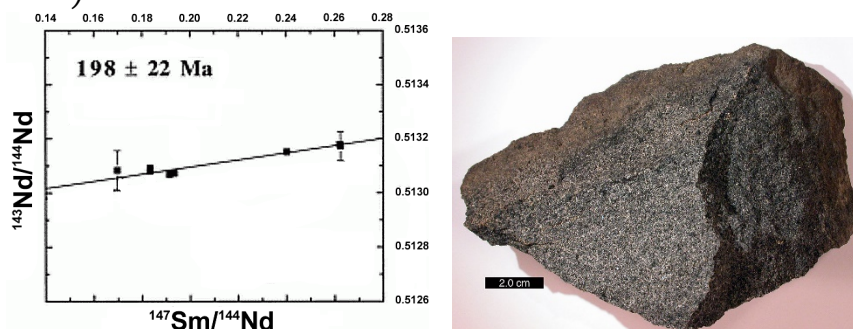


Figura. 2. Datazione Sm-Nd dei gabbri del monte Chenaillet, situato sul versante sud del colle del Monginevro e fa parte delle Alpi Cozie.
Fonte. Wiki wiki.fr.

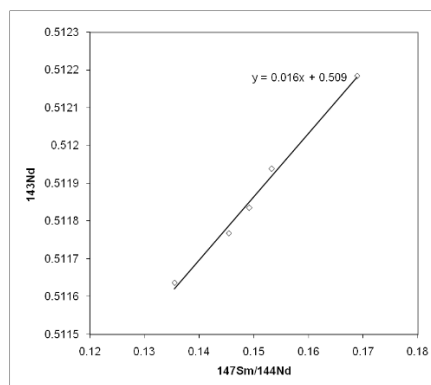


Figura. 3. Datazione isocrona con Samario-Neodimio di un campione di roccia proveniente dallo Zimbabwe. L'età è calcolata a partire dalla pendenza della retta e la composizione originale dall'intersezione tra la stessa e l'asse delle ordinate. Fonte. Wikipedia.org.

L'età di una roccia o meteorite con il metodo $^{147}_{62}\text{Sm} - ^{143}_{60}\text{Nd}$ si può anche ottenere applicando direttamente l'equazione dell'età che in questo caso diventa.

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \left[1 + \frac{(^{143}_{60}\text{Nd}/^{144}_{60}\text{Nd})_t - (^{143}_{60}\text{Nd}/^{144}_{60}\text{Nd})_0}{(^{147}_{62}\text{Sm}/^{144}_{60}\text{Nd})_t} \right]. \quad (4)$$

Le misure dei rapporti isotopici del neodimio e del samario sono utilizzate per ricavare informazioni sull'età e sulla fonte dei fusi ignei. Si suppone che il materiale della crosta provenga dal mantello e che il rapporto isotopico del neodimio dipenda solo dal periodo in cui si è verificata la risalita del magma dal mantello. Queste due ipotesi consentono di calcolare quando si è formato il materiale della crosta. L'utilità della datazione Sm-Nd deriva dal fatto che questi due elementi appartengono alle cosiddette terre rare, quindi in linea teorica non particolarmente suscettibili di partizionamento durante la sedimentazione e la diagenesi. La cristallizzazione frazionata dei minerali ricchi di feldspato e quarzo modifica il rapporto Sm/Nd dei materiali risultanti, che, a sua volta, influenza la velocità con cui il rapporto $^{143}_{60}\text{Nd}/^{144}_{60}\text{Nd}$ aumenta a causa della produzione dell'isotopo $^{143}_{60}\text{Nd}$ radiogeno.

In alternativa, si può presumere che le rocce magmatiche terrestri al tempo della loro formazione dal magma fuso, hanno seguito lo stesso percorso evolutivo del rapporto $^{143}_{60}\text{Nd}/^{144}_{60}\text{Nd}$ avvenuto nelle condriti, noto come CHUR, acronimo di "chondritic uniform reservoir".

Gli studiosi ritengono che le meteoriti condritiche rappresentino il primo materiale non strutturato che si è formato nel sistema solare, che precede la formazione dei pianeti. Le condriti hanno una composizione abbastanza omogenea di elementi traccia, per cui la loro evoluzione isotopica può servire da modello per quella dell'intero sistema solare e della Terra.

Riportando l'età e il rapporto iniziale $^{143}_{60}\text{Nd}/^{144}_{60}\text{Nd}$ trovato nelle rocce magmatiche terrestri, sul diagramma dell'evoluzione del Nd nel tempo, gli autori del metodo CHUR, De Paolo e Wasserburg, hanno scoperto che il rapporto iniziale degli isotopi del Nd nelle rocce dell'Archeano era molto simile a quello definito dalla linea di evoluzione CHUR. Dato che le deviazioni del rapporto $^{143}_{60}\text{Nd}/^{144}_{60}\text{Nd}$ dalla linea di evoluzione CHUR sono molto piccole, De Paolo e Wasserburg hanno proposto che sarebbe utile creare una forma di notazione che descrivesse il rapporto $^{143}_{60}\text{Nd}/^{144}_{60}\text{Nd}$ in termini della loro deviazione dalla linea di evoluzione CHUR. In questa notazione, chiamata notazione epsilon, un'unità epsilon rappresenta la deviazione di una parte per 10.000 rispetto alla composizione CHUR:

$$\varepsilon_{\text{Nd}}(t) = \left[\frac{(^{143}_{60}\text{Nd}/^{144}_{60}\text{Nd})_{\text{sample } t}}{(^{143}_{60}\text{Nd}/^{144}_{60}\text{Nd})_{\text{CHUR}}} - 1 \right] \times 1000. \quad (5)$$

Poiché il CHUR definisce l'evoluzione dei rapporti iniziali delle rocce continentali nel corso del tempo, se ne è dedotto che la misurazione dei rapporti $^{143}_{60}\text{Nd}/^{144}_{60}\text{Nd}$ e $^{147}_{62}\text{Sm}/^{144}_{60}\text{Nd}$, potrebbe produrre dei modelli di età per la segregazione dal mantello del fuso che ha formato la roccia continentale. Questa età è definita T_{CHUR} ed è espressa da:

$$T_{\text{CHUR}} = \frac{1}{\lambda} \ln \left[1 + \frac{(^{143}_{60}\text{Nd}/^{144}_{60}\text{Nd})_{\text{sample}} - (^{143}_{60}\text{Nd}/^{144}_{60}\text{Nd})_{\text{CHUR}}}{(^{147}_{62}\text{Sm}/^{144}_{60}\text{Nd})_{\text{sample}} - (^{147}_{62}\text{Sm}/^{144}_{60}\text{Nd})_{\text{CHUR}}} \right]. \quad (6)$$

Osserviamo che l'età T_{CHUR} di una roccia può indicare l'età di formazione dell'intera crosta se il campione è rimasto un sistema chiuso, cioè se non ha subito contaminazioni dopo la sua formazione. Il $^{147}_{62}\text{Sm}$ e il $^{144}_{60}\text{Nd}$ fanno parte delle terre

rare. Quindi i loro rapporti isotopici non cambiano durante i fenomeni metamorfici e la fusione dei silicati. Questo permette di calcolare l'età di formazione della crosta anche in presenza di metamorfismo della roccia. Il valore medio delle formazioni silicatiche in termini del rapporto $^{143}_{60}\text{Nd}/^{144}_{60}\text{Nd}$ è dato dal CHUR = 0.51264.

9. Metodi di datazione basati su catene radioattive naturali primordiali

Le tecniche di datazione assoluta descritte ed utilizzate nelle sezioni precedenti erano basate sulla trasformazione diretta di un nuclide padre (A) in un nuclide figlio (B). In questa sezione ci concentreremo sulle catene di decadimento nelle quali il nuclide figlio $N_B(t)$ ha una dipendenza dal tempo più complessa in cui compaiono le costanti di tutti i decadimenti intermedi. La situazione è più semplice per le famiglie radioattive naturali nelle quali il capostipite ha una vita media estremamente più lunga dei nuclei successivi. In questo caso tutti i nuclei della famiglia sono in equilibrio secolare, che può essere raggiunto solo se il tempo di dimezzamento del radionuclide figlio B è molto più breve del radionuclide padre A. In tale situazione, il tasso di decadimento di A e quindi il tasso di produzione di B, è approssimativamente costante, perché l'emivita di A è molto lunga rispetto alle scale temporali considerate. La quantità del radionuclide B si accumula fino a quando il numero di atomi di B che decade per unità di tempo diventa uguale al numero di atomi che viene prodotto per unità di tempo.

La quantità del radionuclide B raggiunge, quindi, un valore costante, detta di **equilibrio**. Se si assume che la concentrazione iniziale del radionuclide B sia zero, $N_B(t) = 0$, per raggiungere l'equilibrio completo di solito si impiegano diverse emivite del radionuclide B. All'equilibrio secolare la concentrazione del radionuclide B in una roccia o minerale, dipende dalla quantità del suo genitore A e dalle emivite dei due radionuclidi. Questa situazione è descritta matematicamente dal tasso temporale di variazione del numero di atomi del radionuclide B:

$$\frac{dN_B}{dt} = \lambda_A N_A - \lambda_B N_B. \quad (1)$$

dove λ_A e λ_B sono le costanti di decadimento dei radionuclidi A e B, legati alle loro emivite $t_{1/2}$, mentre N_A ed N_B sono il numero degli atomi di A e B a un dato istante t (presente).

L'equilibrio secolare viene raggiunto quando il tasso di variazione è nullo:

$$\frac{dN_B}{dt} = 0, \text{ da cui si ha: } \lambda_A N_A - \lambda_B N_B = 0; N_B = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} N_A. \quad (2)$$

Su tempi abbastanza lunghi, almeno paragonabili all'emivita del radionuclide A, l'equilibrio secolare è soltanto approssimativo: N_A decade fino ad esaurirsi secondo la legge $N_A(t) = N_A(0) \times e^{-\lambda_A t}$. Per periodi brevi paragonabili all'emivita dell'isotopo A risulta $\lambda_A t \ll 1$, per cui si ha:

$$e^{-\lambda_A t} = 1 \text{ e } N_A(t) \approx N_A(0). \quad (3)$$

Quindi la concentrazione di A rimane circa costante e uguale al valore iniziale.

In tab.1 sono riportate le concentrazioni in parti per milione (ppm) di alcuni radionuclidi naturali primordiali, quali uranio U, torio Th, e potassio K, presenti in alcune rocce e minerali. La notazione (ppm) indica i rapporti tra quantità omogenee misurate, ad esempio $\text{mg/kg} = 10^{-6}$.

Concentrazioni di U, T _h e K e rapporti U/T _h in alcune rocce e minerali				
Roccia o minerale	Uranio (ppm)	Torio ppm	Potassio ppm	Rapporto U/T _h
Rocce sedimentarie				
Calcaree	2	2	3000	1.6
Arenarie	2	11	27000	0.35
Argille (shale)	4	12	25000	0.27
Rocce ignee e metamorfiche				
andesite	2	6	25000	0.3
basalto	1	3	10000	0.28
gabbro	0.05	0.15	800	0.33
granito	4	25	400000	0.25
pegmatite	10-100			
scisto	3	11	27000	0.35
ultrabasiche	0.001	0.004	30	0.26

Tabella 1.

Sulla Terra e su tutti i pianeti del sistema solare si trovano molti radioisotopi naturali. Tutti i radioisotopi naturali attualmente presenti sul nostro pianeta hanno tempi di dimezzamento paragonabili alla vita del sistema solare, pari a circa $5.5 \cdot 10^9$ anni. I radioisotopi naturali con tempi di dimezzamento molto più brevi di $5 \cdot 10^9$ anni sono completamente decaduti. L'ultimo discendente di una famiglia radioattiva è un isotopo stabile.

Ricordiamo che i modi di decadimento radioattivo più comuni sono quattro: α (${}^4_2\text{He}$), β^- , β^+ e la transizione isomerica o γ , cioè il passaggio di un isomero, in stato metastabile, alla sua forma più stabile, con liberazione dell'energia nucleare in eccesso mediante l'emissione di un fotone gamma. Solo il decadimento alfa produce una variazione $\Delta A = 4$ del numero di massa del nucleo. Ne segue che ogni prodotto di decadimento che deriva da un determinato nucleo avrà un numero di massa con lo stesso mod 4. Attualmente si conoscono quattro serie radioattive che prendono il nome dal capostipite della catena che sono riportate nella tab.1:

Serie	Nuclide capostipite	$T_{1/2}$ (anni)	Nucleo stabile
$A=4n$	${}^{234}_{90}\text{T}_h$	1.39×10^{10}	$\rightarrow {}^{208}_{82}\text{P}_b$
$A=4n+1$	${}^{237}_{93}\text{Np}$	1.39×10^6	$\rightarrow {}^{209}_{83}\text{B}_i$
$A=4n+2$	${}^{238}_{92}\text{U}$	4.5×10^9	$\rightarrow {}^{210}_{82}\text{P}_b$
$A=4n+3$	${}^{235}_{92}\text{U}$	7.15×10^8	$\rightarrow {}^{207}_{82}\text{P}_b$

Tabella 1.

Casi particolarmente rilevanti sono quelli delle catene di decadimento dei tre radioisotopi naturali più comuni, quali ${}^{238}_{92}\text{U}$, ${}^{235}_{92}\text{U}$ e ${}^{232}_{90}\text{T}_h$ riportate in fig.2.

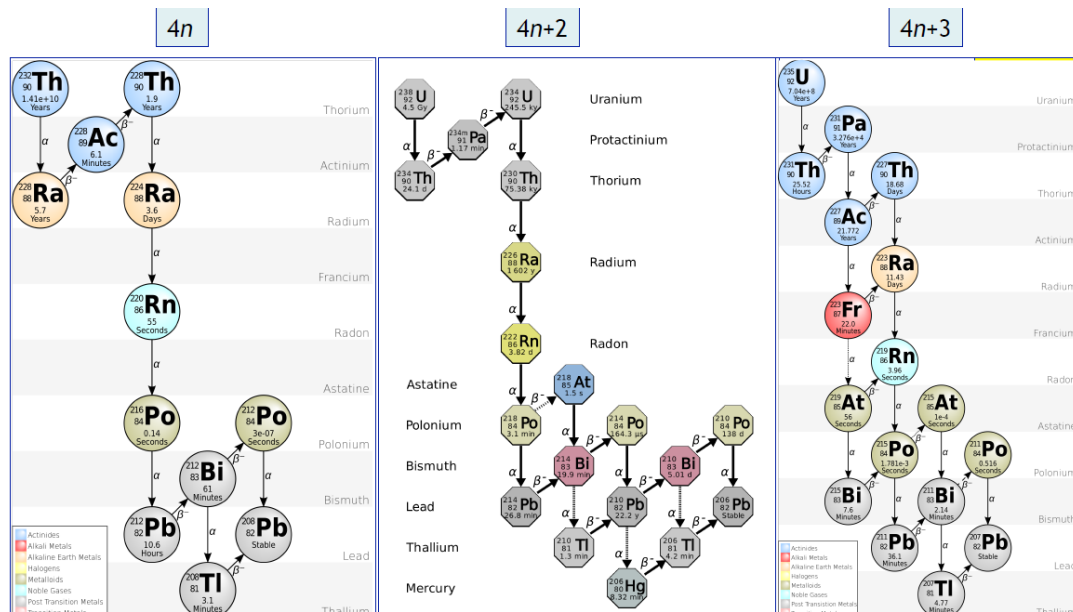


Figura 2. Catene di decadimento di $^{232}_{90}\text{Th}$, di $^{235}_{92}\text{U}$ e di $^{238}_{92}\text{U}$. Fonte.wikipedia.org.

Allo scopo di determinare le leggi matematiche di una catena di decadimento denotiamo con $N_1 \rightarrow N_2 \rightarrow N_3 \rightarrow N_4 \rightarrow \dots \rightarrow N_n$ i nuclidi degli anelli della catena. L'equazione differenziale $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$ che esprime il tasso di variazione di ciascun nuclide dell'anello risulta:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1; \frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2; \frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3; \frac{dN_4}{dt} = \lambda_3 N_3 - \lambda_4 N_4 \dots (4)$$

Integrando $\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1$ ricaviamo la legge di decadimento nel caso di una singola sostanza: $N_1(t) = N_{01} e^{-\lambda_1 t}$. Si può dimostrare che la legge di decadimento di N_2 è:

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} N_{01} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + N_{02} e^{-\lambda_2 t}. (5)$$

Se λ_1 e λ_2 sono molto diverse, ovvero che $\lambda_2 \gg \lambda_1$ e quindi le emivite $\tau_1 \gg \tau_2$, si giunge rapidamente a $e^{-\lambda_2 t} \sim 0$. Per cui la legge temporale di decadimento di N_2 diventa:

$$N_2(t) \approx \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_{01} e^{-\lambda_1 t}. (6)$$

Vediamo pertanto che per tempi $t \gg \tau_2 = \frac{1}{\lambda_2}$ l'attività della sostanza o nuclide 2 segue la stessa evoluzione temporale della sostanza o nuclide 1. Per la sostanza o nuclide 3 otteniamo

$$N_3(t) = \lambda_2 \int_0^t N_2(t) dt = \int_0^t \lambda_1 N_{01} e^{-\lambda_1 t} dt (7)$$

$$N_3(t) \approx \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_{01} (1 - e^{-\lambda_1 t}). (8)$$

Se $\lambda_1 \ll \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \dots$ per tempi $t_1, t_2, t_3, t_4 \ll t \ll t_1$, si instaura una condizione di equilibrio nella famiglia radioattiva espressa dalla seguente relazione:

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \lambda_3 N_3 = \dots (9)$$

Quindi, le attività radioattive degli anelli della catena sono uguali e la loro concentrazione è proporzionale ai tempi di dimezzamento di ciascun nuclide. Ricordo che l'attività radioattiva $A(t) = \lambda N(t)$ rappresenta il numero di nuclei che decadono in 1 secondo e l'unità di misura è il Becquerel [$1 \text{ Bq} = 1 \text{ s}^{-1}$].

L'ultimo discendente di una famiglia radioattiva è un isotopo stabile.

L'isotopo naturale stabile del piombo non radiogenico è $^{204}_{82}\text{Pb}$.

La fig.3 illustra la stretta analogia tra gli anelli di una famiglia radioattiva e i serbatoi di liquidi diversi, ciascuno dei quali si svuota riempiendo il successivo:

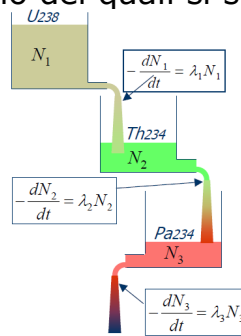


Figura 3. Illustrazione dell'analogia tra gli anelli di una famiglia radioattiva e i serbatoi di liquidi. Fonte: paolo.randazzo@ca.cnr.it.

La radioattività naturale è generata da nuclei con vite medie dell'ordine della vita del sistema solare, che è pari a circa $5 \cdot 10^9$ anni.

Le catene radioattive naturali $\alpha + \beta$ sono tali che l'isotopo capostipite e tutti i nuclidi di ciascuno anello decadono per decadimento α (${}^4_2\text{He}$) o β . La variazione del numero di massa dei nuclei figli è $\Delta A = 4$. Gli isotopi i figli, ricchi di neutroni, decadono con β^- . L'uranio-238, ${}^{238}_{92}\text{U}$, l'isotopo più abbondante, decade con 8 decadimenti α e 6 decadimenti beta-meno. L'uranio-235, ${}^{235}_{92}\text{U}$, decade con 7 decadimenti α e 7 decadimenti beta-meno. Il ${}^{234}_{90}\text{Th}$ decade con 7 decadimenti α e 5 decadimenti beta-meno. Analizzeremo nel prosieguo i sistemi di decadimento radioattivo caratterizzati dalle reazioni nucleari seguenti:

1. ${}^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{206}_{80}\text{Pb} + 8\alpha + 6\beta^- + E$ ($0.094 \times 10^{-3} \text{ W/kg}$);
2. ${}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{207}_{80}\text{Pb} + 7\alpha + 4\beta^- + E$ ($0.027 \times 10^{-3} \text{ W/kg}$);
3. ${}^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{208}_{80}\text{Pb} + 6\alpha + 4\beta^- + E$ ($0.037 \times 10^{-3} \text{ W/kg}$).

Ogni radioisotopo che decade emette radiazioni α e/o γ caratteristiche. La loro energia è tipica del radioisotopo, per cui ne consente il riconoscimento. Le particelle β hanno, invece, energia variabile e sono meno utili nell'analisi. Gli strumenti più utilizzati per l'analisi sono gli spettrometri di massa α e γ , che hanno una risoluzione è elevata.

In fig.4 sono riportati i radioisotopi, le particelle emesse e le loro energie caratteristiche, che permettono di riconoscerne la sorgente.

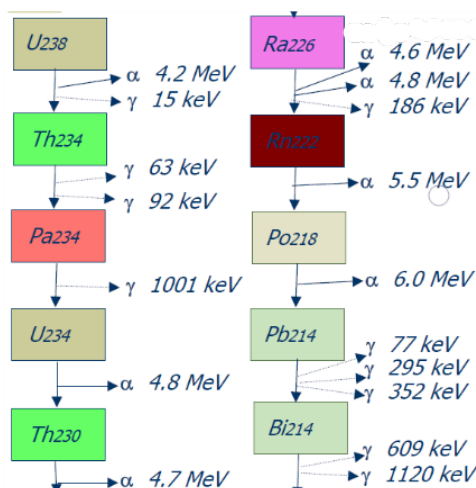


Figura 4. Energie tipiche delle particelle α e γ emesse dai radioisotopi delle catene dell'uranio-238 e del radio-226. Fonte: P.randaccio@ca.infn.it

9.1 Sistema di decadimento radioattivo $^{238}_{92}\text{U} \rightarrow ^{206}_{80}\text{Pb}$

Proprietà:

- $T_{1/2} = 4.5 \times 10^9$ anni;
- $\lambda_{^{238}\text{U}} = 1.55 \cdot 10^{-10} \text{ a}^{-1}$;
- Intervallo effettivo di datazione: $\Delta t > 10^6$ anni;
- Materiali sorgente di $^{238}_{92}\text{U}$: zircone, uraninite, pecblenda;
- Utilizzi: datazione dell'età della Terra e delle meteoriti;
- Abbondanza isotopica naturale: 99.27% dell'uranio totale.

Il tipo di radiazione e le emivite dei 15 isotopi della catena di decadimento sono riportati in fig. 1.

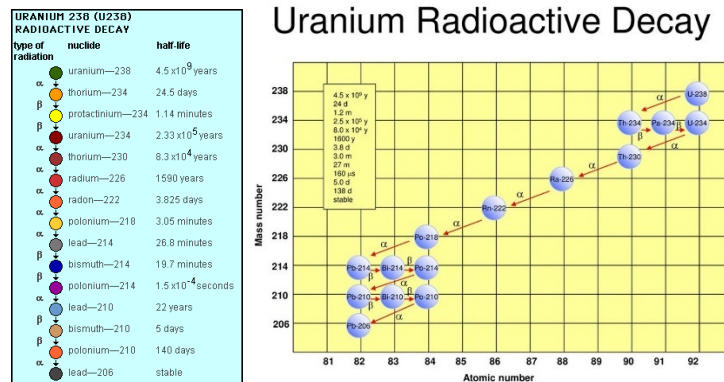


Figura 1. Radioisotopi naturali: serie dell'urazuo-238. I radionuclidi si concentrano con abbondanze diverse nei vari materiali componenti la crosta terrestre. Fonte. wikipedia.org.

9.2 Sistema di decadimento radioattivo $^{235}_{92}\text{U} \rightarrow ^{207}_{80}\text{Pb}$

Proprietà:

- $T_{1/2} = 7.04 \times 10^8$ anni;
- $\lambda_{^{235}\text{U}} = 9.85 \cdot 10^{-10} \text{ a}^{-1}$;
- Intervallo effettivo di datazione: $\Delta t > 10^7$ anni;
- Materiali sorgente di $^{235}_{92}\text{U}$: zircone, uraninite, monazite, apatite;
- Utilizzi: datazione dei dinosauri fossili;
- Abbondanza isotopica naturale: 0.72% dell'uranio totale.

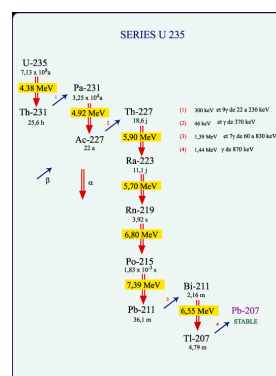


Figura 2. Radioisotopi naturali: serie dell'uranio-235. I radionuclidi si concentrano con abbondanze diverse nei vari materiali componenti la crosta terrestre. Fonte. wikipedia.org.

9.3 Sistema di decadimento radioattivo $^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow ^{208}_{82}\text{Pb}$

Proprietà:

- $T_{1/2} = 14.0 \times 10^9$ anni;
- $\lambda_{^{232}_{90}\text{Th}} = 4.95 \cdot 10^{-10} \text{ a}^{-1}$;
- Intervallo effettivo di datazione: $\Delta t > 10^7$ anni;
- Materiali sorgente di $^{232}_{90}\text{Th}$: torite, monazite, torogummite, huttonite in graniti e basalti;
- Usi: età delle stelle, noduli del fondale marino
- Abbondanza: 100%.

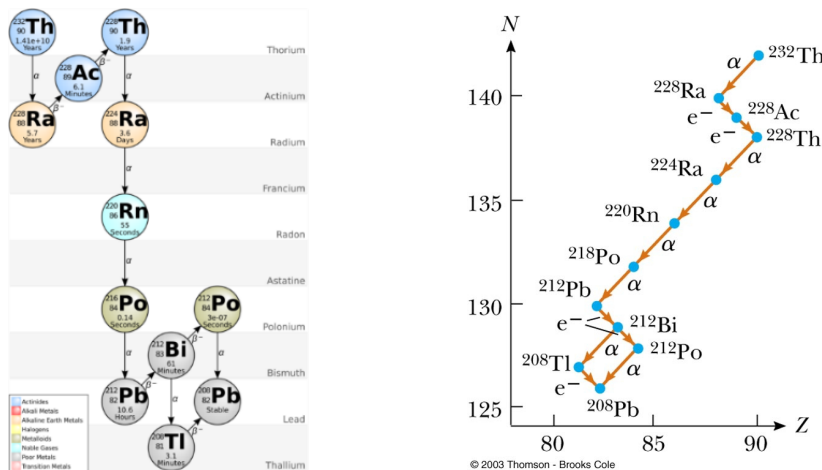


Figura 3. Radioisotopi naturali: serie del Torio. I radionuclidi si concentrano in modo diverso nei vari materiali componenti la crosta terrestre. Fonte. wikipedia.org.

9.4 Il metodo di datazione piombo-piombo

Il metodo si basa sulla combinazione dei decadimenti $^{238}_{92}\text{U}$, $^{235}_{92}\text{U}$ e del $^{232}_{90}\text{Th}$ e si applica a rocce contenenti isotopi dell'uranio, del torio e del piombo. Il piombo in natura esiste in 4 isotopi stabili: $^{204}_{82}\text{Pb}$, $^{206}_{82}\text{Pb}$, $^{207}_{82}\text{Pb}$ e $^{208}_{82}\text{Pb}$. Di questi solo il piombo $^{204}_{82}\text{Pb}$ non è prodotto per decadimento radioattivo. In una data roccia è presente in quantità costante nel tempo e la sua presenza in un minerale testimonia proprio che una parte del piombo non è radiogenica.

Quando si è formata la crosta terrestre tutti gli isotopi del piombo erano presenti in una certa proporzione, ma con il passare del tempo i decadimenti di $^{238}_{92}\text{U}$, $^{235}_{92}\text{U}$ e del $^{232}_{90}\text{Th}$ hanno arricchito il materiale di isotopi $^{206}_{82}\text{Pb}$, $^{207}_{82}\text{Pb}$ e $^{208}_{82}\text{Pb}$, figli dei nuclidi capostipiti. C'è stato, quindi, un conseguente aumento nel tempo dei rapporti $^{206}_{82}\text{Pb}/^{204}_{82}\text{Pb}$, $^{207}_{82}\text{Pb}/^{204}_{82}\text{Pb}$ e $^{208}_{82}\text{Pb}/^{204}_{82}\text{Pb}$. Per questo motivo la composizione isotopica del piombo è tuttora in continua evoluzione e presenta differenti composizioni in ere geologiche diverse. In tabella 1 sono riportate le abbondanze isotopiche attuali e quelle al tempo di formazione della Terra ricavate dallo studio di meteoriti con contenuto di uranio molto basso.

Abbondanze isotopiche del Piombo				
	$^{204}\text{Pb}_{90}$	$^{206}\text{Pb}_{90}$	$^{207}\text{Pb}_{90}$	$^{208}\text{Pb}_{90}$
Oggi	1.4%	24.1%	22.1%	52.4%
Oggi	1	17.2	15.8	37.4
t=0	1	4.0	4.4	12.0

Tabella 1

Per semplificare i calcoli, assumiamo che la roccia R, di cui si vuole definire l'età, contenga solo $^{238}_{92}\text{U}$. In questa ipotesi possiamo applicare l'equazione dell'età:

$$T = \frac{1}{\lambda_X} \ln \left[\frac{\frac{N_{Y_1}(t)}{N_{Y_2}(t)} - \frac{N_{Y_1}(0)}{N_{Y_2}(0)}}{\frac{N_X(t)}{N_{Y_2}(t)}} + 1 \right]. \quad (1)$$

Dove $\lambda_X = \lambda_{^{238}_{92}\text{U}} = 1.55125 \times 10^{-10} \text{ a}^{-1}$ e $N_X = ^{238}_{92}\text{U}$, $N_{Y_1} = ^{206}_{90}\text{Pb}$ e $N_{Y_2} = ^{204}_{90}\text{Pb}$.

Ponendo $\frac{N_{Y_1}(0)}{N_{Y_2}(0)} = k$ possiamo determinarne il valore analizzando una roccia coeva

R_C che contiene piombo ma che è priva di $^{238}_{92}\text{U}$. A tal fine si fa la ragionevole ipotesi che, al momento della sua formazione R abbia incorporato del piombo con una composizione isotopica uguale a quella di R_C . Orbene, per la roccia R_C , a causa dell'assenza di $^{238}_{92}\text{U}$, il rapporto $^{208}_{90}\text{Pb}/^{204}_{90}\text{Pb}$ fra le abbondanze isotopiche è rimasto costante nel tempo. Quindi per la roccia R_C possiamo scrivere:

$$\frac{N_{CY_1}(t)}{N_{CY_2}(t)} = \frac{N_{CY_1}(0)}{N_{CY_2}(0)} = k$$

Questa condizione è valida anche per la roccia R, ossia $\frac{N_{Y_1}(0)}{N_{Y_2}(0)} = k$. Noto k l'età della roccia R si calcola applicando l'equazione dell'età:

$$T = \frac{1}{\lambda_{^{238}_{92}\text{U}}} \ln \left[\frac{\frac{N_{Y_1}(t)}{N_{Y_2}(t)} - k}{\frac{N_X(t)}{N_{Y_2}(t)}} + 1 \right]. \quad (2)$$

Il calcolo dell'età mediante la (10) è fondata sull'ipotesi che una roccia contenga solo l'isotopo $^{238}_{92}\text{U}$. Nella realtà, però, essa contiene anche $^{235}_{92}\text{U}$ e $^{232}_{90}\text{Th}$ gli isotopi capostipiti, che decadono in $^{207}_{90}\text{Pb}$ e $^{206}_{90}\text{Pb}$, stabili. Questo è importante perché i processi chimici generalmente non cambiano il rapporto tra i due isotopi dell'uranio in modo significativo e non cambierà il rapporto tra i due isotopi figli del piombo. Il decadimento dei due isotopi dell'uranio avviene su due scale temporali diverse, quindi due *orologi* differenti. Poiché, però, hanno iniziato a scandire il tempo nello stesso momento, devono restituire la stessa età.

Svilupperemo qui di seguito un approccio isocrono per calcolare l'età con il metodo $P_b - P_b$, che implica la combinazione dei tre sistemi citati. A tal fine, è necessario però misurare il rapporto sia tra i nuclidi genitori che tra gli isotopi figli.

Scriviamo innanzitutto le equazioni di decadimento per ciascuno dei due isotopi radioattivi dell'uranio:

$$^{207}_{90}\text{Pb}_{*} = ^{235}_{92}\text{U}(e^{\lambda_{235}t} - 1). \quad (3)$$

$$^{206}_{90}\text{Pb}_{*} = ^{238}_{92}\text{U}(e^{\lambda_{238}t} - 1). \quad (4)$$

Dove l'asterico designa il $^{206}_{90}\text{Pb}_{*}$ e il $^{207}_{90}\text{Pb}_{*}$ radiogenici. λ_{238} e λ_{235} denotano, rispettivamente, le costanti di decadimento di $^{238}_{92}\text{U}$ e di $^{235}_{92}\text{U}$.

Dividendo membro a membro la (3) e la (4) si ottiene:

$$\frac{^{207}_{90}\text{Pb}_{*}}{^{206}_{90}\text{Pb}_{*}} = \frac{^{235}_{92}\text{U}(e^{\lambda_{235}t} - 1)}{^{238}_{92}\text{U}(e^{\lambda_{238}t} - 1)}. \quad (5)$$

Assumendo che oggi il rapporto $(^{238}\text{U}/^{235}\text{U}) = \left(\frac{1}{137.82}\right)^{16}$ e inserendolo nella (5) si ha:

$$\frac{{}^{207}\text{Pb}_* / {}^{90}\text{Pb}_*}{{}^{206}\text{Pb}_* / {}^{90}\text{Pb}_*} = \frac{1(e^{\lambda_{235}t} - 1)}{137.82(e^{\lambda_{238}t} - 1)} \quad (6)$$

Il risultato interessante dell'equazione (6) è che l'unica variabile sul lato destro è il tempo. Ciò significa che il rapporto $(^{207}\text{Pb}_* / {}^{206}\text{Pb}_*)$ è una funzione solo del tempo. Quindi, l'età è indipendente dal rapporto genitore/figlio, per cui non è necessario misurarlo. Questa proprietà in realtà ci permette di fare a meno dell'ipotesi che il sistema rimanga chiuso.

Il metodo Pb-Pb, può essere molto utile se applicato in modo indipendente, in particolare quando si può ammettere che il rapporto genitore/figlio non abbia subito qualche cambiamento recente. Dividendo il numeratore e il denominatore del primo membro della (6) per la concentrazione del piombo-204 stabile e considerando la variazione dei rapporti suddetti otteniamo:

$$\frac{\Delta({}^{207}\text{Pb}_* / {}^{204}\text{Pb})}{\Delta({}^{206}\text{Pb}_* / {}^{204}\text{Pb})} = \frac{1(e^{\lambda_{235}t} - 1)}{137.82(e^{\lambda_{238}t} - 1)} \quad (7)$$

L'equazione (7) è molto simile all'equazione (6). La (6) si usa quando la concentrazione iniziale del piombo è insignificante, oppure se la quantità di piombo iniziale è sufficientemente piccola per poter fare una stima ragionevole della sua composizione isotopica e apportarvi una correzione. La (7) si utilizza quando il piombo iniziale è presente in modo significativo o quando non è nota la composizione. La fig. 1 illustra un esempio di un'isocrona Pb-Pb che ha prodotto un'età ragionevolmente precisa basata sull'equazione (7). A differenza di una isocrona convenzionale, l'intercetta nell'isocrona Pb-Pb non ha significato e la composizione isotopica iniziale non può essere determinata senza altre informazioni aggiuntive sui rapporti genitore/figlio. Come negli altri esempi di rette isocrone che abbiamo discusso sopra l'età riportata è determinata dalla pendenza della retta di regressione.

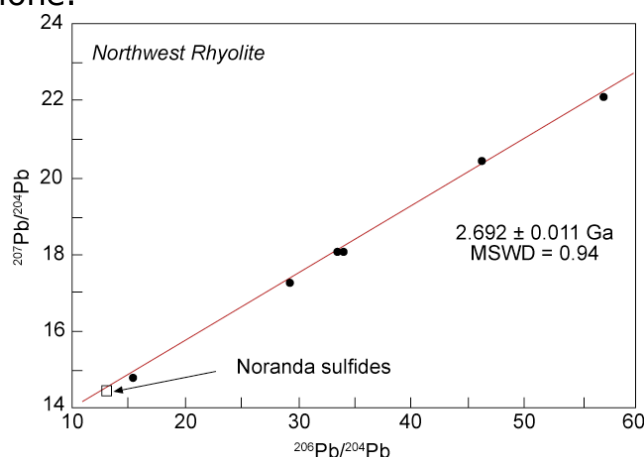


Figura 1. Una retta isocrona $\text{Pb} - \text{Pb}$ ottenuta su rocce vulcaniche con età di (2.692 ± 0.011) miliardi di anni, che ospitano il deposito di solfuro di $\text{Cu} - \text{Zn}$ di Noranda (Quebec). $\text{MSWD}=0.94$ la deviazione media standard ponderata o l'intervallo di confidenza di 2σ . Dati di Vervoort et al. (1993).

¹⁶ Il valore 137,88 del rapporto $(^{238}\text{U}/^{235}\text{U})$ è quello 'ufficiale' raccomandato dalla Sottocommissione IGC per la Geocronologia.

9.5 Metodo concordia

Gli isotopi dell'uranio decadono attraverso una catena di prodotti-figli a loro volta radioattivi, che alla fine portano agli isotopi stabili del piombo, cioè a $^{206}_{90}\text{Pb}$, $^{207}_{90}\text{Pb}$ e $^{208}_{90}\text{Pb}$. Abbiamo visto sopra che i decadimenti intermedi possono essere trascurati in quanto il valore della costante di decadimento del nuclide capostipite, l'uranio-238 o l'uranio-235, è molto basso rispetto a quella di tutti i nuclidi discendenti. Gli isotopi del piombo esistono sulla Terra e in tutti gli altri corpi del solare sistema solo perché sono continuamente prodotti dal decadimento degli isotopi a vita lunga suddetti e del torio, Th . L'abbondanza di un nuclide dipende dall'equilibrio tra il proprio decadimento radioattivo e la velocità con cui è prodotto dal decadimento del suo genitore. Il numero di atomi di un nuclide figlio radiogeno D^* è semplicemente la differenza tra il numero iniziale di atomi del genitore, N_0 , e il numero N rimanente dopo il tempo t . Quindi, $D = N_0 - N$; da cui $N + D = N_0$. L'abbondanza del nuclide D dipende dall'equilibrio tra il proprio decadimento radioattivo e la velocità con cui è prodotto dal decadimento del suo genitore. In simboli:

$$\frac{dN_D}{dt} = \lambda_P N_P - \lambda_D N_D \quad (1)$$

dove i pedici P e D si riferiscono rispettivamente a genitore e figlio. *Questa equazione dice semplicemente che il tasso di variazione dell'abbondanza dell'isotopo figlio è uguale al tasso di produzione ($\lambda_P N_P$) meno il tasso di decadimento ($\lambda_D N_D$).* Integrando si ottiene:

$$N_D = \frac{\lambda_P}{\lambda_P - \lambda_D} N_P^0 (e^{-\lambda_P t} - e^{-\lambda_D t}) + N_D^0 e^{-\lambda_D t} \quad (2)$$

Invece delle abbondanze atomiche è preferibile considerare nelle datazioni l'attività radioattiva dN/dt , che misura le disintegrazioni per unità di tempo t . La scelta è giustificata dal fatto che i nuclidi a vita più lunga possono essere misurati mediante spettrometria di massa, ma quelli a vita più breve sono così rari che sono ancora più facilmente individuati dal loro decadimento. Le attività sono correlate alle abbondanze atomiche (o molari) dall'equazione:

$$\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

Quindi, nota l'attività, è possibile calcolare l'abbondanza molare e viceversa. Lo stato di equilibrio radioattivo degli isotopi figlio e genitore è raggiunto quando le loro attività sono uguali, quindi:

$$\frac{dN_D}{dt} = \frac{dN_P}{dt} \quad (3)$$

Questa condizione vale se il sistema non viene perturbato, cioè se rimane chiuso. In termini matematici lo stato di equilibrio è uno stato stazionario, in cui l'abbondanza del nuclide figlio non cambia e l'attività è nulla, ovvero $\frac{dN_D}{dt} = 0$.

La (1) diventa: $0 = \lambda_P N_P - \lambda_D N_D$ e $\lambda_P N_P = \lambda_D N_D$. Quindi:

$$N_D = \frac{\lambda_P}{\lambda_D} N_P \quad (4)$$

In passato, le attività venivano misurate mediante conteggio alfa e quantità di materiale abbastanza grandi. Ma i miglioramenti nella spettrometria di massa negli ultimi decenni lo hanno reso possibile per misurare i radionuclidi a vita più lunga, inclusi ^{234}U , ^{230}Th e ^{231}Pa mediante spettrometria di massa su piccole quantità di materiale e con una precisione migliore rispetto al conteggio α , sebbene di breve

durata i nuclidi, come ^{210}Pb , vengono ancora misurati mediante il conteggio del decadimento. Negli ultimi dieci anni è diventato possibile misurare questi radionuclidi anche su scala di decine di micron utilizzando i tipi di microsonde ioniche usato per la datazione con lo zircone.

Riprendiamo ora la relazione che esprime il legame nel corso di un decadimento tra un nuclide figlio radiogenico rispetto al nuclide padre:

$$N + D = N_0.$$

Nell'ipotesi che non esistono nuclidi figli al tempo $t=0$, la relazione tra il numero N dei nuclidi capostipiti e quello dei discendenti stabili, D , può essere scritta nella forma nota:

$$D = N \times (e^{\lambda t} - 1)$$

Da $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ ricaviamo $N_0 = N \cdot e^{\lambda t}$, che sostituita nella condizione $N + D = N_0$ scritta nella forma $D = N_0 - N$, otteniamo:

$$D = N \cdot e^{\lambda t} - N = N(e^{\lambda t} - 1). \quad (5)$$

Nel caso di $^{238}\text{U} \rightarrow ^{206}\text{Pb}$ e $^{235}\text{U} \rightarrow ^{207}\text{Pb}$ la (1) assume le forme:

$$^{206}\text{Pb}_{90} = ^{238}\text{U}_{92}(e^{\lambda_{238}t} - 1) \quad \text{e} \quad ^{207}\text{Pb}_{90} = ^{235}\text{U}_{92}(e^{\lambda_{235}t} - 1) \quad \text{che riscriviamo:}$$

$$\frac{^{206}\text{Pb}_{90}}{^{238}\text{U}_{92}}(e^{\lambda_{238}t} - 1) \quad (a) \quad \text{e} \quad \frac{^{207}\text{Pb}_{90}}{^{235}\text{U}_{92}}(e^{\lambda_{235}t} - 1) \quad (b) \quad (6)$$

Le relazioni (a) e (b) della (6) possono considerarsi come le equazioni parametriche della curva riportata in fig. 1, che rappresenta l'andamento del rapporto $^{206}\text{Pb}_{90}/^{238}\text{U}_{92}$ in funzione de rapporto $^{207}\text{Pb}_{90}/^{235}\text{U}_{92}$ nell'ipotesi che il sistema in esame, cioè il campione di roccia, sia rimasto sempre chiuso dal momento della sua formazione ad oggi.

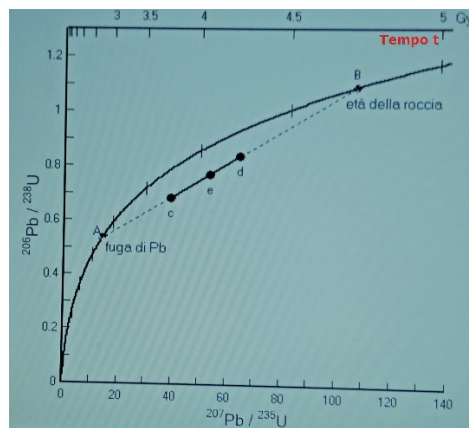


Figura 1. Curva concordia e *retta discordia* passante per i punti A e B.

Fonte. I. Guerra A.A 2012-13.

Il grafico viene detto *curva concordia*, che si ottiene misurando in un campione di roccia i rapporti isotopici che compaiono sui suoi assi. Se i punti si posizionano lungo la curva, allora il punto che li rappresenta garantisce che le due diverse famiglie forniscono valori concordanti dell'età. Tale età può essere ricavata calcolando t mediante una delle relazioni (6) esplicitando l'ordinata o l'ascissa del punto. Nel caso in cui il sistema non sia rimasto chiuso e che si sia verificata una perdita di Pb , il punto si dispone fuori dalla curva, nella sua parte concava. Una situazione analoga si verifica per i valori ottenuti calcolando i rapporti isotopici dopo aver separato i diversi minerali presenti nella roccia: si può dimostrare che

in questo caso, grazie al fatto che i rapporti isotopici restano costanti, i punti rappresentativi di ciascun minerale si dispongono nel grafico lungo una retta, chiamata *retta discordia*. Le intersezioni A e B con la curva concordia forniscono due importanti informazioni. Le ascisse in tempo delle intersezioni A e B tra curva concordia e retta discordia, riportate sull'asse orizzontale in alto e sulla curva stessa, coincidono rispettivamente con il tempo in cui si è verificata la perdita di P_b e l'età attuale del campione. Anche questi due valori possono essere calcolati da una delle relazioni (6).

Concludendo, un diagramma di concordanza utilizzato nella datazione Uranio-Piombo è tale che quando i campioni analizzati mostrano una perdita di isotopi del piombo, l'intersezione tra la *retta discordia* (di errore) e la curva di concordanza fornisce l'età corretta della roccia.

Presentiamo qui di seguito alcuni esempi di datazioni determinate con *curve concordia e rette discordia*.

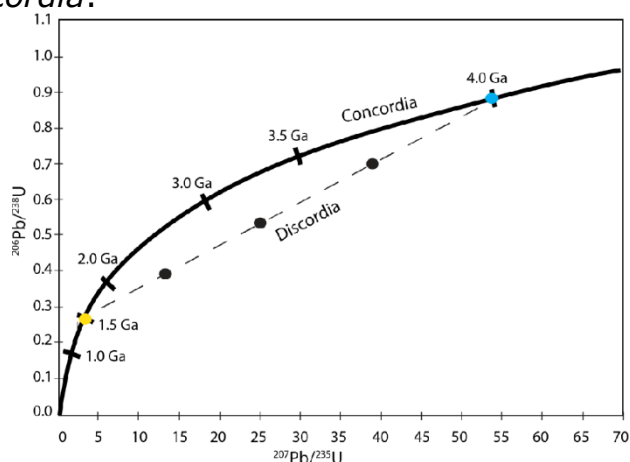


Figura 2. Diagramma concordia schematico di Wetherill. I punti dati che cadono sulla curva sono definiti concordanti e i punti rappresentati sotto la curva sono detti discordanti (punti neri). In questo esempio, l'intercetta superiore data a 4,0 Ga.
Fonte. wikipedia.org.

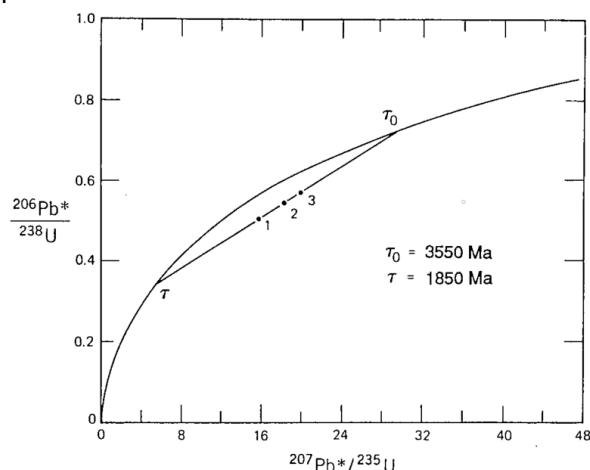


Figura 3. Diagramma di concordia per tre frazioni di zirconi discordanti. La retta discordia interseca la curva concordia in due punti che datano l'età degli zirconi (τ_0) e l'età della perdita episodica di piombo (τ). Fonte. Da Faure (1986).

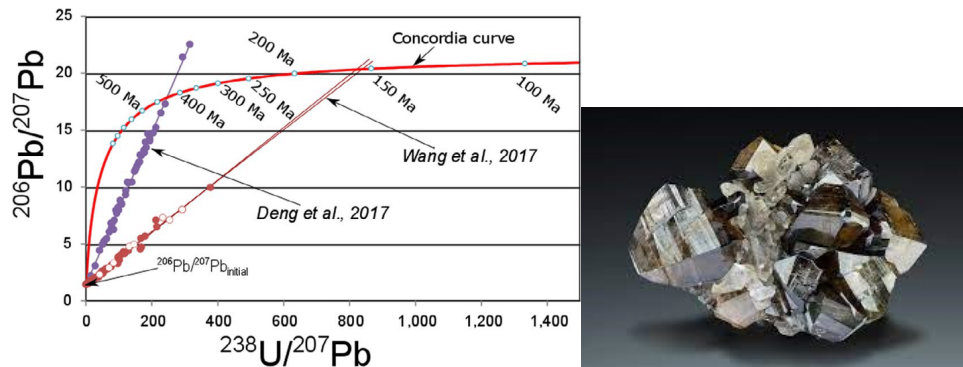


Figura 4. Diagramma Concordia $^{238}\text{U}/^{207}\text{Pb}$ e $^{206}\text{Pb}/^{207}\text{Pb}$ prodotto da Wang et al. (2017) e Deng et al. (2017). I dati sono stati ricavati da una cassiterite (a destra) una roccia vulcanica. L'età della cassiterite in questo diagramma può essere determinata dalle intersezioni superiori delle rette discordia con la curva Concordia

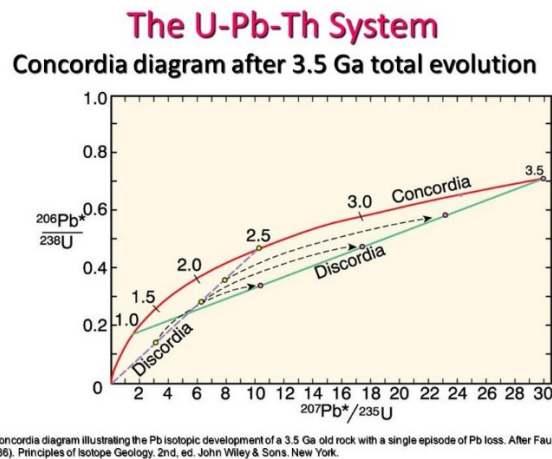


Figura 5. Diagramma concordia che illustra l'evoluzione degli isotopi radiogenici di ^{206}Pb e ^{207}Pb in una roccia formatasi 3.5 Ga dopo un episodio di perdita di piombo.

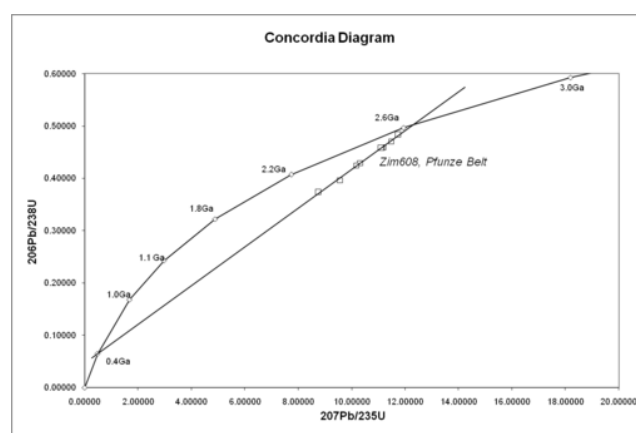


Figura 6. Diagramma di concordanza utilizzato nella datazione uranio-piombo di un sistema aperto. Tutti i campioni analizzati mostrano una perdita di isotopi del piombo, ma l'intersezione tra la retta di errore e la curva di concordanza fornisce l'età corretta della roccia. Fonte. Wikipedia.org.

9.6 Età della terra

Prendiamo, ora, in esame una roccia che contiene inizialmente i due nuclei radioattivi $^{235}_{92}\text{U}$ e $^{238}_{92}\text{U}$ che decadono rispettivamente in $^{207}_{90}\text{Pb}$ e $^{206}_{90}\text{Pb}$ con costanti di decadimento λ_{235} e λ_{238} rispettivamente. Applicando la relazione

$$D = D_0 + N_0 \times (1 - e^{-\lambda t}) \times (1 - e^{-\lambda t})$$

ai sistemi $^{235}_{92}\text{U} - ^{207}_{90}\text{Pb}$ e $^{238}_{92}\text{U} - ^{206}_{90}\text{Pb}$ otteniamo:

$$^{207}_{90}\text{Pb}(t) = ^{207}_{90}\text{Pb}(t=0) + ^{235}_{92}\text{U}(t=0) \times (1 - e^{-\lambda_{235}t}) \quad (1)$$

$$^{206}_{90}\text{Pb}(t) = ^{206}_{90}\text{Pb}(t=0) + ^{238}_{92}\text{U}(t=0) \times (1 - e^{-\lambda_{238}t}) \quad (2)$$

Dividendo membro a membro le tue equazioni si ottiene:

$$\frac{^{207}_{90}\text{Pb}(t)}{^{206}_{90}\text{Pb}(t)} = \frac{^{207}_{90}\text{Pb}(t=0) + ^{235}_{92}\text{U}(t=0) \times (1 - e^{-\lambda_{235}t})}{^{206}_{90}\text{Pb}(t=0) + ^{238}_{92}\text{U}(t=0) \times (1 - e^{-\lambda_{238}t})} \quad (3)$$

Che riscriviamo:

$$\frac{^{207}_{90}\text{Pb}(t) - ^{207}_{90}\text{Pb}(t=0)}{^{206}_{90}\text{Pb}(t) - ^{206}_{90}\text{Pb}(t=0)} = \frac{^{235}_{92}\text{U}(t=0) \times (1 - e^{-\lambda_{235}t})}{^{238}_{92}\text{U}(t=0) \times (1 - e^{-\lambda_{238}t})} \quad (4)$$

In questa relazione compare il rapporto fra le abbondanze degli isotopi dell'uranio al momento della formazione della roccia. Tale rapporto può essere espresso mediante il rapporto attuale che risulta essere uguale in tutte le rocce. Infatti, applicando la relazione $N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$ e $N_0 = N(t) \times e^{\lambda t}$ a $^{235}_{92}\text{U}$ e $^{238}_{92}\text{U}$ otteniamo:

$^{235}_{92}\text{U}(t=0) = ^{235}_{92}\text{U}(t) \times e^{\lambda_{235}t}$ e $^{238}_{92}\text{U}(t=0) = ^{238}_{92}\text{U}(t) \times e^{\lambda_{238}t}$. Dividendo si ha:

$$\frac{^{235}_{92}\text{U}(t=0)}{^{238}_{92}\text{U}(t=0)} = \frac{^{235}_{92}\text{U}(t) \times e^{\lambda_{235}t}}{^{238}_{92}\text{U}(t) \times e^{\lambda_{238}t}} = \frac{0.72\%}{99.7\%} \times e^{(\lambda_{238} - \lambda_{235})t} = \frac{e^{(\lambda_{238} - \lambda_{235})t}}{138}. \quad (5)$$

Inserendo la (5) nella (4) si ha:

$$\frac{^{207}_{90}\text{Pb}(t) - ^{207}_{90}\text{Pb}(t=0)}{^{206}_{90}\text{Pb}(t) - ^{206}_{90}\text{Pb}(t=0)} = \frac{1}{138} \times \frac{(1 - e^{-\lambda_{235}t})}{(1 - e^{-\lambda_{238}t})} = \eta \quad (6)$$

$$\frac{^{207}_{90}\text{Pb}(t) - ^{207}_{90}\text{Pb}(t=0)}{^{206}_{90}\text{Pb}(t) - ^{206}_{90}\text{Pb}(t=0)} = \eta$$

$$^{207}_{90}\text{Pb}(t) = \eta \times ^{206}_{90}\text{Pb}(t) + [^{207}_{90}\text{Pb}(t=0) - \eta ^{206}_{90}\text{Pb}(t=0)]$$

Dividendo per $^{204}_{90}\text{Pb}(t) = ^{204}_{90}\text{Pb}(t=0)$ si ricava:

$$\frac{^{207}_{90}\text{Pb}(t)}{^{204}_{90}\text{Pb}(t)} = \eta \frac{^{206}_{90}\text{Pb}(t)}{^{204}_{90}\text{Pb}(t)} + \left[\frac{^{207}_{90}\text{Pb}(t=0)}{^{204}_{90}\text{Pb}(t=0)} - \eta \frac{^{206}_{90}\text{Pb}(t=0)}{^{204}_{90}\text{Pb}(t=0)} \right] \quad (7)$$

Per tutte le rocce aventi la stessa età t , il rapporto η ha lo stesso valore. Inoltre, se i rapporti isotopici iniziali del piombo sono uguali nelle varie rocce la quantità entro parentesi quadra è una costante e la relazione (7) mostra che sussiste una relazione lineare fra le abbondanze attuali di $^{207}_{90}\text{Pb}$ e $^{206}_{90}\text{Pb}$ nei differenti minerali. Tale dipendenza è messa in evidenza dalle misure sulle abbondanze attuali di $^{207}_{90}\text{Pb}$ e $^{206}_{90}\text{Pb}$ eseguite su rocce terrestri e lunari e su meteoriti, come illustrato in figura 21.3 dove i dati sperimentali sono distribuiti lungo una retta avente pendenza $\eta = 56$. Risulta quindi:

$$\eta = \frac{1}{138} \times \frac{(1 - e^{-\lambda_{235}t})}{(1 - e^{-\lambda_{238}t})} = 56.$$

Tale equazione si può risolvere numericamente o graficamente e si ricava un'età corrispondente a $4.5 \div 4.6 \times 10^9$ anni per le rocce appartenenti a differenti corpi del sistema solare.

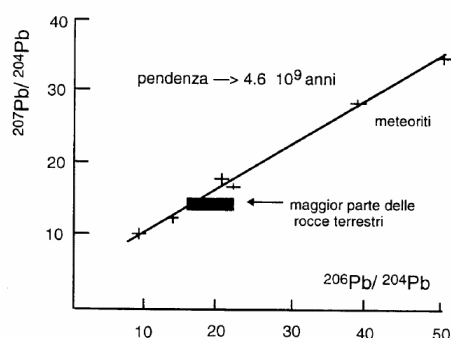


Figura 1. Diagramma isocrono per meteoriti, rocce lunari e rocce terrestri.

Fonte. <http://arpg-serv.ing2.uniroma1.it>

Il fatto che tutti i campioni provenienti da rocce terrestri, lunari e da meteoriti si dispongano approssimativamente lungo la stessa retta suggerisce l'ipotesi che tutti gli oggetti appartenenti al sistema solare si sono formati all'incirca nello stesso periodo, 4.6 miliardi di anni fa.

9.7 Sistema lutezio-afnio ($L_u - H_f$)

Il lutezio $^{176}_{72}Lu$ decade attraverso l'emissione di radiazioni β^- in afnio $^{177}_{72}Hf$ stabile con un tempo di dimezzamento $T_{1/2} = 37Ga$. Poiché non è semplice determinare il ritmo di decadimento di un elemento così 'lento', per misurare il valore di λ_{Lu} si ricorre alla calibrazione incrociata sullo stesso insieme di campioni considerando due sistemi di decadimento diversi: U-Pb e Lu-Hf. Nota l'età calcolata con il metodo U-Pb, si determina, poi, la costante di decadimento del sistema Lu-Hf.

Il lutezio è stato isolato come metallo puro solo negli ultimi anni. Può essere prodotto tramite riduzione delle anidridi L_uCl_3 o L_uF_3 usando un metallo alcalino terroso. Il metallo è bianco argento ed è relativamente stabile in aria. È il più duro e il più denso di tutta la serie dei lantanoidi.

La pendenza della retta isocrona di regressione di tre tipi di condriti presenti in meteoriti del sistema solare in formazione cadute sulla Terra, di cui si sono misurate le concentrazioni assolute al momento t e iniziale ($t=0$) sia di $^{176}_{72}Lu$ che di $^{177}_{72}Hf$. Esse sono state, poi, normalizzate dividendole per la quantità attuale dell'isotopo stabile $^{177}_{72}Hf$. La retta isocrona ha equazione:

$$\left(\frac{^{176}Hf}{^{177}Hf}\right)_t = \left(\frac{^{176}Hf}{^{177}Hf}\right)_i + \frac{^{176}Lu}{^{177}Hf}(e^{\lambda t} - 1). \quad (1)$$

La (1) esprime la crescita temporale di $^{176}_{72}Hf$. Nota la costante di decadimento del lutezio $\lambda_{Lu} = 1.983 \times 10^{-11}a^{-1}$ si può ricavare un'età di 4.56 Ga.

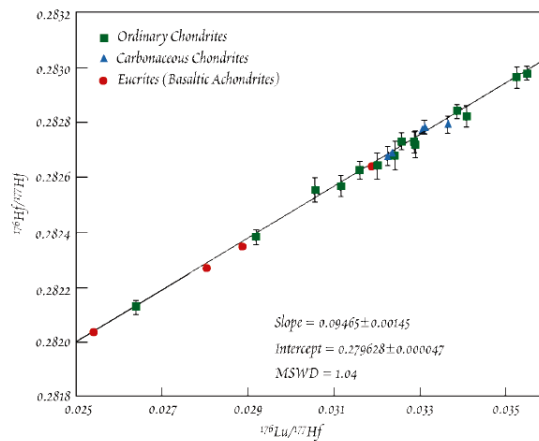


Figure 11.1. Isochron of chondritic and eucritic meteorites. Assuming an age of 4.56 Ga, the isochron corresponds to a decay constant of $1.983 \pm 0.033 \text{ a}^{-1}$. If the 3 groups of meteorites are considered separately, the calculated slopes are not significantly different from one and other. From Bizzarro et al. (2003).

Figura 1. Isocrona ottenuta calcolando i rapporti $\left(\frac{^{176}\text{Lu}}{^{177}\text{Hf}}\right)_t$ e $\frac{^{176}\text{Lu}}{^{177}\text{Hf}}$ presenti in campioni di differenti meteoriti. Fonte. Wikipedia.org.

Le condriti sono meteoriti rocciose che hanno la stessa composizione chimica dei planetesimi, oggetti rocciosi che si formarono nel sistema solare primordiale e che diedero vita ai pianeti. L'86% delle meteoriti cadute sulla Terra sono condriti. Prendono il loro nome dalle *condrule*, cioè i granelli subsferici presenti al loro interno. Le eucriti sono meteoriti pietrosi acondritici, molti dei quali provengono dalla superficie dell'asteroide 4 Vesta e come tali fanno parte del gruppo HED. Sono il gruppo di acondrite più comune con oltre 100 reperti distinti al momento. L'abbondanza relativa della maggior parte delle meteoriti cadute sulla Terra è mostrata in fig. 2. Nella tabella 1 sono riportati tipi e composizione degli aeroliti.

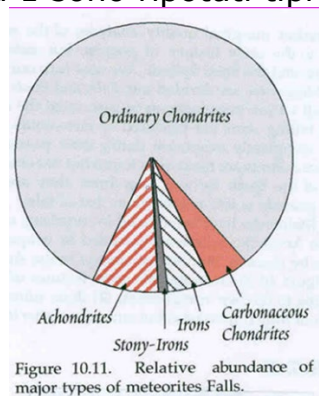


Figura 2. Abbondanza relativa dei maggiori tipi di meteoriti cadute sulla Terra. Fonte. Wikipedia.org.

AEROLITI			
CONDRIITI: ASSOCIAZIONI SFEROIDALI DI CONDRULI MILLIMETRICI DI SILICATI DI FERRO E MAGNESIO			
CONDRIITI CARBONACEE	ACONDRIITI	SIDERITI (IRONS)	MESOSIDERITI (STONYIRONS)
ARRICCHITI DI H_2O , FeS E CARBONIO GRAFITICO	ASSOCIAZIONI DI SILICATI Fe Mg Ca NON SFEROIDALI	LEGHE METALLICHE DI Fe (90%) E Ni (10%)	COMPOSIZIONE INTERMEDIA TRA AEROLITI E SIDERITI

Tabella 1.

In fig. 3 è illustrata una isocrona $P_b - P_b$ dei diversi tipi di meteoriti ritrovate sulla Terra da cui si può stimare l'età del Geoide.

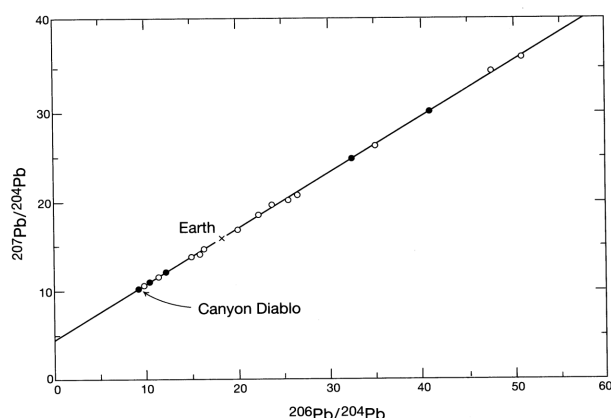


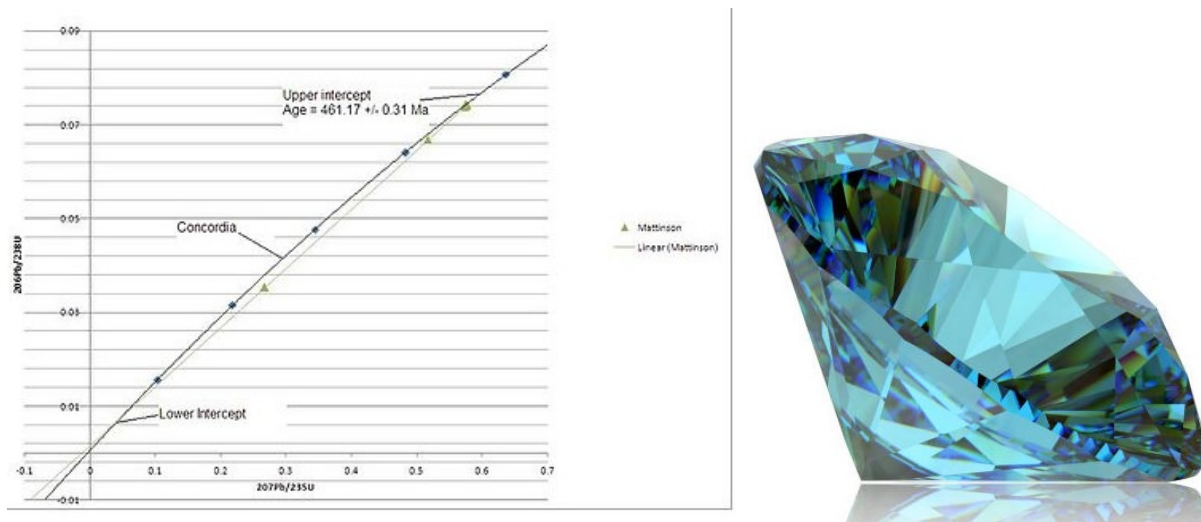
Figura 3. Isocrona $P_b - P_b$ di diversi tipi di meteoriti. La meteorite di Canyon Diablo è una meteorite ferrosa che contiene P_b ma non uranio, U. La composizione media della Terra è la media dei sedimenti fluviali.

Le datazioni al rubidio-stronzio, al potassio-argon, all'uranio-piombo e al samario-neodimio mostrano tutte che i meteoriti si sono formati circa 4,6 miliardi di anni fa. Ma studi dettagliati sugli isotopi di piombo nei meteoriti e nelle rocce terrestri indicano fortemente che la Terra e i meteoriti si sono formati contemporaneamente.

9.8 L'età di uno zirconio

Lo zirconio (ZrSiO_4) è un minerale con numerose proprietà che lo rendono molto utile nelle datazioni geocronologiche. La sua elevata durezza, pari a $7\frac{1}{2}$, lo rende resistente agli agenti atmosferici e chimici e al metamorfismo. Queste proprietà sono utili per scopi geocronologici in quanto la probabilità che il minerale rimanga un sistema chiuso è molto alta. Non contiene piombo ma è un concentrato di uranio e Th, ma in misura minore, tanto che i rapporti $^{238}\text{U}/^{204}\text{Pb}$ tipicamente molto elevati. Forse è il miglior orologio della natura.

In un sistema chiuso l'età di un cristallo di zirconio (ZrSiO_4) e di altri minerali come la monazite, la titanite e la baddeleyite, può essere calcolata semplicemente applicando la legge di decadimento esponenziale dell'uranio-238.



Zircone.

Figura 6. Diagramma concorde dei dati pubblicati da Mattinson inerenti a campioni di zircone provenienti dalle Montagne Klamath, nella California settentrionale. Ogni punto della curva di concordanza rappresenta un incremento di cento milioni di anni. Fonte: Wikipedia.org.

Le rocce più antiche disponibili per l'analisi sono state riscaldate e schiacciate molte volte nella loro storia geologica, perché per miliardi di anni i continenti sono andati alla deriva sulla superficie terrestre, scontrandosi e producendo montagne e nuovi fondali oceanici.

Sono stati sviluppati due approcci per aggirare questi problemi. Il primo prevede il campionamento di quanta più crosta terrestre possibile e la datazione di queste rocce. Una roccia nota come Acasta gneiss proveniente da una piccola area di roccia metamorfica nel nord del Canada è la più antica conosciuta e intatta della crosta terrestre. Usando la tecnica dell'uranio-piombo, S. Bowring e i suoi colleghi Ian Williams e W. Compston (Australian National University di Canberra) hanno datato cristalli di zircone dallo gneiss e hanno dimostrato che si è formato quasi 4 miliardi di anni fa. Datazioni coerenti con questo risultato sono state eseguite da Stephen Moorbath e i suoi colleghi di Oxford, dimostrando che le rocce vicino a Godthaab nel sud-ovest della Groenlandia si sono formate o esistevano circa 3,8 miliardi di anni fa. Questi risultati sono stati confermati ed è stato trovato accordo tra i metodi rubidio-stronzio, uranio-piombo e samario-neodimio.

Tutte le datazioni con questi sistemi radiometrici mostrano che le meteoriti si sono formate circa 4,6 miliardi di anni fa. Ma studi dettagliati sugli isotopi di piombo nelle meteoriti e nelle rocce terrestri indicano senza ombre di dubbio che la Terra e le meteoriti si sono formate contemporaneamente.

9.9 L'età della Galassia

Nel 2001 sul numero 409 della rivista Nature fu pubblicato un lavoro in cui veniva descritta la procedura che portò alla determinazione diretta dell'età della Galassia. A tale scopo furono misurate le abbondanze relative di ^{238}U e ^{232}Th in una stella molto antica, come testimoniato dalla carenza di elementi oltre H e He, formatasi all'inizio della Galassia. La sorgente dell'Uranio prodotto era stata l'esplosione di

una supernova ($t=0$), un evento poco precedente alla formazione della stella. Le abbondanze di Uranio e Torio sono evolute fino ad oggi (t), secondo le leggi

- $N_{Th}(t) = N_0 (e^{-\lambda_{Th} t} - 1)$;
- $N_U(t) = N_0 (e^{-\lambda_U t} - 1)$.

Risolvendo rispetto a t si ottiene

$$t \text{ (età)} = \frac{1}{(\lambda_U - \lambda_{Th})} \left[\ln \left(\frac{N_U(t)}{N_{Th}(t)} \right) - \ln \left(\frac{N_0(U)}{N_0(Th)} \right) \right] \quad (1)$$

Si sa che nelle esplosioni di Supernovae $^{238}_{92}U$ e $^{232}_{90}Th$ sono prodotti con abbondanze confrontabili per cui $\frac{^{232}_{90}Th}{^{238}_{92}U} \approx 1$. La misura delle abbondanze odierne di $N_U(t)$ e di $N_{Th}(t)$ danno un rapporto $\frac{N_U(t)}{N_{Th}(t)} = 0.18$, con un errore del 14%. Applicando la (1) si ottiene:

$$t = \frac{1}{(\lambda_U - \lambda_{Th})} [\ln(0.18) - \ln(1)] = \frac{1}{(\lambda_U - \lambda_{Th})} \ln(0.18).$$

Ricordando che $T_{1/2} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$ possiamo determinare λ_U e λ_{Th} noti i tempi di dimezzamento:

- $T_{1/2}(U) = 4,51 \cdot 10^9$ anni
- $T_{1/2}(Th) = 1,405 \cdot 10^{10}$ anni.

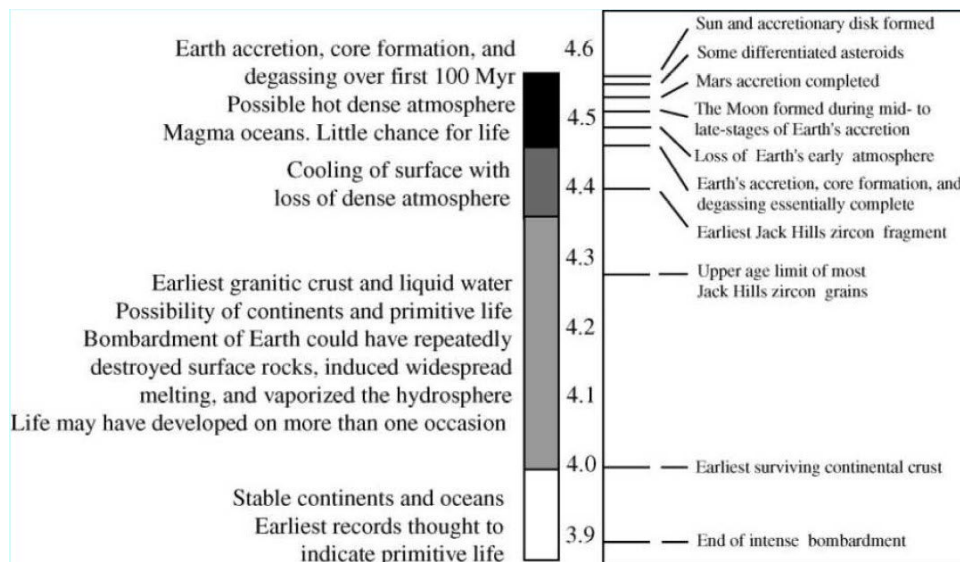
Si ha quindi:

- $\lambda_U = \frac{0.693}{4,51 \cdot 10^9} = 1.552 \cdot 10^{-10} \text{ a}^{-1}$
- $\lambda_{Th} = \frac{0.693}{1,405 \cdot 10^{10}} = 0.493 \cdot 10^{-10} \text{ a}^{-1}$

$$\begin{aligned} \diamond t &= \frac{1}{(1.552 - 0.493) \cdot 10^{-10}} \ln(0.18) = \frac{1.00 \cdot 10^{10}}{(1.059)} (1.714) = 1.621 \cdot 10^{10} = \\ &= 16.21 \cdot 10^9 \approx 16 \text{ miliardi di anni.} \end{aligned}$$

Il tempo trascorso, dedotto dalla formazione degli elementi $^{238}_{92}U$ e $^{232}_{90}Th$ prodotti dalla esplosione della Supernova, è circa 16 miliardi: l'errore è di circa 3 miliardi di anni tenendo conto dell'incertezza osservativa e di quella teorica sul rapporto iniziale $\frac{^{232}_{90}Th}{^{238}_{92}U}$.

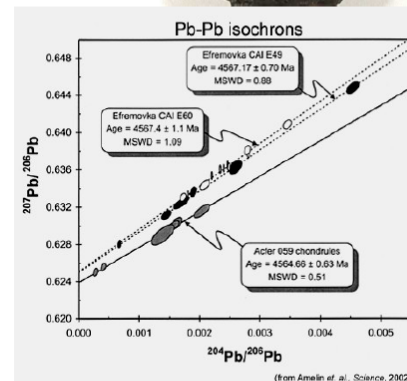
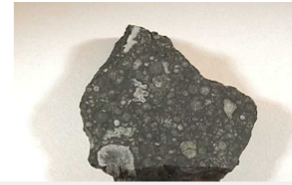
10. Cronologia dei processi di formazione e trasformazione del Pianeta Terra



11. Datazioni del sistema solare

Datazioni nel sistema solare

- La datazione di rocce terrestri, o del sistema solare, consiste nel determinare il tempo trascorso da quando ($t=0$) il materiale è condensato.
- Si misurano le abbondanze odierne dei nuclei radioattivi (es. ^{235}U , ^{238}U , ^{232}Th) e/o delle loro figlie.
- Il metodo migliore è quello di confrontare isotopi dello stesso nucleo, perché – se ci sono state perdite – sono sottratti in uguale quantità dal campione*.
- Il metodo Pb-Pb consiste nello studiare le abbondanze relative di tre isotopi del piombo:
 - A) ^{207}Pb , proveniente da ^{235}U
 - B) ^{206}Pb , proveniente da ^{238}U
 - C) ^{204}Pb , non radiogenico
- Si può stabilire una correlazione lineare fra le abbondanze, dalla cui pendenza si ricava l'età del campione.
- *È importante osservare che la chimica riconosce gli elementi, ma non gli isotopi, che dunque hanno avuto la stessa storia nel materiale



- I meteoriti più antichi hanno età di $4.57 \cdot 10^9$ anni
- I valori per la datazione della terra oscillano fra $4.52\text{-}4.58 \cdot 10^9$ anni

25

12. Scala temporale dell'evoluzione biologica

La vita sulla Terra, oggi è certo, è esistita da oltre 3 miliardi di anni fa. Un gruppo di ricercatori australiani ha scoperto il 3 settembre 2016 in Groenlandia il più antico fossile della Terra: ha 3,7 miliardi di anni ed è una formazione rocciosa creata da antichissimi organismi unicellulari. Si tratta di stromatoliti, rocce sedimentarie calcaree antichissime, costruite dall'azione di cianobatteri o alghe azzurre fotosintetici. Martin VanKranendonk della University of New South Wales e direttore del Centro Australiano di Astrobiologia, coordinatore della ricerca apparsa su [Nature](#), ha dichiarato: «Solitamente le stromatoliti non contengono i fossili dei batteri costruttori, ma è come se avessimo le loro case». Quei microrganismi, fa notare il ricercatore, vedevano un mondo molto diverso da quello attuale. I continenti erano neri, perché le rocce vulcaniche non erano ricoperte da vegetazione, e i cieli arancioni, in quanto scarsi di ossigeno, l'elemento che colora i cieli di azzurro ai nostri giorni. Le rocce sono state datate utilizzando come orologi radioattivi i sistemi samario-neodimio e potassio-argo. La scoperta fa slittare indietro di oltre 200 milioni di anni la prova dell'esistenza di forme di vita sul nostro pianeta. Il geologo Raphael Baumgartner della University of New South Wales (Australia), coordinatore di uno studio pubblicato a maggio 2017 su "Nature communications", che annunciava la scoperta di stromatoliti in Australia, ha affermato: «È emozionante: per la prima volta siamo in grado di dimostrare che le "tracce" osservate nella sequenza di rocce sedimentarie della formazione di Dresser sono realmente stromatoliti, legate alle prime forme di vita terrestre» risalenti a circa tre miliardi e mezzo di anni fa. Le stromatoliti si sono formate in una facies di sorgenti idrotermali nella regione australiana di Pilbara. Una nuova analisi dei depositi del sito ha confermato la

presenza di stromatoliti, caratteristiche rocce che conservano le tracce di microrganismi primordiali. "Qualche sorta di piccola pozzanghera calda, contenente ogni genere di sali, ammoniaca e fosforo...": così Charles Darwin, in una lettera del 1871 all'amico botanico Joseph Hooker, immaginava l'habitat delle prime forme di vita sulla Terra. E le ricerche condotte negli ultimi decenni confermano la felice intuizione del padre dell'evoluzionismo: le "pozzanghere" sono in realtà le antiche sorgenti idrotermali. In fig.1 sono riportati immagini di rocce antichissime scoperte in Groenlandia e in Australia contenenti cianobatteri o alghe fossili.

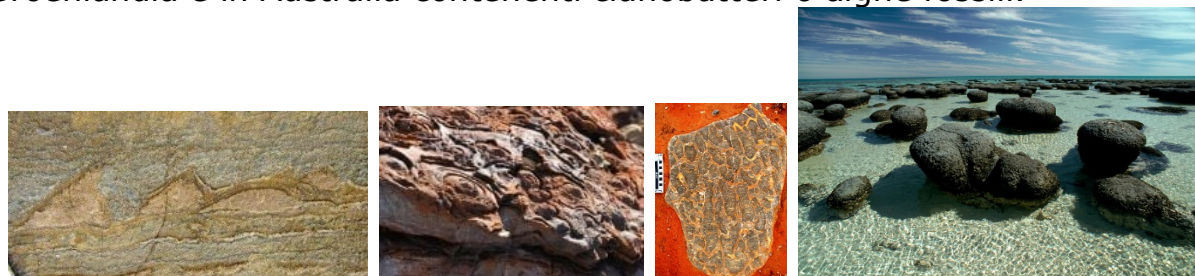


Figura 1. a b c d
(a). Una roccia con stromatoliti ritrovate in Groenlandia, che risalgono a 3,7 miliardi di anni fa. © Allen Nutman, Università di Wollongong. (b). Stromatoliti fossili Dresser, regione australiana di di Pibara. (c) Campione proterozoico di stromatoliti fossili australiane bacino dell'Amadeus. (d). Stromatoliti attuali.

Batteri fossili sono stati identificati nei sedimenti di Fig-Tree in Sud Africa. Le rocce vulcaniche associate a questi sedimenti sono state datate a 3,5 miliardi di anni con il metodo samario-neodimio dagli scienziati della Columbia University e con il metodo potassio-argon dai colleghi dell'Università di Toronto.

L'eone Proterozoico è caratterizzato dalla prima abbondanza di forme di vita complesse sulla Terra. Si fa iniziare 2.500 miliardi di anni fa, che è la data delle alghe fossili della Rodesia meridionale.

Un assemblaggio di microfossili biogenici e altamente diversificato è presente nelle selci Gunflint di circa 1,9 miliardi di anni dell'Ontario meridionale. La ricostruzione di alcuni organismi fossili è illustrata in fig. 2.

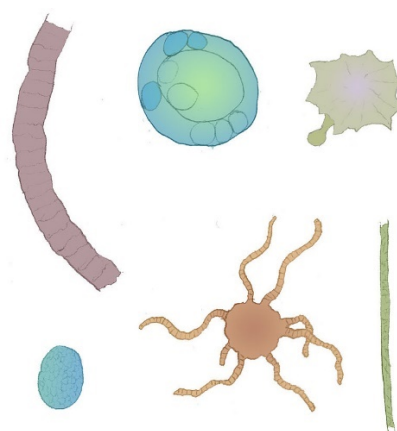


Figura 2. Organismi fossili della Gunflint Formation. Nella fila in alto, da sinistra a destra: *Ainimikeia*, *Eosphaera*, *Kakabekia*. Nella fila in basso, da sinistra a destra: *Huroniospora*, *Eostrion*, *Gunflintia*. Fonte. Wikipedia.org.

La Geocronometria ha permesso di determinare l'età assoluta in anni delle rocce sedimentarie e degli organismi viventi in esse incastonati. Questo risultato è stato conseguito grazie alle datazioni radiometriche, basate sul decadimento di isotopi radioattivi.

La storia evolutiva degli esseri umani è iniziata negli ultimi milioni di anni, dal basso Neogene (23.0-5.332Ma) al Pliocene (5.332-2.588 Ma) al Quaternario (2.588-0.0117 Ma) suddiviso in Pleistocene (2.588-0.0117 Ma) ed Olocene (11.700 anni fa-oggi).

L'evoluzione umana si fa convenzionalmente cominciare 6 milioni di anni fa. Questa data è arbitraria perché l'evoluzione umana è un processo continuativo e non ci sono momenti da cui comincia una storia e finisce un'altra. È un flusso in continua trasformazione e noi esseri umani siamo cugini di tutti gli altri esseri viventi che ci hanno preceduti. La scelta di 6 milioni di anni fa come inizio di questa storia trova giustificazione nel fatto che in questo periodo, probabilmente tra i 7 e i 5 milioni di anni fa, è vissuto in Africa un animale simile a uno scimpanzé, che secondo gli evoluzionisti è stato l'antenato comune di noi esseri umani e lo scimpanzé. Prima di questo periodo c'erano tante scimmie che vivevano in Africa, in Europa e in Asia. L'antenato comune è vissuto in Africa perché i suoi immediati discendenti, gli ominini, quelli che fanno parte della nostra sottofamiglia, sono vissuti nei territori vicini. Tutto è cominciato, probabilmente, quando in Africa sono avvenuti cambiamenti ecologici su larga scala.

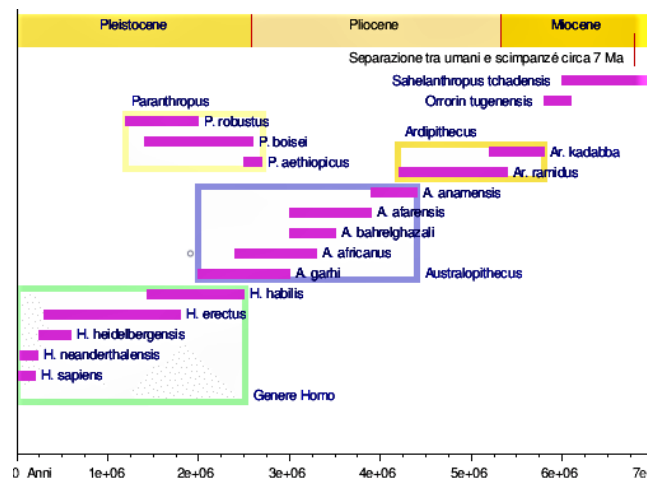


Figura 4. L'evoluzione umana durante il Neogene e il Quaternario. Fonte wikipedia.org.

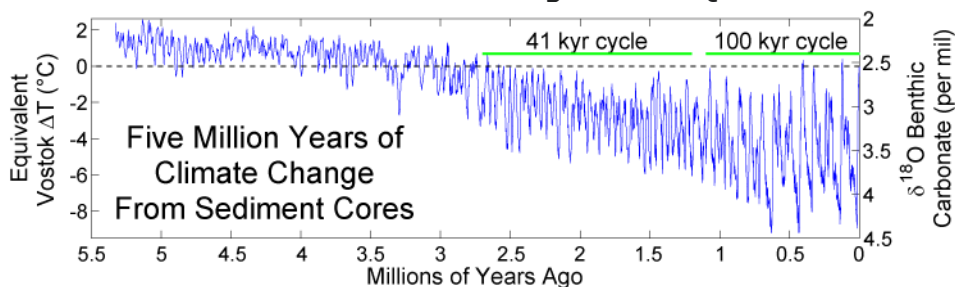


Figura 5. Le variazioni della temperatura media del mare negli ultimi cinque milioni di anni in base alle variazioni del rapporto tra gli isotopi $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$ nei sedimenti marini. Questi cambiamenti climatici ed ecologici hanno accompagnato l'evoluzione umana. Fonte. wikipedia.org.

La Terra è nata circa 4,6 miliardi di anni fa. Fissiamo l'ora zero nel momento della formazione del pianeta e immaginiamo di raccontare il film della vita sulla Terra come se questi 4,6 miliardi di anni durassero appena 24 ore. La vita sulla terra ha origine, minuto più minuto meno, alle 3.44, ma i primi organismi pluricellulari si sviluppano solo dopo mezzogiorno, verso le 12.50. La riproduzione sessuata si verifica alle 18, o poco più. Tra le 20.58 e le 21.15, fanno irruzione sulla scena artropodi e pesci. Le prime piante terrestri appaiono alle 21.30. I primi animali capaci di vivere anche sulla terraferma e i rettili si presentano verso le 22.17. Alle 22.48 è l'ora dei dinosauri, che dominano il pianeta per quasi un'ora, fino alle 23.40. Alle 22.56 compaiono i mammiferi, seguiti dagli uccelli, alle 23.12. Alle 23.55 e 30 secondi è il momento delle prime grandi scimmie, dalle quali i nostri antenati si separano intorno alle 23.57 e 45 secondi. Il genere Homo nasce alle 23.59 e 12 secondi. Homo sapiens spunta a 4 secondi dalla fine e lascia l'Africa quando mancano 1,3 secondi. Solo a 23 centesimi di secondo dall'epilogo questa specie ingegnosa inventa l'agricoltura. E a meno di 4 millesimi di secondo dalla mezzanotte esplode la rivoluzione industriale. Dovrebbe essere abbastanza da capire che la Terra non appartiene esclusivamente a noi. Fonte. Nat Geo Italia.



Figura 6. Storia della formazione e della vita sulla Terra in 24 ore. Fonte. wikipedia.org.

Human Scale	Geologic Scale
78 years	4.5 billion years
1 year	58.2 million years
1 month	4.8 million years
1 week	1.2 million years
1 day	173,000 years
1 hour	7,217 years
1 minute	120 years
1 second	2 years
.4 seconds (Upper-range average duration of a blink)	9 months, 2 weeks, 2 days, 19 hours and 12 minutes

Figura 7. Confronto tra la scala del tempo umano e la scala del tempo geologico. Fonte. wikipedia.org.

13. Conclusioni.

La motivazione del conferimento a Willard Frank Libby del premio Nobel per la chimica del 1960 recita: "Per il metodo di utilizzo del carbonio-14 per determinare l'età di appartenenza nell'archeologia, nella geologia, nella geofisica e in altre branche della scienza".

La tecnica rivoluzionaria della datazione radiometrica assoluta ha avuto, dal momento della sua scoperta, vastissima applicazione ed è stata estesa dal Carbonio-14 ad altri "orologi" radioattivi naturali, come rubidio-stronzio, potassio-argento, uranio-piombo. Oggi i metodi radiometrici di datazione basati su misure di radioattività naturale sono utilizzati a un livello molto sofisticato in tutti i paesi, tra cui l'Italia, che dispongono di laboratori attrezzati a tale scopo.

La Geochimica e la Geocronologia, con l'avvento della datazione radiometrica assoluta, svolgono un ruolo centrale in tutti gli aspetti storici delle scienze planetarie e della Terra, compresa l'evoluzione delle forme di vita terrestri.

In questo primo ventennio del secondo millennio le ricerche geocronologiche e i metodi radiometrici applicati con successo hanno prodotto risultati a dir poco eccezionali. Le pubblicazioni apparse su riviste scientifiche specializzate che raccontano il come, il dove e il quando di scoperte di forme di vita primordiali incastonate in rocce e minerali di una giovane crosta terrestre sono state numerose e frequenti. Le età ottenute con tecniche di datazione precise hanno spostato di milioni di anni verso il passato le età di eventi fondamentali, tra cui la comparsa della vita. I diversi "orologi" basati sulla radioattività naturale sono oggi utili, pratici e sicuri. Permettono di raccontare la storia avvincente dell'universo, delle galassie, del sistema solare e della Terra e l'evoluzione della vita con grande precisione. Gli eventi del lontano passato che portano alla luce possono aiutare a confermare o smentire teorie scientifiche consolidate nel tempo.

La consapevolezza che la Terra sia un sistema vivente integrato e interconnesso è cresciuta notevolmente tra gli scienziati. La comprensione delle interazioni fisiche, chimiche, biologiche e umane, che hanno determinato nel passato, determinano nel presente e nel futuro gli equilibri eco-sistemici della Terra, è cresciuta notevolmente. Nelle scienze della Terra in questi ultimi anni c'è stata una rivoluzione che ha profondamente rivoluzionato la capacità di costruire registrazioni puntuali e dettagliate dei livelli di radiocarbonio del passato, "portando a nuove intuizioni nella cronologia degli eventi climatici, nel ciclo del carbonio e nei flussi e nei livelli di anidride carbonica".

Oggi gli orologi radioattivi naturali basati su misurazioni del decadimento degli isotopi radioattivi naturali sono applicati in tutti i domini del nostro mondo fisico.

1. Atmosfera: troposfera, stratosfera, gas in tracce;
2. Biosfera: tutta la materia vivente, la fauna, la flora, gli esseri umani;
3. Idrosfera: oceani, laghi, fiumi, acque sotterranee, umidità del suolo;
4. Criosfera: ghiacciai polari, ghiacciai terrestri, gelo permanente, permafrost;
5. Litosfera: rocce, suolo, montagne, fondali marini e vulcani;
6. Cosmosfera: meteoriti, sole, pianeti, luna, raggi cosmici;
7. Tecnosfera: tutti gli oggetti che contengono tracce di isotopi artificiali.

Salvatore Piscitelli.

Bibliografia

Faymann Lecture on physics- Leyghton -Sands, 1966.

Calore e termodinamica di Mark W. Zemansky 3 Voll. Zanichelli 1970.

Emanuele Foà. Fondamenti di termodinamica. A cura di Arturo Giulianini, aiuto nell'Istituto di Fisica Tecnica della Facoltà di Ingegneria di Bologna.

Fondamenti di Termodinamica per Ingegneri Zanichelli 1979.

Fondamenti di Termodinamica per Ingegneri. Vol. 1 . Zemansky Mark W.; Abbott Michael M.; Van Ness Hendrick C. Hoepli, Torino 1979.

Fisica applicata – Geofisica Giovanni Santarato, Nasser Abu Zeid, Samuel Bignardi – libreriauniversitaria.it

Dispense di Fisica Terrestre: _Dipartimento di Geoscienze

<http://geo.geoscienze.unipd.it>

Nuclear Physics: Principles and Applications John Lilley 5-giu-2013.

Fisica nucleare in pillole. Una introduzione fenomenologica a taglio sperimentale alla fisica nucleare e alla radioattività. Montagna, Paolo Maria. La Dotta 2017.

Radiochemistry and nuclear chemistry, Gregory Choppin, Jan-Olov Liljenzin, and Jan Rydberg, 3rd Edition, 2002, *the chapter on nuclear stability*;

Segrè, Nuclei e particelle, Bologna, 1966; A. Bohr, B. R. Mottelson, Nuclear Structure, 2 voll., New York, 1969-71; A. S. Davydov, Teoria del nucleo atomico, Bologna, 1970; G. E. Brown, Unified Theory of Nuclear Models and Forces, Amsterdam, 1972; C. Bernardini, G. Guaraldo, Fisica del nucleo, Roma, 1982.

[9] Gino Elimio Segrè, Nuclei e particelle, Zanichelli, 1982

Lecture.isa

B. Bertotti, "L'esplorazione del sistema di Saturno", in *Le Scienze*, n. 334, 1996

N. Booth, Sistema Solare. Un viaggio di pianeta in pianeta, De Agostini, Novara, 1996

A. Braccisi, G. Caprara, M. Hack, Alla scoperta del Sistema Solare, Mondadori, Milano, 1993

G. Briggs, F. Taylor, Atlante Cambridge dei pianeti, Zanichelli, Bologna, 1997

T. Encrenaz, J.-P. Birbing, M. Blanc, The Solar System, Springer Verlag, Berlin, 1995

*D.L. Goodstein, J.R. Goodstein, Il moto dei pianeti intorno al Sole: una lezione inedita di R. Feynmann, Zanichelli, Bologna, 1997

P. Kennet, Guide to the Sun, Cambridge University Press, Cambridge, 1992

K.R. Lang, C.A. Whitney, Vagabondi nello spazio: ricerche e scoperte nel Sistema Solare, Zanichelli, Bologna, 1987

D.H. Menzel, J.M. Pasachoff, Stelle e pianeti, Zanichelli, Bologna, 1990

E. Nesme-Ribes, S.L. Baliunas, D. Sokoloff, "La dinamo stellare", in *Le Scienze*, n. 338, 1996

M. Rigutti, Comete, meteoriti e stelle cadenti, Giunti, Firenze, 1997

R. Smoluchowski, Il Sistema Solare, Zanichelli, Bologna,

P. H. Abelson "Researches in Geochemistry, New York J. Wiley & Sons, Inc. 1959

Dalrymple, G. Brent, 1986. *Datazione radiometrica, tempo geologico e l'età della terra: una risposta al creazionismo "scientifico"*, Rapporto 86-110 dell'indagine geologica degli Stati Uniti.

Faure, Gunter, 1986. *Principi di geologia isotopica* 2a edizione, New York, John Wiley & Sons. 589 pp. ISBN 0-471-86412-9

York, D. e RM Farquhar, 1972. *The Earth's Age and Geochronology* , Oxford: Pergamon Press

Sitografia

Sito dell'USGS sulla datazione radiometrica, su pubs.usgs.gov.

<http://www.diglander.iol.it/alexzio/carbonio-14.htm>

<http://www.c14dating.com/k12.html><http://www.radiocarbon.org>

(**EN**) *Sito dell'USGS sulla datazione radiometrica, su pubs.usgs.gov.*

(**EN**) Basi della datazione radiometrica.

(**EN**) *Semplici spiegazioni sulle relazioni tra datazione radiometrica e biostratografica, su talkorigins.org.*

(**EN**) *Informazioni sugli isotopi radioattivi con l'aiuto della tavola periodica degli elementi, su geologicals.com. URL consultato il 25 novembre 2006 (archiviato dall'url originale il 12 marzo 2007).*

Referenze

http://www.diglander.iol.it/alexzio/carbonio_14.htm

<http://www.c14dating.com/k12.html>

<http://www.radiocarbon.org>

<http://webmuseen.de/14C.html>